



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN COMPUTACIÓN



LABORATORIO DE SIMULACIÓN Y MODELADO

“Clasificación de actividad motora real versus imaginaria a partir de señales electroencefalográficas”

Que para obtener el grado de
“Maestría en Ciencias de la Computación”

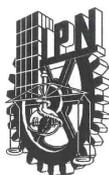
Presenta:

Ing. Armando Navarro Rodríguez

Director de Tesis:

Dr. Jesús Alberto Martínez Castro

Ciudad de México, 15 de junio de 2016



SIP-14

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, siendo las 16:00 horas del día 15 del mes de junio de 2016 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del:

Centro de Investigación en Computación

para examinar la tesis titulada:

“Clasificación de actividad motora real versus imaginaria a partir de señales electroencefalográficas”

Presentada por el alumno:

NAVARRO

Apellido paterno

RODRÍGUEZ

Apellido materno

ARMANDO

Nombre(s)

Con registro:

B	1	4	0	4	8	1
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Director de Tesis

Dr. Jesús Alberto Martínez Castro

Dr. Herón Molina Lozano

Dr. Juan Carlos Chimal Eguía

Dr. José Luis Oropeza Rodríguez

Dr. Ricardo Barrón Fernández

Dr. Gilberto Lorenzo Martínez Luna

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

Dr. Luis Alfonso

DIRECCION



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

CENTRO DE INVESTIGACION

EN COMPUTACION



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la **Ciudad de México** el día 15 del mes junio del año 2016, el que suscribe **Armando Navarro Rodríguez** alumno del Programa de **Maestría en Ciencias de la Computación** con número de registro **B140481**, adscrito al **Centro de Investigación en Computación**, manifiesta que es autor intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección del **Dr. Jesús Alberto Martínez Castro** y cede los derechos del trabajo intitulado "**Clasificación de actividad motora real versus imaginaria a partir de señales electroencefalográficas**", al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección **armando.n90@gmail.com**. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.


Armando Navarro Rodríguez

Nombre y firma

Resumen

En este trabajo se utilizaron segmentos de señales electroencefalográficas donde se registró la actividad cerebral de 109 voluntarios al ejecutar actividades motoras reales e imaginarias. Los archivos con los electroencefalogramas (EEG) se tomaron del repositorio de bases de datos médicas disponibles para su análisis en Physionet para posteriormente emplear diversas técnicas computacionales e identificar de manera automática si los segmentos de EEG correspondían a una actividad motora real o a una actividad motora imaginaria. El procedimiento se dividió en cuatro etapas. La primera etapa consistió en diseñar filtros para reducir componentes de frecuencia no deseados. En la segunda etapa se calcularon fuentes originales usando una técnica de análisis de componentes independientes y se hizo un estudio adicional para determinar los componentes con mayor actividad eléctrica en la zona somatosensorial. Después, en la tercera etapa, se extrajeron características de los segmentos de EEG filtrados sobre algunas bandas de frecuencia utilizadas comúnmente, así como de los EEG sin filtrar. En la última etapa se emplearon máquinas de soporte vectorial para clasificar los segmentos. Se realizaron tres tipos de clasificación: una individual por voluntario; otra general asignando segmentos de EEG de todos los voluntarios a los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba; y otra general dividiendo los segmentos de EEG de diferentes voluntarios entre los mismos conjuntos. Al finalizar la etapa de clasificación se obtuvieron eficiencias que, de acuerdo al tipo de clasificación, van del 48 % hasta el 90 %.

Abstract

In this work we used segments of electroencephalographic signals with records of brain activity of 109 volunteers recorded when they executed real and imagined motor tasks. The files with the electroencephalograms (EEG) were taken from the medical databases available in Physionet. Computational techniques were used to automatically identify whether segments of EEG correspond to a real motor activity or an imaginary motor activity. The procedure was divided in four parts. In the first part filters were designed to remove undesired frequency components. In the second part original sources were calculated using a technique of independent component analysis and we highlighted components associated with increased electrical activity in the somatosensory area. Then, in the third part, features from filtered EEG (frequency bands commonly used) and unfiltered EEG were extracted. In the last part support vector machines were used to classify EEG segments with real and imaginary motor activity. Three types of classification were performed: individual by voluntary; general by assigning segments of EEG from all volunteers in the train, validation and test sets; and general by dividing segments of EEG from different volunteers between the same sets. The classifier's efficiencies rank from 48 % to 90 % on the different tests.

Agradecimientos

A la Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), al Instituto Politécnico Nacional (IPN) y al Centro de Investigación en Computación (CIC) por los apoyos que me brindaron, gracias a los cuales me fue posible concluir mis estudios de maestría.

Al Dr. Jesús Alberto Martínez Castro por aceptar ser mi director de tesis, proporcionarme consejos, escucharme constantemente y motivarme para asistir a congresos y realizar una estancia internacional.

Al Dr. Mordejai Zvi Retchkiman Konigsberg por forjarme la disciplina y dedicación requeridos y por cambiar mi visión respecto a la ciencia.

Al Dr. Alfonso Gutiérrez Aldana por enseñarme a trabajar minuciosamente, aprendí que es fundamental observar y comprender el comportamiento de cada detalle.

A la Dra. Susana Reyes Cadena, al Dr. José Antonio Martínez Cortez y al Dr. Óscar Arias Carrión, quienes me proporcionaron apoyo para la parte médica.

Al Dr. Jesús Guillermo Figueroa Nazuno y al Dr. Ricardo Menchaca Méndez por la disposición que mostraron para apoyarme en dudas que surgieron durante el desarrollo de este trabajo.

Al Dr. Ricardo Barrón Fernández, al Dr. Herón Molina Lozano, al Dr. Gilberto Lorenzo Martínez Luna, al Dr. José Luis Oropeza Rodríguez y al Dr. Juan Carlos Chimal Eguía, miembros del jurado de este trabajo.

A mis profesores por las aportaciones que cada uno de ellos me brindó, gracias a ellos profundicé mis conocimientos para poder resolver problemas computacionales más complejos.

A mi familia, que siempre ha estado conmigo y me ha apoyado en las decisiones que he tomado.

A Sarahi Sánchez, Miguel Angel Pérez e Izanami García por su compañía durante este importante periodo de estudios.

A Laura Canseco, Fabiola Hernández, Fidel Osvaldo Castro, Armando Palafox, Nazul Garrido, Silviano Castellanos, Luis David García y a todos mis compañeros por tantos momentos agradables de convivencia y por el intercambio de opiniones.

Prefacio

La selección de este tema de tesis se dio por mi interés en combinar técnicas utilizadas en el análisis de datos (particularmente las series de tiempo) en el área de medicina, es por eso que el estudio de electroencefalogramas captó mi atención, además fue sorprendente estudiar los mecanismos básicos pero extraordinarios con los que funciona el cerebro humano. Todo esto en una mezcla de matemáticas, minería de datos, análisis de señales y medicina; una combinación que para mi resultó ser de lo más interesante.

Las técnicas que aprendí durante todo este proceso pueden ser llevadas fácilmente hacia otros campos, tanto industriales como académicos, donde en el futuro espero poder seguir resolviendo problemas y que estas soluciones se traduzcan en un beneficio para la sociedad.

Para comprender este trabajo de tesis se sugiere tener conocimiento de las bases del álgebra lineal, probabilidad, análisis vectorial y cálculo.

En el Capítulo 1 se presenta la introducción, objetivos y justificación para la realización de este trabajo. Las generalidades computacionales y médicas necesarias para el desarrollo de este trabajo serán proporcionadas en el Capítulo 2, donde se incluyen los conceptos básicos de electroencefalografía, así como los conceptos computacionales relacionados con el análisis de señales, filtros, reducción de dimensionalidad, extracción de características y clasificación de datos. En el Capítulo 3 se describirá el proceso metodológico, aquí se verán esquemas generales y detallados de cada una de las etapas de este trabajo. La implementación del proceso metodológico, así como algunas pruebas se presentarán en el Capítulo 4. En el Capítulo 5 se mostrarán los resultados obtenidos y la comparación versus resultados relacionados reportados anteriormente. Finalmente, en el Capítulo 6 se presentarán las conclusiones, aportaciones y trabajo a futuro.

También se proporciona un anexo donde se revisan los principios de fisiología celular relacionados con la electroencefalografía y otro anexo donde se presentan dos modelos básicos, uno para generar potenciales de acción y otro para generar uno de los ritmos cerebrales principales.

Índice general

Resumen	vii
Abstract	ix
Agradecimientos	xi
Prefacio	xiii
1 Introducción	1
1.1 Objetivo general	2
1.2 Objetivos específicos	2
1.3 Justificación	2
1.4 Antecedentes	2
2 Fundamentos teóricos	5
2.1 El cerebro y su registro de actividad	5
2.1.1 División del cerebro	5
2.1.2 Electroencefalografía	6
2.1.3 Ritmos cerebrales	9
2.2 Análisis y filtrado de señales	10
2.2.1 Tipos de señales y muestreo	11
2.2.2 Transformada de Fourier de tiempo corto	12
2.2.3 Descomposición en bandas de frecuencia	14
2.3 Reducción de dimensionalidad	20
2.3.1 Análisis de componentes independientes	20
2.4 Técnicas de extracción de características en bioseñales	28
2.4.1 Modelo autorregresivo para la estimación del espectro	29
2.4.2 Descriptores de Hjorth	30
2.5 Técnicas de clasificación de datos	33
2.5.1 Tipos y métodos comunes de clasificación	33
2.5.2 Máquinas de soporte vectorial	35
2.5.3 Métricas de evaluación	44
3 Proceso metodológico	49
3.1 Selección de datos	50
3.2 Diseño de filtros	51
3.3 Tratamiento de ruido	53
3.4 Extracción de características	55
3.5 Clasificación	57

4 Implementación	61
4.1 Diseño de filtros	62
4.2 Tratamiento de ruido	65
4.3 Extracción de características	70
4.4 Clasificación	84
5 Resultados	95
6 Conclusiones	99
6.1 Aportaciones	100
6.2 Trabajo a futuro	101
A Fisiología celular básica y potenciales de acción	103
A.1 Fisiología celular básica	103
A.2 Potenciales de acción	104
A.2.1 Fases	104
A.2.2 Generación y propagación	105
B Modelado de potenciales de acción y ritmo alfa	109
B.1 Modelo de Hodgkin y Huxley	109
B.1.1 Descripción del modelo	109
B.1.2 Implementación del modelo	113
B.2 Modelado de ritmo alfa	116
B.2.1 Descripción del modelo	116
B.2.2 Implementación del modelo	120
Bibliografía	123

Índice de figuras

2.1	Lóbulos cerebrales	6
2.2	Sistema 10-20 para el registro de EEG	7
2.3	Artefactos en un EEG	9
2.4	Ritmos de un EEG y sus bandas de frecuencia	10
2.5	Señal en dominio del tiempo y su espectro	11
2.6	Señal sinusoidal con frecuencias crecientes y su espectrograma	12
2.7	Espectrograma de un EEG	13
2.8	Filtros Butterworth	15
2.9	Filtros Chebishev Tipo I, rizo de -1 db	16
2.10	Filtros Chebishev Tipo II, atenuación mínima de -20 db	17
2.11	Filtros Chebishev Tipo II, atenuación mínima de -60 db	17
2.12	Filtros Chebishev Tipo II, atenuación mínima de -34 db	19
2.13	Filtrado de un EEG	19
2.14	Dos variables con distribución uniforme	24
2.15	Dos variables con distribución gaussiana	24
2.16	Dos variables con distribución uniforme después de mezclarse	25
2.17	Dos variables con distribución gaussiana después de mezclarse	25
2.18	Gaussianidad de las variables uniformes mezcladas al proyectarse sobre el círculo unitario	26
2.19	Gaussianidad de las variables gaussianas mezcladas al proyectarse sobre el círculo unitario	26
2.20	Espectro de un EEG y su estimación	30
2.21	Señal con actividad creciente	31
2.22	Señal con movilidad creciente	31
2.23	Señal con complejidad variable	32
2.24	Ejemplo de árbol de decisión	34
2.25	Máquinas de soporte vectorial	36
2.26	Conjunto de datos en R^2	39
2.27	Conjunto de datos en R^2 mapeado hacia R^3	39
2.28	Máquina de soporte vectorial lineal, $C = 100$	41
2.29	Máquina de soporte vectorial lineal, $C = 0.5$	41
2.30	Máquina de soporte vectorial gaussiana, $C = 100, \gamma = \frac{1}{32}$	42
2.31	Máquina de soporte vectorial polinomial, $C = 100, d = 2$	42
2.32	Máquina de soporte vectorial polinomial, $C = 100000, d = 3$	43
2.33	Máquina de soporte vectorial gaussiana, $C = 100000, \gamma = 2$	43
2.34	Ejemplo de curva de aprendizaje	46
2.35	Clasificador con sesgo y varianza	48
3.1	Procedimiento general del trabajo	49
3.2	Procedimiento para el diseño de filtros	52

3.3	Procedimiento para el tratamiento de ruido	54
3.4	Procedimiento para la extracción de características	56
3.5	Procedimiento para la clasificación	58
4.1	Descomposición en bandas de un segmento de EEG	63
4.2	Espectrograma de las bandas de un EEG	64
4.3	EEG antes y después del tratamiento de ruido	65
4.4	Mapeo cerebral antes del tratamiento de ruido	67
4.5	Mapeo cerebral después del tratamiento de ruido	67
4.6	Evolución de la actividad de un EEG antes del tratamiento de ruido	68
4.7	Evolución de la actividad de un EEG después del tratamiento de ruido	69
4.8	Distribución de actividades antes del tratamiento de ruido	71
4.9	Distribución de movilidades antes del tratamiento de ruido	72
4.10	Distribución de complejidades antes del tratamiento de ruido	73
4.11	Distribución de actividades después del tratamiento de ruido	74
4.12	Distribución de movilidades después del tratamiento de ruido	75
4.13	Distribución de complejidades después del tratamiento de ruido	76
4.14	Distribución de actividades antes del tratamiento de ruido	78
4.15	Distribución de movilidades antes del tratamiento de ruido	79
4.16	Distribución de complejidades antes del tratamiento de ruido	80
4.17	Distribución de actividades después del tratamiento de ruido	81
4.18	Distribución de movilidades después del tratamiento de ruido	82
4.19	Distribución de complejidades después del tratamiento de ruido	83
4.20	Eficiencias sobre el conjunto de entrenamiento de la clasificación individual	85
4.21	Eficiencias sobre el conjunto de validación de la clasificación individual	85
4.22	Curvas de aprendizaje sobre los tres conjuntos de la clasificación individual	86
4.23	Eficiencias sobre el conjunto de entrenamiento de la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos	87
4.24	Eficiencias sobre el conjunto de validación de la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos	87
4.25	Curvas de aprendizaje sobre los tres conjuntos de la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos	88
4.26	Eficiencias sobre el conjunto de entrenamiento de la clasificación general con los voluntarios divididos entre los tres conjuntos	90
4.27	Eficiencias sobre el conjunto de validación de la clasificación general con los voluntarios divididos entre los tres conjuntos	90
4.28	Curvas de aprendizaje sobre los tres conjuntos de la clasificación general con los voluntarios divididos entre los tres conjuntos	91
5.1	Resumen de la comparación de resultados	97
A.1	Fases del potencial de acción	105
A.2	Potencial subliminal agudo	107

B.1	Comportamientos de las variables de activación	111
B.2	Tiempos de respuesta de las variables de activación	111
B.3	Modelado de un potencial de acción	113
B.4	Modelado de un potencial subliminal agudo	114
B.5	Modelado de un tren de potenciales de acción	114
B.6	Efecto de interrumpir la corriente en intervalos de tiempo	115
B.7	Tren con mayor número de potenciales de acción	115
B.8	Distribución de las 144 TCR y las 36 IT	117
B.9	Potencial postsináptico excitatorio (EPSP)	119
B.10	Potencial postsináptico inhibitorio (IPSP)	119
B.11	Modelado de ritmo alfa	120

Índice de cuadros

2.1	Estructura de una matriz de confusión	45
3.1	Combinaciones significativas de características	55
4.1	Diseño de los filtros para las bandas theta, alfa y beta	62
4.2	Intervalos establecidos para las características de los EEG originales	70
4.3	Intervalos establecidos para las características de los EEG reconstruidos	77
4.4	Matriz de confusión de la curva de aprendizaje correspondiente a la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos	92
4.5	Matriz de confusión de la curva de aprendizaje correspondiente a la clasificación general dividiendo a los voluntarios entre los tres conjuntos	93
5.1	Eficiencias de las tres clasificaciones sobre los cinco casos planteados	95
5.2	Eficiencias con variaciones sobre el mejor caso	95
5.3	Comparación con resultados reportados	96

Capítulo 1

Introducción

El cuerpo humano es una compleja e increíble fuente de información que puede ser medida por medio de diversos instrumentos, algunas mediciones son muy simples debido a que varían poco durante intervalos de tiempo prolongados, como ejemplo está la temperatura corporal que se mide por medio de un termómetro y con la cual se puede identificar si una persona tiene fiebre o hipotermia. Computacionalmente no sería ningún problema implementar un algoritmo o clasificador que, dada como entrada la temperatura corporal de una persona, identifique si la persona tiene fiebre o hipotermia. Por otro lado, a una persona se le pueden hacer mediciones mucho más complejas y que pueden cambiar drásticamente en cuestión de segundos o menos.

Existen bioseñales que se generan a partir de una determinada actividad corporal, por ejemplo, la actividad muscular que se mide por medio de un electromiograma o la actividad del corazón registrada por medio de un electrocardiograma. El cerebro es el órgano más complejo que tiene el ser humano, la actividad cerebral genera bioseñales eléctricas que pueden ser medidas por los electroencefalogramas (EEG). Las señales electroencefalográficas varían por muchos motivos, uno de ellos es porque la persona ejecuta alguna actividad en particular (como mover el brazo, realizar un cálculo o imaginar que toca un instrumento musical), el problema es que estos cambios pueden ser muy difíciles de detectar con solo observar el EEG. Computacionalmente, a diferencia de un algoritmo que determine si una persona tiene fiebre o hipotermia a partir de su temperatura corporal, no es una tarea sencilla implementar un algoritmo que de manera automática identifique si una persona ejecuta una actividad específica a partir de su EEG, para esto se requieren herramientas avanzadas, como las que se verán más adelante.

El procesamiento de EEG es útil para complementar diagnósticos médicos y también se utiliza en interfaces cerebro-computadora en las que una persona puede ejecutar una actividad tan sólo con pensarla. Esto sería algo útil para alguien que desea, por ejemplo, mover una silla de ruedas.

1.1 Objetivo general

Identificar, mediante algoritmos computacionales y a partir de un conjunto de segmentos de señales electroencefalográficas (EEG) tomado de una base de datos existente, si un segmento corresponde a una actividad motora real o a una actividad motora imaginaria.

1.2 Objetivos específicos

- Determinar si entre los segmentos de EEG correspondientes a las actividades motoras reales e imaginarias que se analizarán, existen diferencias notables.
- Determinar si es apropiado descomponer los EEG en diferentes bandas de frecuencia para la extracción de características mediante los descriptores de Hjorth.
- Establecer un criterio de selección de componentes y verificar si existe una mejora en la clasificación después de eliminar información no deseada mediante el análisis de componentes independientes.
- Implementar una interfaz para analizar los EEG y realizar el procesamiento masivo de los mismos.

1.3 Justificación

El ojo humano necesita años de entrenamiento para poder identificar una gran cantidad de patrones que pueden aparecer en los EEG como consecuencia de tareas que una persona esté ejecutando (por ejemplo, actividades motoras) o de enfermedades; aún si la persona está en reposo, los patrones son muy diferentes si se trata de un recién nacido, un niño o un adulto. Por lo anterior, el uso de técnicas computacionales en la identificación de patrones de EEG es de utilidad para facilitar al experto esta labor y reducir el tiempo que emplea en el análisis de los EEG.

En la actualidad, los problemas que involucran clasificación de EEG son de interés para el desarrollo tecnológico, por ejemplo, una persona que no puede mover una pierna pero imagina que lo hace y que, con ese sólo hecho, una posible prótesis mecánica pueda funcionar.

1.4 Antecedentes

Entre las técnicas que se han utilizado para clasificar EEG correspondientes a alguna actividad ejecutada o enfermedad en particular destacan las máquinas de soporte vectorial, redes neuronales y análisis discriminante lineal, estos tres métodos, aplicados al reconocimiento de actividades motoras imaginarias,

son comparados en Hung y col., 2004, y se concluye que las tres técnicas proporcionan eficiencias aceptables, aunque los porcentajes de eficiencia de las máquinas de soporte vectorial son ligeramente superiores a los porcentajes de los otros dos métodos. Las máquinas de soporte vectorial también se han utilizado para clasificar tipos de epilepsia, como se presenta en González-Vellón, Sanei y Chambers, 2004, donde las características se obtienen a partir de energías promedio, frecuencias dominantes y cicloestacionalidad.

Por otro lado, en el área de cómputo es común que en el estudio de señales electroencefalográficas se analicen técnicas relacionadas con la extracción de características, clasificación y tratamiento de ruido.

En Al-Fahoum y Al-Fraihat, 2014, se estudian técnicas de extracción de rasgos o características representativas de los EEG, entre las cuales están la transformada de Fourier, onduletas, eigenvectores, espectrogramas y modelos autorregresivos; se enfatiza cuáles son las situaciones más apropiadas para utilizar una técnica en particular. En Vidacurre y col., 2009, se propone un método de extracción de características inspirado en los descriptores de Hjorth; mientras que en Oh, Lee y Kim, 2014, se comparan estos descriptores con la transformada de Fourier de tiempo corto, las características se obtuvieron de EEG utilizados para una interfaz cerebro-computadora, en ese trabajo se obtuvo una mejor eficiencia utilizando los descriptores de Hjorth para clasificar los EEG.

Las técnicas de tratamiento de ruido o información no relevante también juegan un papel muy importante en este tipo de problemas de clasificación. Una técnica muy útil y de la cual existen muchos algoritmos para diferentes situaciones es el análisis de componentes independientes. En Hung y col., 2004, y Sleight, Pillai y Mohan, 2009, se emplearon técnicas de este tipo para reducir el ruido de los EEG y se utilizaron diferentes criterios de selección de componentes independientes. De estos dos, el segundo es particularmente especial porque se utilizó la misma base de datos que en esta tesis, incluso algunos resultados son comparables entre ambos trabajos.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos

En la primera sección de este capítulo se revisarán los conceptos básicos de electroencefalografía. En las siguientes secciones se describirán conceptos computacionales relacionados con el análisis y descomposición de señales en bandas de frecuencia mediante filtros, reducción de dimensionalidad mediante análisis de componentes independientes, extracción de características y clasificación.

Los conceptos elementales de *fisiología celular* y *potenciales de acción*, fuertemente relacionados con el origen de la *actividad eléctrica cerebral*, pueden ser consultados en el Anexo A. La importancia de estos conceptos es que nos permiten comprender los mecanismos básicos con los cuales funciona el cerebro.

2.1 El cerebro y su registro de actividad

Cada segundo en el cerebro humano se generan millones de potenciales de acción que en su conjunto conforman la actividad eléctrica cerebral, esta actividad eléctrica varía de acuerdo a las acciones que una persona esté realizando y es diferente en cada región cerebral, de manera que la actividad eléctrica podría ser mayor en determinadas regiones cerebrales. Las corrientes eléctricas que fluyen por la parte exterior de las membranas celulares generan campos eléctricos, los cuales la mayoría de las veces tienen frecuencias menores a 100 Hz. Estas corrientes generan a su vez campos eléctricos y magnéticos de los cuales nos enfocaremos en los campos eléctricos cuyo registro se lleva a cabo mediante **electroencefalogramas (EEG)**.

2.1.1 División del cerebro

El cerebro se divide en dos hemisferios: izquierdo y derecho; y en cuatro *lóbulos*: frontal, parietal, occipital y temporal. En la Figura 2.1 se muestra la ubicación de los lóbulos cerebrales. Cada lóbulo está asociado a diferentes funciones, algunas de ellas son:

- **Lóbulo frontal:** Producción lingüística y oral, funciones ejecutivas y razonamiento.
- **Lóbulo parietal:** Localización de la atención visual, localización de la percepción táctil, movimientos voluntarios dirigidos a una meta, recepción de sensaciones de tacto, temperatura, dolor y manipulación de objetos.

- **Lóbulo occipital:** Procesamiento de imágenes, reconocimiento espacial, discriminación del movimiento y colores.
- **Lóbulo temporal:** Memoria, percepción y reconocimiento de estímulos auditivos.

En la región donde se separan los lóbulos frontal y parietal se encuentra el **área motora** asociada con los movimientos individuales de diferentes partes del cuerpo, coordinación y expresión del movimiento.

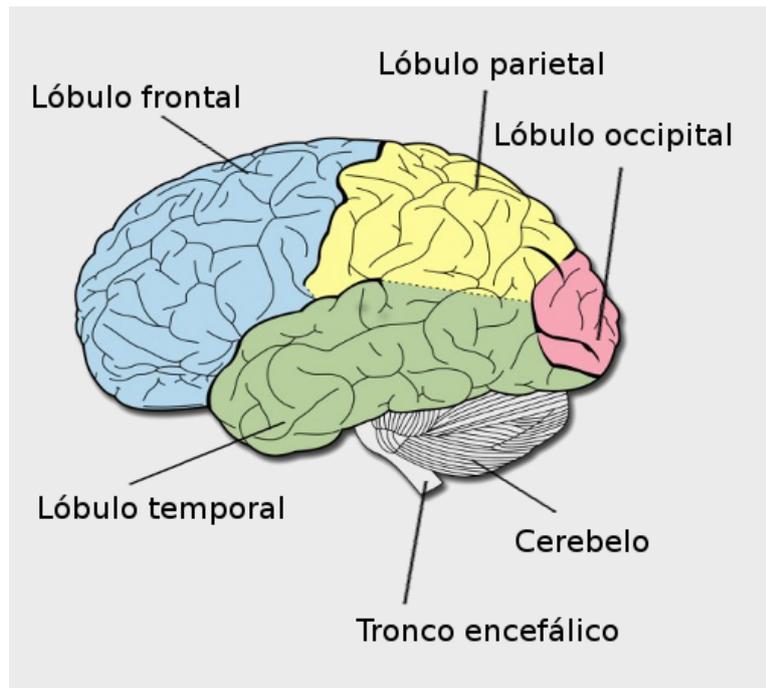


FIGURA 2.1: Lóbulos cerebrales.

2.1.2 Electroencefalografía

Las señales generadas en el cerebro tienen un orden de *milivolts*, sin embargo al atravesar la corteza cerebral, el cráneo y la piel cabelluda; éstas se reducen al orden de *microvolts*, unidad que se maneja en los registros de EEG.

La forma más utilizada para registrar un EEG es mediante la colocación de electrodos sobre la piel cabelluda, el sistema más común (estándar) es el *sistema 10-20*, el cual se muestra en la Figura 2.2. En este sistema se colocan los electrodos de tal manera que las distancias entre ellos guardan un porcentaje del 10% y 20% respecto al *diámetro* de la cabeza.

Para identificar la región donde se coloca un electrodo, se utiliza la siguiente nomenclatura:

- **Fp:** Corteza frontopolar.

- F: Corteza frontal.
- C: Surco central del cerebro (surco de Rolando).
- P: Corteza parietal.
- O: Corteza occipital.
- T: Corteza temporal.
- A: Lóbulo del oído (usualmente como referencia).

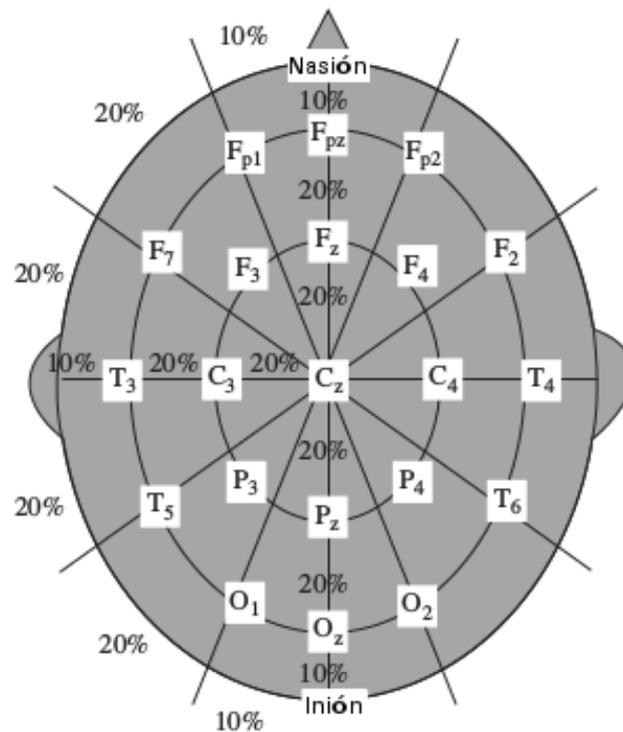


FIGURA 2.2: Sistema 10-20 para registro de EEG (imagen modificada de Sanei y Chambers, 2007), los electrodos impares se colocan sobre el hemisferio izquierdo, mientras que los pares se colocan sobre el hemisferio derecho.

A estos identificadores les sigue un número o una z, si es un número impar, el electrodo se coloca sobre el hemisferio izquierdo; si es un número par, se coloca sobre el hemisferio derecho; y si es una z, se coloca sobre la división entre ambos hemisferios. Entre mayor sea el número del identificador, más hacia la izquierda o hacia la derecha se posiciona el electrodo.

Otro aspecto importante para el registro del EEG es el tipo de montaje, de acuerdo a cada problema en particular, un determinado montaje puede ofrecer ventajas sobre otro, en general se dividen en dos:

- **Montaje unipolar:** También conocido como *montaje referencial*, en este montaje se utilizan electrodos de referencia donde la actividad eléctrica es mínima (por ejemplo, los lóbulos de los oídos), una *derivación* o *canal* se forma por la diferencia de voltaje registrado entre un *electrodo de registro* y un *electrodo de referencia*, es decir, hay igual número de canales que de electrodos de registro. La ventaja de este montaje es que conserva la información completa de la actividad eléctrica registrada, la desventaja es que es más difícil detectar ruido proveniente de alguna zona específica.
- **Montaje bipolar:** Las derivaciones o canales en este montaje se forman por las diferencias de voltajes registrados por pares de electrodos adyacentes (por ejemplo, F3-C3). La ventaja de usar este montaje es que es más fácil detectar ruido en un electrodo en particular aunque no se conserva toda la información eléctrica registrada. Los montajes bipolares pueden ser configurados de diferentes maneras, entre los más comunes están el *doble banana* y el *transverso*, dependiendo de la configuración varían los pares de electrodos adyacentes. El experto es quien determina el uso de una configuración específica.

Cuando se comienza a analizar un EEG es prácticamente inevitable observar ruidos en las señales, a estos ruidos se les conoce como **artefactos** (Strayhorn, 2016), un artefacto es toda señal que no proviene del cerebro y pueden ser de origen fisiológico, por movimientos, ruidos ambientales, o incluso los puede causar el mismo equipo, existen una gran variedad de artefactos, entre los más comunes están:

- **Parpadeos:** Se reflejan principalmente en los electrodos Fp1 y Fp2. En la Figura 2.3a se muestra un artefacto originado por parpadeo.
- **Musculares:** Su origen se debe al movimiento de los músculos cercanos al cerebro, por ejemplo, si se mueve la lengua o se mastica. En la Figura 2.3b se pueden observar artefactos de este tipo.
- **60 hertz:** La corriente alterna con la que se alimenta el aparato genera ruido en la frecuencia de 60 Hz. Otro tipo de aparatos que se encuentren cerca, como el teléfono, también pueden generar ruido.
- **Electrodos:** Cuando un electrodo no se coloca bien, se genera ruido en su canal o canales correspondientes. En los montajes bipolares es fácil detectar estas anomalías ya que el ruido aparecerá en los canales que involucren al electrodo mal colocado.

En este trabajo se utilizaron los canales **C3**, **Cz** y **C4** (que se colocan sobre la zona motora o zona somatosensorial) puesto que en Deecke, Weinberg y Brickett, 1982; y Navin y col., 2004 se propone que estos canales registran actividad eléctrica en tiempo real al momento de **ejecutar** una acción motora o al **imaginar** que se realiza la actividad. Los canales C3, Cz y C4 no son los únicos asociados a las actividades motoras, sin embargo son los más usados en la literatura especializada y son los que se utilizarán por criterios de comparación.

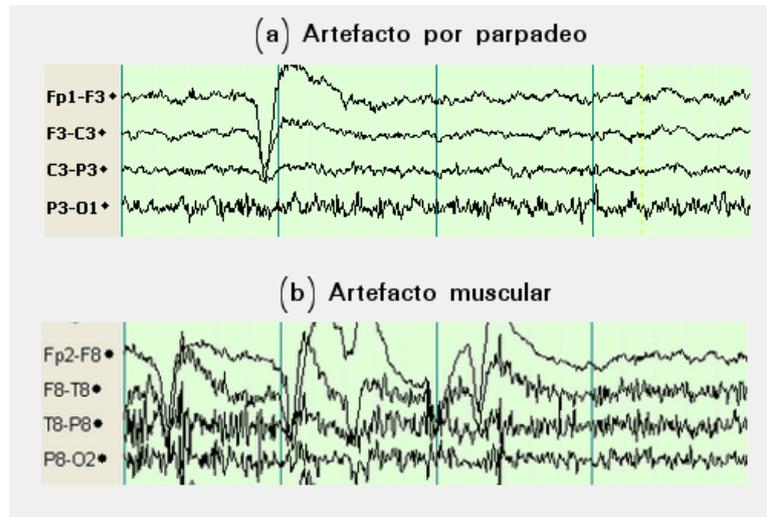


FIGURA 2.3: Artefactos en un EEG (imagen tomada de Strayhorn, 2016). (a) Artefacto originado por parpadeo, se refleja principalmente en el canal Fp1-F3. (b) Artefacto originado por movimientos musculares, hay un incremento general de actividad en todos los canales de la imagen.

2.1.3 Ritmos cerebrales

Toda señal puede ser caracterizada por sus *amplitudes* y *frecuencias*, en el caso de los EEG, aunque las señales varían en cada persona, se han logrado identificar patrones comunes de acuerdo a la edad, otros patrones pueden aparecer si se padece de algún trastorno neurológico.

Si se utiliza la caracterización por amplitudes y frecuencias, se pueden considerar cuatro tipos de onda principales, a estos tipos de onda también se les conoce como *ritmos cerebrales* y son los siguientes:

- **Delta:** Su banda de frecuencia es de 0.5 Hz a 4 Hz, aparecen en sueño profundo, son de gran amplitud y en los niños pequeños son muy comunes en estado normal.
- **Theta:** Su banda de frecuencia es de 4 Hz a 8 Hz, aparecen en meditación profunda y en el inicio del sueño, son de mediana amplitud, los niños mayores suelen tener este tipo de ondas.
- **Alfa:** Con rango de frecuencia de 8 Hz a 13 Hz y amplitud baja, son comunes en la edad adulta y se les asocia con estados de relajación.
- **Beta:** Van de los 13 Hz a los 30 Hz y tienen baja amplitud, también son comunes en la edad adulta, sobretodo en actividades que requieren mucha concentración.

En la Figura 2.4 se muestran ejemplos de los ritmos generales de un EEG. En este trabajo no se tomará en cuenta el ritmo delta debido a que no se le asocia

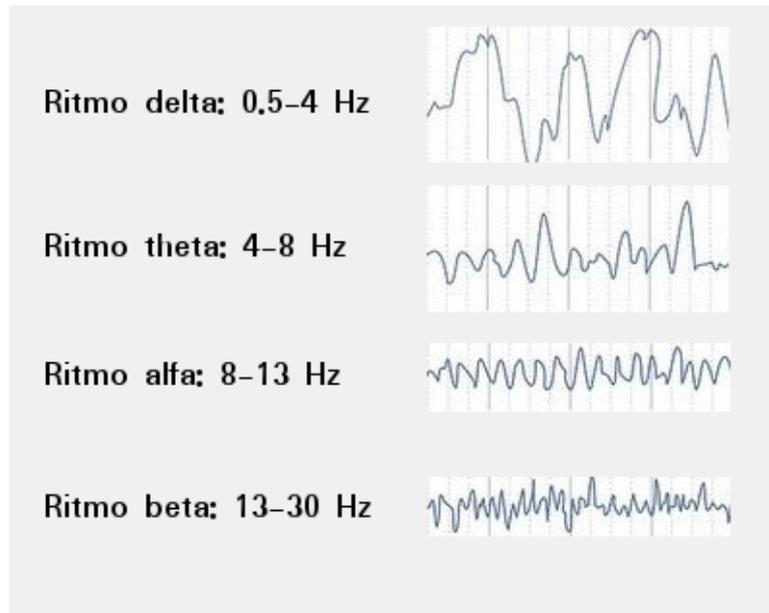


FIGURA 2.4: Ritmos de un EEG y sus bandas de frecuencia, frecuentemente se observa que conforme la frecuencia aumenta, la amplitud disminuye

con actividades motoras en adultos, en cambio los ritmos theta, alfa y beta serán los que más adelante se utilicen.

Adicionalmente, en el Anexo B se presenta uno de los primeros modelos computacionales para generar ritmo alfa.

En Sanei y Chambers, 2007, Capítulo 1, se puede encontrar más información sobre los diferentes ritmos cerebrales. Interpretar un EEG requiere años de práctica, en general son muy complejos y su procesamiento no es sencillo, en Delamónica, 1984, se mencionan de manera detallada los temas relacionados con los principios eléctricos, montajes, ritmos principales y sistemas para el registro de un EEG, además cuenta con una excelente descripción de EEG normales en diferentes edades, EEG anormales, así como los patrones que aparecen en una gran variedad de enfermedades.

2.2 Análisis y filtrado de señales

Cuando se mide una determinada actividad a lo largo del tiempo (como sucede con los EEG), se obtiene una señal en el *dominio del tiempo*, en algunos casos al observar en este dominio la gráfica de la señal se pueden notar comportamientos como *tendencia*, *ciclicidad* o *estacionalidad*, sin embargo los EEG son señales muy aleatorias y el análisis en el dominio del tiempo puede no ser suficiente. Una práctica común es transformar la señal hacia el *dominio de la frecuencia*, donde se obtiene una nueva señal, también conocida como *espectro*, con la cual se puede ampliar el análisis de la señal original.

2.2.1 Tipos de señales y muestreo

En general, las señales se pueden dividir en continuas y discretas. Para convertir una señal continua a discreta se realiza un muestreo en el que se seleccionan valores de la señal continua cada cierto tiempo, cada uno de estos valores también se discretiza en función de la resolución del convertidor, otro aspecto importante es la *tasa de muestreo*, es decir, el número de muestras que se obtienen por segundo, una forma de determinar esta tasa es mediante el *Teorema de Nyquist* o *Teorema de muestreo*:

$$f_m \geq 2f_b \quad (2.1)$$

donde f_m es la frecuencia de muestreo y f_b es la frecuencia a partir de la cual la señal no tiene más componentes.

Las bioseñales generadas por el cerebro (EEG) son continuas y el electroencefalógrafo las discretiza, por ejemplo, a 160 muestras por segundo, esta tasa de muestreo es suficiente para conservar componentes de hasta 80 Hz, recordemos que la información importante de los EEG está por debajo de los 50 Hz.

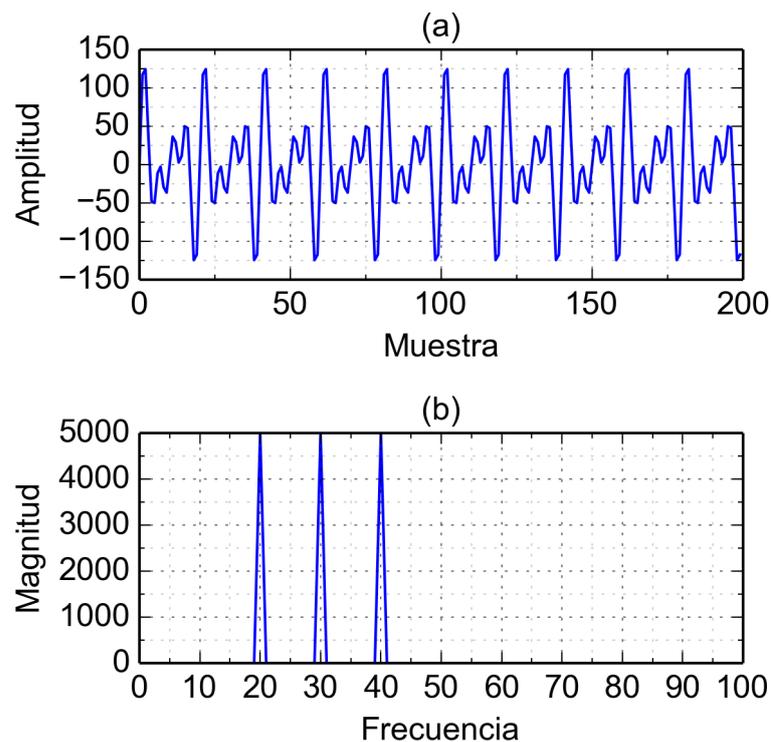


FIGURA 2.5: Señal en dominio del tiempo y su espectro. (a) La señal está compuesta por sinusoidales de 20 Hz, 30 Hz y 40 Hz. (b) El espectro de la señal original muestra picos en los componentes de frecuencia anteriores.

2.2.2 Transformada de Fourier de tiempo corto

Para transformar una señal en el dominio del tiempo hacia el de la frecuencia se usa la *Transformada Discreta de Fourier* (DFT):

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-i\frac{2\pi f}{N}n}, k = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.2)$$

donde $x(n)$ es la señal en el dominio del tiempo, i es la unidad imaginaria y N es el número de muestras, en particular, si N es una potencia de dos se puede utilizar la *Transformada Rápida de Fourier* (FFT), la cual utiliza un algoritmo que requiere un menor número de operaciones, es posible agregar ceros a la señal para poder utilizar la FFT. En la Figura 2.5 se muestra una señal compuesta por tres sinusoidales de 20 Hz, 30 Hz y 40 Hz, así como su espectro donde se presentan picos en las frecuencias indicadas.

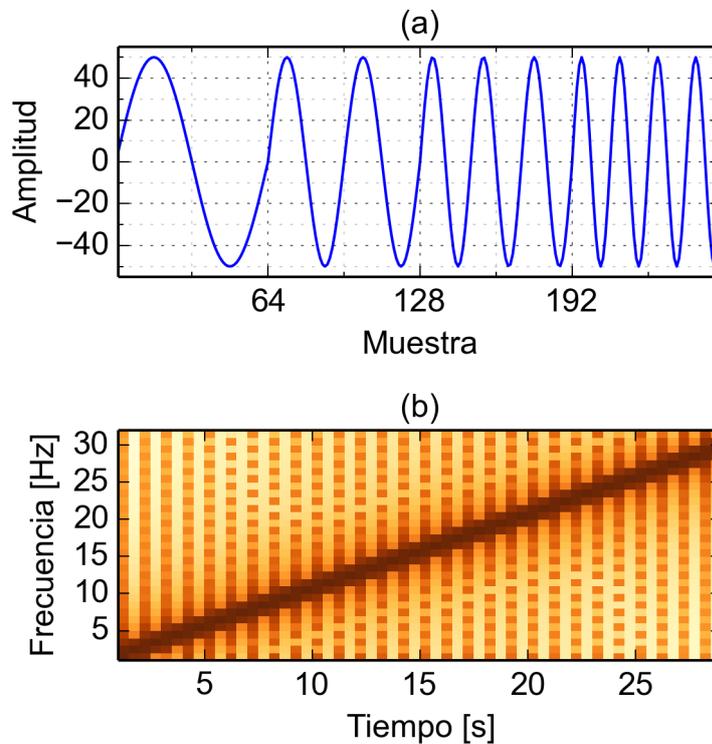


FIGURA 2.6: Señal sinusoidal con frecuencias crecientes y su espectrograma. (a) Cada segundo aumenta la frecuencia en 1 Hz. (b) El espectrograma muestra cómo varían los componentes de frecuencia a lo largo del tiempo.

Una forma de evitar discontinuidades al principio y al final de una señal es mediante las funciones de suavizado, una de ellas es la *ventana de Hamming*:

$$v(n) = 0.5383 - 0.4616 \times \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \quad (2.3)$$

La Transformada de Fourier es más efectiva para analizar *señales estacionarias*, es decir, si una señal cambia su comportamiento a lo largo del tiempo, no se conocerán estos cambios, sólo se tendrá un resumen general. Una alternativa para analizar señales no estacionarias (como los EEG) es el uso de la *Transformada de Fourier de tiempo corto* (STDT), en esta técnica la señal se divide en segmentos cortos y a cada uno de estos segmentos se le aplica la DFT, con esto se puede construir un *espectrograma* y observar cómo cambian los componentes de frecuencia a lo largo del tiempo:

$$X(m, f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)v(n-m)e^{-i\frac{2\pi f}{N}n} \quad (2.4)$$

donde m es el desplazamiento de la ventana v con la que se toman segmentos progresivamente a lo largo de toda señal, entre más cortos sean los desplazamientos, mayor resolución tendrá el espectrograma. En la Figura 2.6 se muestra una señal sinusoidal (64 muestras por segundo) en la que cada segundo se aumenta la frecuencia desde 1 Hz hasta 30 Hz, también se muestra su espectrograma.

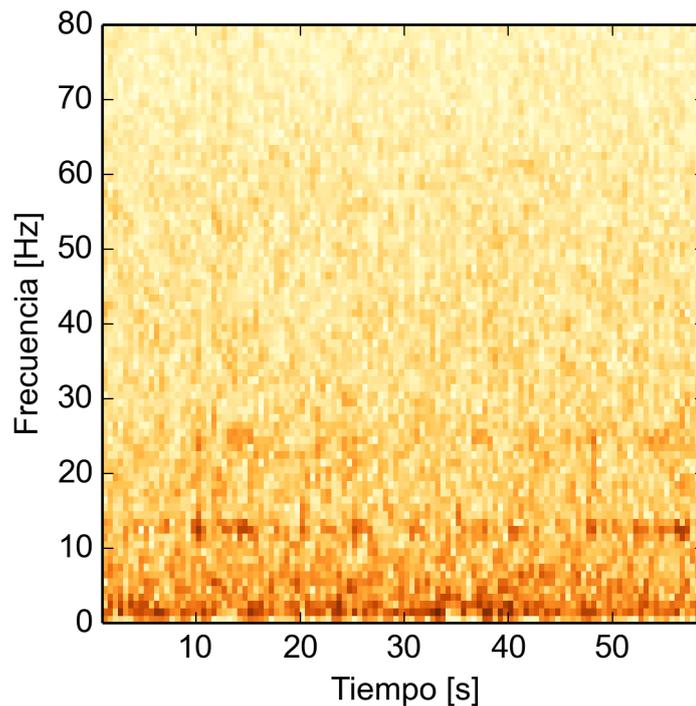


FIGURA 2.7: Espectrograma de un EEG, la actividad se concentra principalmente por debajo de los 30 Hz, sobretodo en la banda alfa y en las frecuencias más bajas.

En la Figura 2.7 se presenta el espectrograma de un EEG con un minuto de duración, se puede apreciar que la mayor parte de la actividad está presente en frecuencias menores a 30 Hz.

Finalmente, mientras que con la DTF el análisis de las señales se limita únicamente al dominio de la frecuencia, con la STFT se hace un análisis más completo sobre el dominio del tiempo-frecuencia. En Al-Fahoum y Al-Fraihat, 2014 se presenta un estudio donde se comparan diversas técnicas de análisis en los dominios de la frecuencia y del tiempo-frecuencia. Otra herramienta muy utilizada para el análisis del tiempo-frecuencia son las *onduletas*, que utilizan funciones diferentes a las sinusoidales para descomponer las señales, además realizan un *análisis multiresolución* en el que se establecen bandas de frecuencia y cada una de ellas se analiza con diferente resolución en lugar de aplicar una misma ventana para todas las bandas como sucede con la STFT, en UNICEN, 2006, está disponible una introducción a las onduletas y en Gandhi, Ketan y Anand, 2011, se compara el uso de diferentes onduletas para la clasificación de EEG.

2.2.3 Descomposición en bandas de frecuencia

Por el tipo de banda que se desea conservar, los filtros se pueden clasificar en cuatro: pasa-bajas, pasa-altas, pasa-bandas y supresor de bandas.

En el diseño de un filtro se deben considerar las siguientes características:

- **Frecuencias de corte:** Rangos de frecuencia en los que, dependiendo del filtro, se conservarán o eliminarán los *componentes de frecuencia*.
- **Rizo:** Es la máxima desviación que puede tener la atenuación respecto a la *ganancia*, el valor de ganancia idealmente es de uno sobre la banda deseada y de cero sobre la banda no deseada, la ganancia se puede entender como el nivel de conservación de un *componente de frecuencia* después de aplicar el filtro.
- **Atenuación en la banda suprimida:** La atenuación mínima que deben tener los *componentes de frecuencia* de la banda no deseada, entre más pequeño sea este valor, mayor ganancia tendrán los componentes no deseados.
- **Banda de transición:** Banda entre el rango de frecuencias permitido y el rango de frecuencias rechazado.

Una manera de filtrar una señal en el dominio del tiempo es mediante el uso de filtros de *respuesta al impulso finita* (FIR):

$$y(n) = \sum_{k=1}^M B(k)x(n-k) \quad (2.5)$$

donde x e y son la entrada y salida del sistema, b es un arreglo con los coeficientes del filtro y M es el *orden* del filtro. Los filtros FIR sólo dependen de las

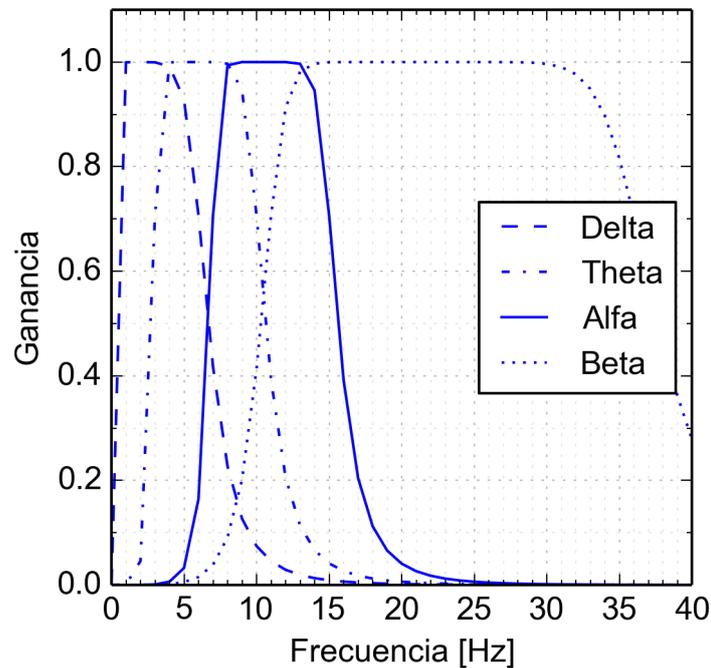


FIGURA 2.8: Filtros Butterworth. Se conserva la información de las bandas deseadas aunque las bandas de transición son prolongadas.

entradas anteriores al sistema. Otra forma de filtrar la señal es utilizando filtros de *respuesta al impulso infinita* (IIR):

$$y(n) = \sum_{k=1}^M B(k)x(n-k) + \sum_{l=1}^N A(l)y(n-l) \quad (2.6)$$

donde A y B son arreglos con los coeficientes del filtro, M y N son el número de coeficientes, usualmente $M = N$ y a este valor es el *orden* del filtro. Los filtros IIR dependen tanto de las entradas como de las salidas anteriores, requieren un mayor número de cálculos pero su eficiencia es mejor, por lo que si el tiempo de procesamiento no es un factor determinante, es más recomendable utilizar filtros IIR.

Existen varios tipos de filtros IIR, entre los más populares están el *Butterworth*, el *Chebyshev Tipo I* y el *Chebyshev Tipo II*, para ilustrar las ganancias que entrega cada uno de ellos, se diseñarán cuatro filtros para las bandas delta, theta, alfa y beta respectivamente. Un aspecto a considerar es que el filtro de la banda delta requiere una banda de transición muy corta por el lado izquierdo, un filtro pasa-bandas puede no satisfacer esta restricción, una alternativa es combinar un filtro pasa-bajas con uno pasa-altas.

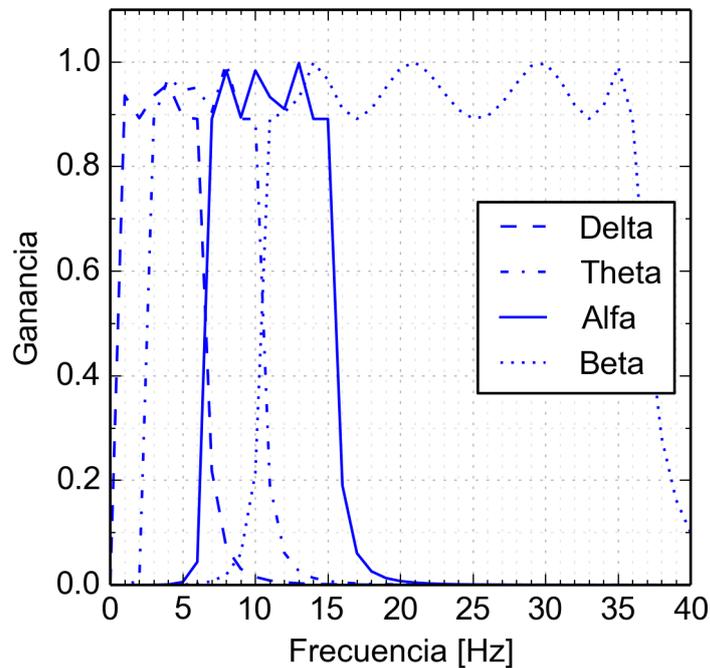


FIGURA 2.9: Filtros Chebishev Tipo I, rizo de -1 db. Las bandas de transición son cortas pero se pierde información de las bandas deseadas.

En la Figura 2.8 se muestran las ganancias utilizando filtros Butterworth, dentro de la banda deseada hay una ganancia del 100%, es decir, se conserva toda la información de las bandas deseadas, sin embargo la banda de transición puede llegar a prolongarse demasiado, permitiendo que se conserve algo de información de las bandas no deseadas.

La banda de transición de un filtro Chebishev Tipo I es más corta, aunque tiene rizo sobre las bandas deseadas, un rizo de -1.5 db dejará una ganancia mínima de 0.84 sobre la banda deseada:

$$D = 20 \times \log_{10}(g) \quad (2.7)$$

donde D son los decibeles que se le permiten alcanzar al rizo a través de la ganancia deseada g . En la Figura 2.9 se muestran las ganancias de los filtros Chebishev Tipo I con un rizo de -1 db.

Por su parte, los filtros Chebishev Tipo II, entregan una ganancia del 100% en una parte de la banda deseada, las bandas de transición son cortas, la desventaja es que deja una ganancia sobre la banda no deseada, entre más atenuación se desee sobre la banda no deseada, menor será el rango donde la ganancia es de uno sobre la banda deseada, por ejemplo, en la Figura 2.10 se muestran las

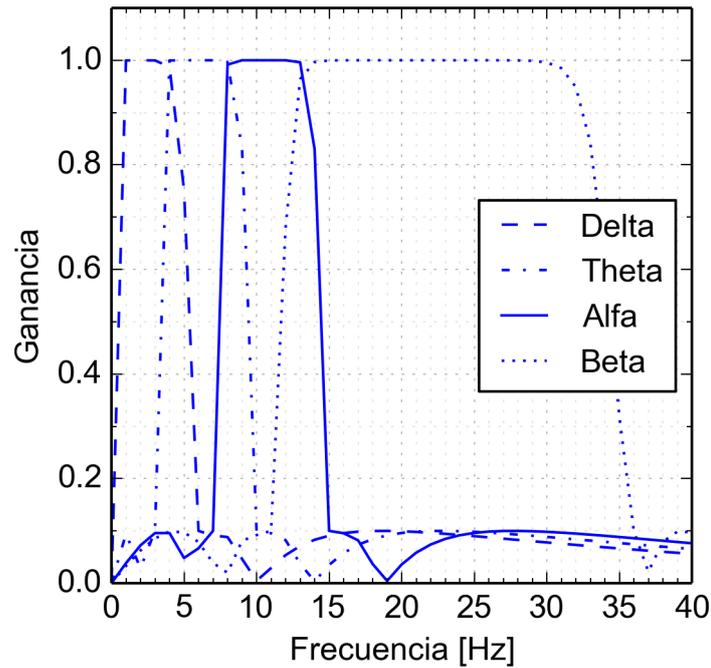


FIGURA 2.10: Filtros Chebyshev Tipo II, atenuación mínima de -20 db. Se conserva la información deseada y la banda de transición es corta pero también se conserva hasta el 10% de los componentes no deseados.

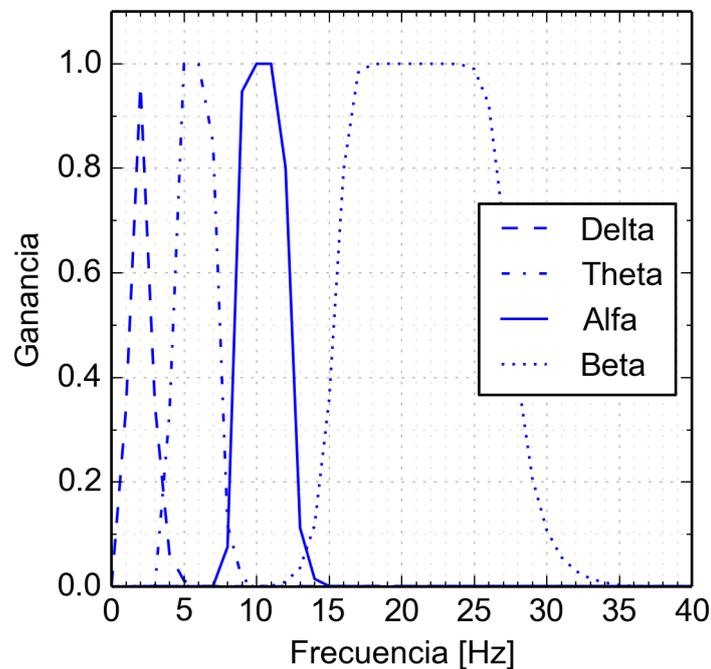


FIGURA 2.11: Filtros Chebyshev Tipo II, atenuación mínima de -60 db. La banda de transición es corta y prácticamente se eliminan los componentes no deseados, sin embargo también se elimina mucha información importante.

respuestas en frecuencia usando una atenuación de -20 db (ganancia máxima del 10 %) sobre la banda no deseada. Si en cambio la atenuación es de -60 db (ganancia máxima del 0.1 %, prácticamente eliminando las bandas no deseadas), también se perderá información en las bandas deseadas como se muestra la Figura 2.11 donde la banda delta nunca llega a tener una ganancia de uno. En la Figura 2.12 se muestra un nivel de atenuación más equilibrado de -34 db (2 % de ganancia) en las bandas rechazadas, conservando muy poca información de esas bandas y dejando una ganancia superior a 0.8 sobre las bandas deseadas.

Un filtro Chebyshev Tipo II con -34 db de atenuación es muy adecuado si se quiere una señal en bandas debido a que se conserva casi toda la información de la bandas deseadas y muy poca de las bandas no deseadas, además de que las bandas de transición entre las bandas de paso y las de rechazo también son suficientemente cortas. En la Figura 2.13 se muestra un segmento de EEG y el mismo segmento después de aplicar un filtro pasabandas de 4 Hz a 30 Hz. De esta manera se puede descomponer una señal en diferentes bandas de interés y analizar su comportamiento por separado.

En Palaniappan, 2010, Capítulo 4, se presenta una introducción a los diferentes tipos de filtros, filtrado en el dominio de la frecuencia y técnicas para su diseño.

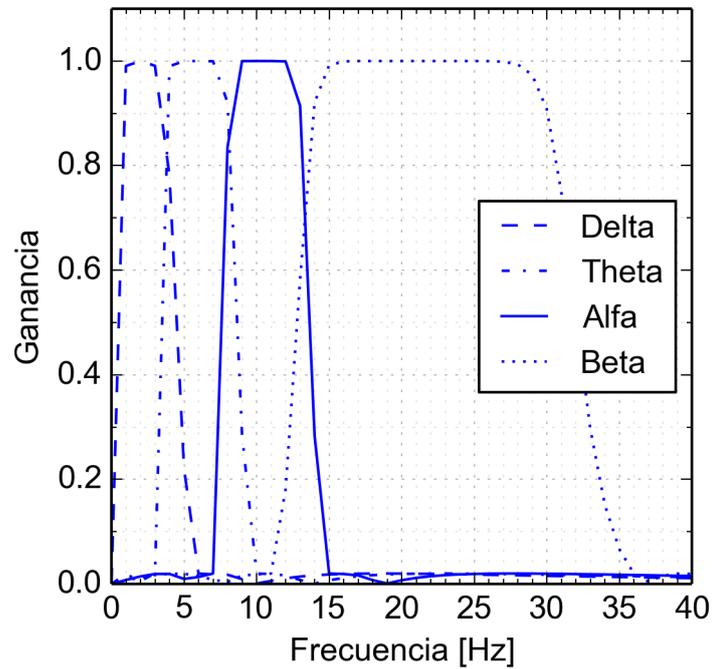


FIGURA 2.12: Filtros Chebyshev Tipo II, atenuación de -34 db. Su banda de transición es corta, conserva adecuadamente la información deseada y elimina casi toda la información no deseada.

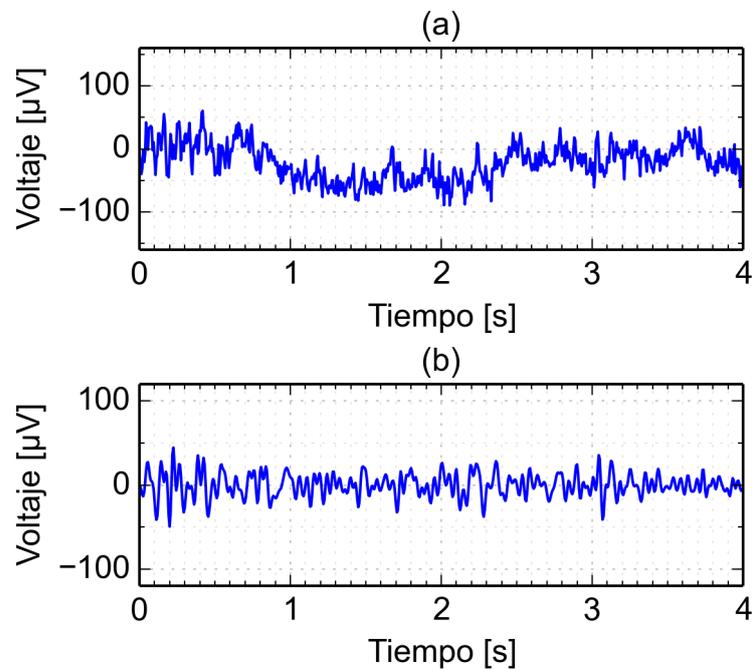


FIGURA 2.13: Filtrado de un EEG. (a) EEG original. (b) EEG conservando únicamente los componentes desde 4 Hz hasta 30 Hz.

2.3 Reducción de dimensionalidad

Es posible que un problema de clasificación se tengan demasiadas características o *dimensiones*, incluso el desempeño del clasificador podría disminuir si se utilizaran todas ellas. Por otro lado, entre menos dimensiones se manejen, menor será el número de operaciones requeridas para el entrenamiento del clasificador. La manera más sencilla de reducir las dimensiones es simplemente seleccionando las características que se consideren más importantes, aunque en algunos problemas no es fácil identificar tales características y se requieren técnicas más avanzadas, entre estas técnicas están el *análisis de componentes principales* (PCA) y el *análisis de componentes independientes* (ICA).

En problemas donde se tienen N observaciones posiblemente correlacionadas, es decir, que por lo menos una de las variables observadas puede aportar información de otra variable observada; el PCA devolverá M ($M < N$) observaciones o *componentes principales* con la propiedad de ser *linealmente incorrelados*. Si los componentes originales se sustituyen por el menor número de componentes principales, entonces la dimensionalidad será reducida.

En otro tipo de problemas, si las observaciones se asumen ser independientes, la técnica de ICA es más adecuada, por ejemplo, si en una habitación hay cinco micrófonos y cinco personas hablando, cada microfono registrará de manera independiente la voz de cada persona con diferente intensidad, un algoritmo ICA tratará de separar las cinco voces utilizando la información que cada micrófono registró, un planteamiento similar sucede con los EEG, donde cada electrodo registra una mezcla de actividad y se tratan de recuperar los *componentes independientes* provenientes de diferentes áreas del cerebro, de acuerdo al problema, algunos componentes independientes serán más importantes que otros (entre los cuales puede haber ruido).

2.3.1 Análisis de componentes independientes

En un problema de análisis de componentes independientes (ICA), se tienen observaciones x_1, x_2, \dots, x_n correspondientes a n *variables aleatorias*, las cuales son combinaciones lineales de las *variables latentes* s_1, s_2, \dots, s_n , es decir,

$$x_i = a_{i1}s_1 + a_{i2}s_2 + \dots + a_{in}s_n, i = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

donde $a_{ij}, i, j = 1, \dots, n$ son coeficientes reales. En los modelos ICA se describe cómo es que un conjunto de observaciones x es generado por un *proceso de mezcla* de componentes s no observados, por lo que su objetivo es estimar tanto los coeficientes a_{ij} como los componentes independientes s_i a partir de las observaciones x_i . La Ecuación 2.8 se puede vectorizar mediante una *matriz de mezcla* \mathbf{A} con los coeficientes a_{ij} :

$$x = \mathbf{A}s \quad (2.9)$$

La Ecuación 2.9 representa el modelo ICA básico que para muchos problemas es suficiente. Para simplificar los cálculos, en este modelo base se hacen algunas restricciones que en modelos más avanzados pueden ser omitidas:

1. Los componentes independientes se asumen ser *estadísticamente independientes*: Cuando dos variables y_1 y y_2 son independientes, la información proporcionada por y_1 no aporta información de y_2 y viceversa, formalmente, la *función de densidad de probabilidad mutua* de las variables y_i es igual al producto de las *probabilidades marginales* de y_i :

$$p(y_1, y_2, \dots, y_n) = p_1(y_1)p_2(y_2), \dots, p_n(y_n) \quad (2.10)$$

donde p es la probabilidad de ocurrencia.

2. Los componentes independientes deben tener distribuciones no gaussianas: Durante la estimación del modelo ICA, se utilizan *cumulantes* de alto orden como la *curtosis* para medir la no gaussianidad de la distribución de las variables y cuando éstas son proyectadas sobre diferentes vectores, la medición de la no gaussianidad siempre será de cero si la distribución es perfectamente gaussiana, haciendo que sea casi imposible determinar el modelo ICA para ese tipo de variables.
3. La matriz de mezcla es cuadrada: Una vez estimada la matriz de mezcla \mathbf{A} , se tiene que obtener su *matriz inversa* \mathbf{A}^{-1} para calcular los componentes independientes:

$$s = \mathbf{A}^{-1}x \quad (2.11)$$

Generalmente una matriz no cuadrada no tiene matriz inversa. Además, esta restricción hace que el número de componentes independientes sea igual al número de variables observadas, en cualquier caso, debido a que s y \mathbf{A} no se conocen, el orden de los componentes independientes podría tomar cualquier valor, por lo que este orden no se puede determinar.

4. Tanto las variables observadas como los componentes independientes están *centrados*: La media $\mu = 0$. Cuando esta restricción no se cumpla, simplemente hay que restar la media de las variables observadas no centradas x' :

$$x = x' - E[x'] \quad (2.12)$$

En consecuencia, los componentes independientes también estarán centrados:

$$E[s] = \mathbf{A}^{-1}E[x] \quad (2.13)$$

mientras que la matriz de mezcla permanece igual. Una vez estimados los componentes independientes, se suma nuevamente la media para restablecerla.

Preprocesamiento

Una vez centradas las variables de acuerdo a la Ecuación 2.12, las variables observadas x se *blanquean* para obtener un vector \tilde{x} con componentes incorrelados y de varianzas igual a uno:

$$E[\tilde{x}\tilde{x}^T] = \mathbf{I} \quad (2.14)$$

donde \mathbf{I} es la *matriz de identidad*. Una manera de blanquear es por medio de la descomposición de los *eigenvalores* de la *matriz de covarianza* de x :

$$E[xx^T] = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T \quad (2.15)$$

donde \mathbf{V} es la *matriz ortogonal* de *eigenvectores* y $\mathbf{\Lambda}$ es la *matriz diagonal* de *eigenvalores*, el blanqueamiento se obtiene de la siguiente manera:

$$\tilde{x} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{V}^T x \quad (2.16)$$

El proceso de blanqueado convierte la matriz de mezcla \mathbf{A} en una nueva matriz ortogonal $\tilde{\mathbf{A}}$:

$$\tilde{x} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{V}^T \mathbf{A}s = \tilde{\mathbf{A}}s \quad (2.17)$$

La importancia de tener una matriz de mezcla ortogonal $\tilde{\mathbf{A}}$ es que el espacio de búsqueda para la matriz de mezcla se restringe únicamente a las matrices ortogonales, en lugar de tener que estimar los n^2 parámetros que pertenecen a la matriz de mezcla original \mathbf{A} .

El proceso de preprocesamiento es muy importante ya que reduce de manera importante la complejidad del problema, se dice que al centrar y blanquear las variables observadas se ha resuelto la mitad del problema. En el resto de esta sección se asumirá que los datos han sido preprocesados conforme se ha descrito hasta este punto.

Maximización de la no gaussianidad y FastICA

De acuerdo al *teorema del límite central*, la distribución de la suma de variables aleatorias independientes tiende a ser gaussiana. Para determinar un componente independiente y se necesita una *combinación lineal* de x_i , o sea, $y = b^T x = \sum_i b_i x_i$, donde b es el vector que se quiere determinar. Como $y = b^T \mathbf{A}s$, el componente independiente y también puede ser visto como una combinación lineal de s_i con coeficientes $q = b^T \mathbf{A}$, en resumen, tenemos que

$$y = b^T x = q^T s = \sum_i q_i s_i \quad (2.18)$$

A medida que los coeficientes q cambien, la distribución $y = q^T s$ también lo hará (asumiendo que los s_i tienen la misma distribución no gaussiana), considerando el teorema del límite central, $y = q^T s$ será más gaussiano que cualquiera de los s_i , de hecho la menor gaussianidad se obtendrá cuando $y = s_i$, en ese caso, sólo un elemento q_i de q será diferente de cero.

En la práctica no se conoce q pero como $q^T s = b^T x$, se puede variar el vector b y observar cómo cambia la distribución de $b^T x$. Un criterio de selección para el vector b es aquel que maximice la no gaussianidad de $b^T x$, ese vector correspondería al q que únicamente tiene un componente diferente de cero, por lo que $y = b^T x = q^T s$ equivale a uno de los componentes independientes.

Por otro lado, una vez que las variables han sido blanqueadas, se puede restringir que el vector b sea unitario, es decir, $\|b\| = 1$, con lo que todas las posibles combinaciones $b^T x$ se pueden interpretar como *proyecciones* sobre una línea acotada por el vector b , que por ser unitario yace sobre una *hiperesfera unitaria*. Cada punto de la hiperesfera unitaria representa una posible proyección.

Una forma clásica de medir la gaussianidad de una variable aleatoria y es mediante el cumulante de cuarto orden *curtosis*, que para una variable centrada es

$$\text{curt}(y) = E[y^4] - 3(E[y^2])^2 \quad (2.19)$$

Si la variable y además está blanqueada, es decir, $E[y^2] = 1$, la curtosis se puede simplificar a

$$\text{curt}(y) = E[y^4] \quad (2.20)$$

Cuando y tiene una distribución gaussiana, entonces $\text{curt}(y) = 0$, para la mayoría de las variables no gaussianas $\text{curt}(y) \neq 0$.

Para ilustrar la maximización de la no gaussianidad, se crearán dos vectores s_1 y s_2 con distribución uniforme y se van a mezclar de tal manera que $x_1 = [2 \ 3]^T [s_1 \ s_2]$ y $x_2 = [1 \ 1]^T [s_1 \ s_2]$, de manera similar se hará con dos vectores gaussianos, en las Figuras 2.14 y 2.15 se muestran los de los vectores s_1 y s_2 con distribución uniforme y con distribución gaussiana respectivamente. Posteriormente, en las Figuras 2.16 y 2.17 se muestran los pares de las mezclas x_1 y x_2 uniformes y gaussianas respectivamente, se puede notar que en el caso gaussiano la forma de la distribución no cambia significativamente. Una vez que se han generado las mezclas, éstas se proyectan hacia diferentes puntos del círculo unitario y se mide la gaussianidad de cada proyección, los puntos donde se maximiza la no gaussianidad representan los vectores b que al multiplicarse por $x = [x_1 \ x_2]$ devuelven los componentes independientes. En el caso de las distribuciones uniformes, la curtosis es de -1.19 y las proyecciones con menor gaussianidad están en 76° y 166° ; en las distribuciones gaussianas, a pesar de que también hay mínimos, hay que observar que la gaussianidad casi no varía, la poca variación se debe a que la curtosis es de 0.03, en variables gaussianas perfectas no habría variación y por lo tanto no se podría determinar un mínimo como se muestra en Figuras 2.18 y 2.19.

En la práctica la curtosis no es un método robusto ya que es sensible a anomalías, otra medida muy utilizada y más robusta para medir la no gaussianidad es la *negentropía*, la cual se basa en la *entropía*, una medida que a su vez es muy utilizada en *teoría de información* para medir qué tanta información aporta una

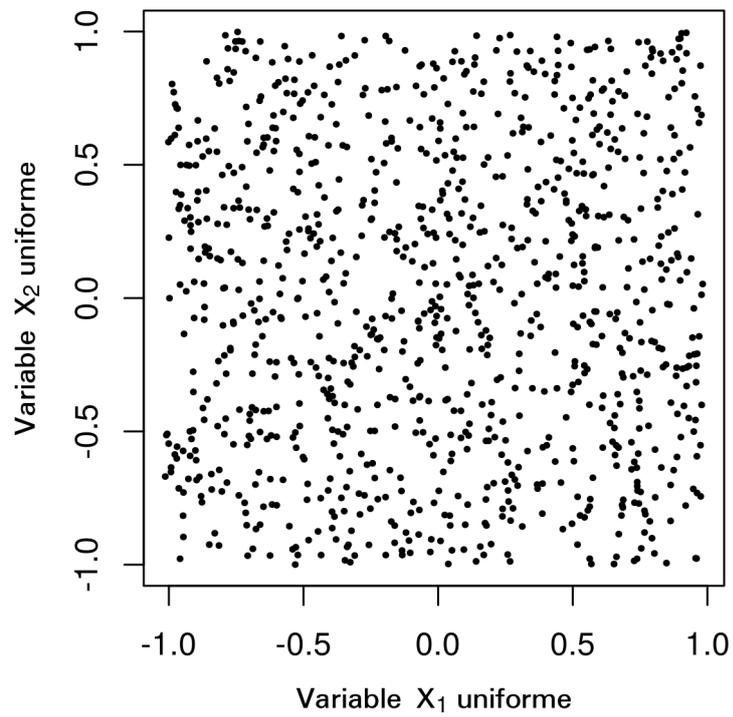


FIGURA 2.14: Dos variables con distribución uniforme.

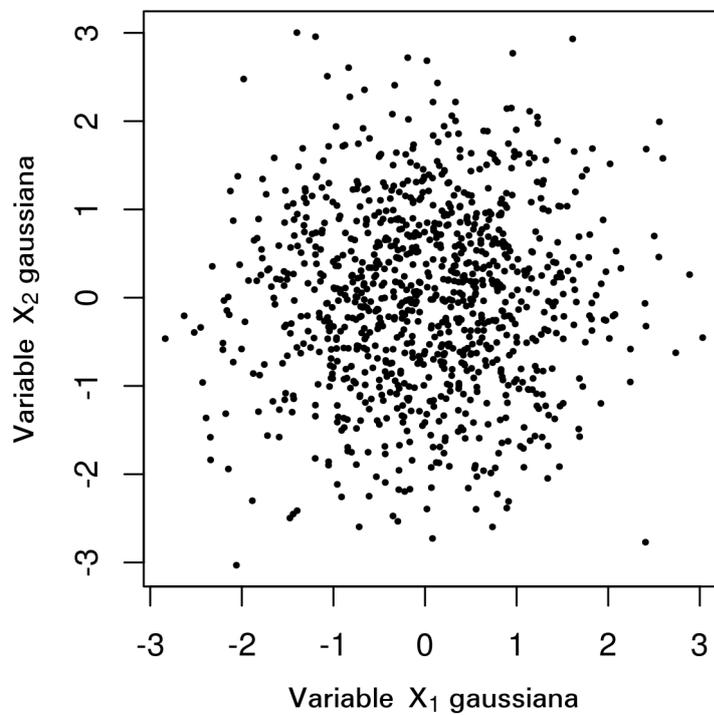


FIGURA 2.15: Dos variables con distribución gaussiana.

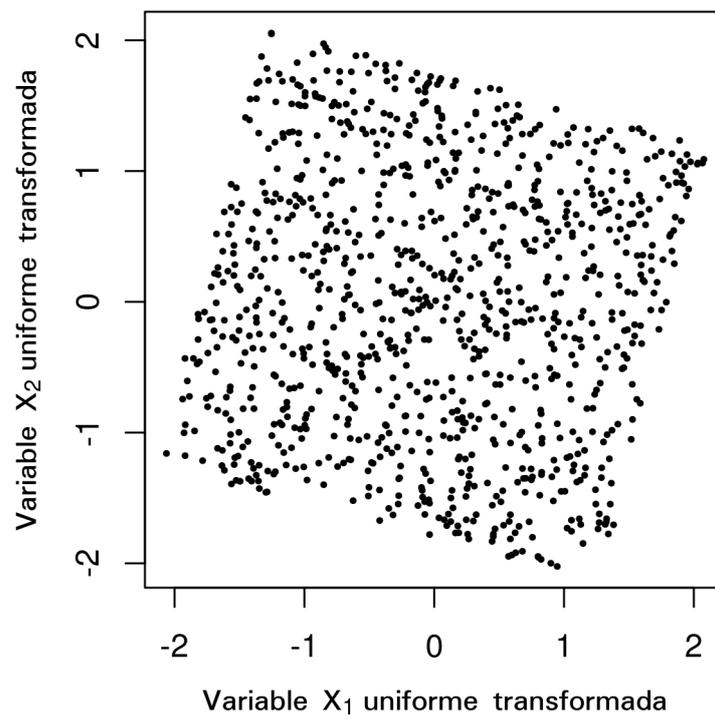


FIGURA 2.16: Dos variables con distribución uniforme después de mezclarse.

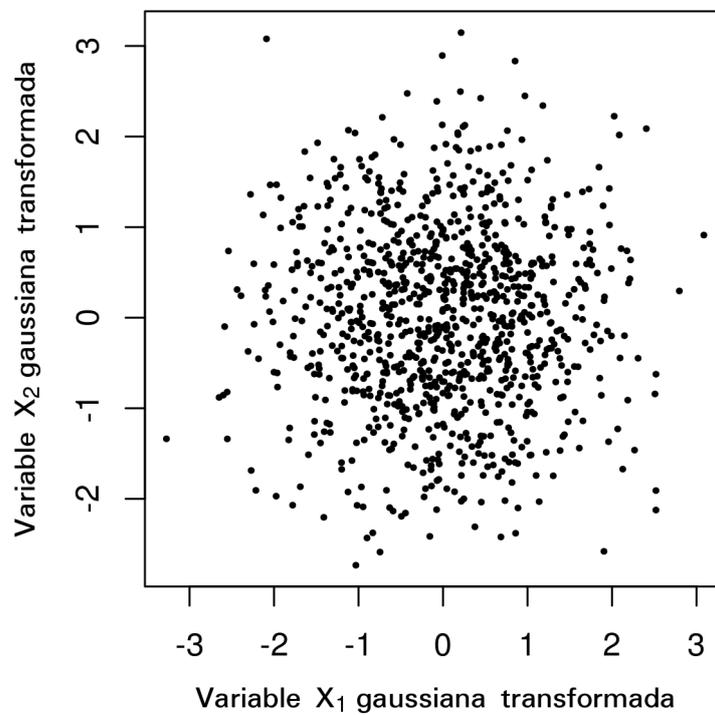


FIGURA 2.17: Dos variables con distribución gaussiana después de mezclarse.

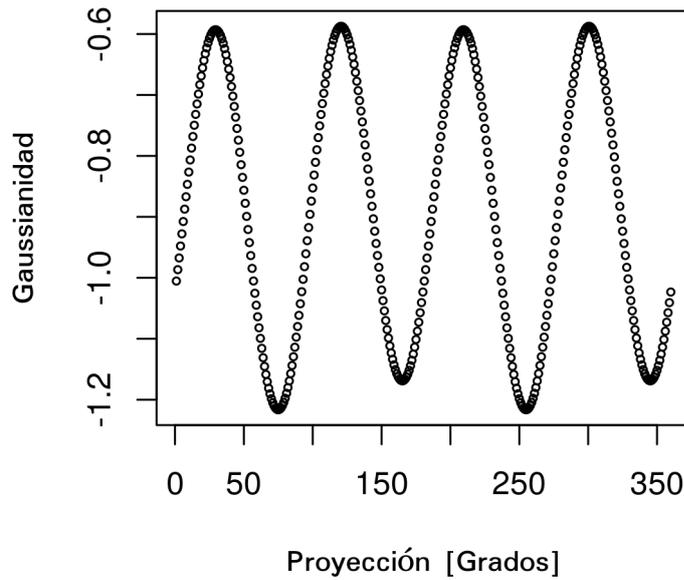


FIGURA 2.18: Gaussianidad de las variables uniformes mezcladas al proyectarse sobre el círculo unitario, la gaussianidad es menor si se proyecta la mezcla en 76° y en 166° , hacia estas proyecciones se obtienen nuevamente los componentes independientes originales.

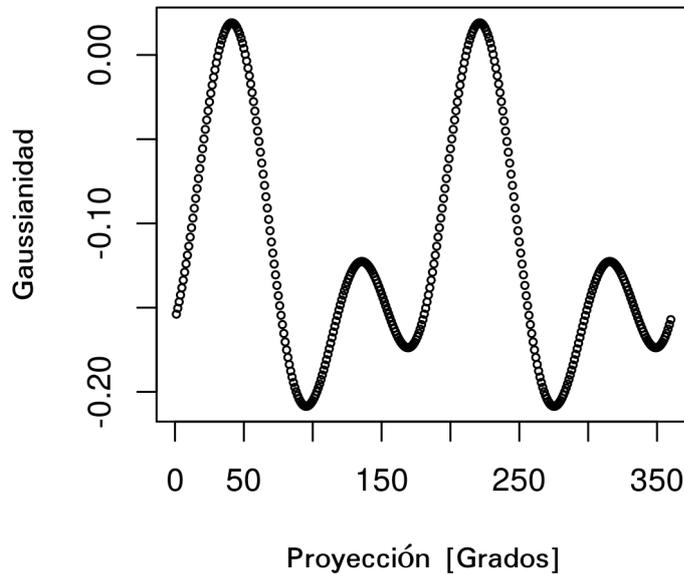


FIGURA 2.19: Gaussianidad de las variables gaussianas mezcladas al proyectarse sobre el círculo unitario, a pesar de que hay mínimos, la gaussianidad varía muy poco (entre -0.21 y 0.02) debido a que la curtosis es de 0.03, cuando ésta vale cero no hay ninguna variación.

variable, entre más aleatoria es una variable, más difícil es de predecir y mayor será su nivel de entropía. La *entropía diferencial* de un vector aleatorio y con densidad $p_y(\eta)$ se define como

$$H(y) = - \int p_y(\eta) \log(p_y(\eta)) d\eta \quad (2.21)$$

donde $p_y(\eta)$ es la probabilidad de ocurrencia de un valor η . Una variable gaussiana tiene mayor entropía comparada con otras distribuciones de igual varianza, para medir la no gaussianidad de tal manera que valga cero si la variable es gaussiana y sea no negativa en los demás casos, se emplea la negentropía J :

$$J(y) = H(y_{gauss}) - H(y) \quad (2.22)$$

donde y_{gauss} es una variable aleatoria gaussiana con la misma varianza que y (o matriz de covarianza cuando se trate de múltiples variables), sin embargo el calcular la negentropía puede ser complicado y la mejor opción es hacer una aproximación, una forma de aproximación es mediante la proporción:

$$J(y) \propto (E[G(y)] - E[G(v)])^2 \quad (2.23)$$

donde v es una variable gaussiana *estandarizada* mientras que G es una función no cuadrática, particularmente se consideran útiles las siguientes funciones G :

$$G(y) = \log(\cosh(y)) \quad (2.24)$$

$$G(y) = -\exp(-y^2/2) \quad (2.25)$$

Anteriormente se mostró que para encontrar la máxima no gaussianidad de una variable, se hacían proyecciones sobre un *círculo unitario* (que se puede generalizar a una hiperesfera), sin embargo en un problema real de mayores dimensiones sería muy costoso probar con una enorme cantidad de proyecciones, en general en este tipo de situaciones se utilizan los *gradientes*, que son vectores que apuntan hacia donde existe mayor variación y que iterativamente llegan hasta un mínimo o máximo (local o global) y aunque es posible utilizarlos en los algoritmos ICA, existen mejores alternativas para *converger* hacia la mejor proyección en un menor número de iteraciones y sin tener que proporcionar una *tasa de aprendizaje*, esto se logra mediante *algoritmos de punto fijo*, utilizando la negentropía como métrica, las operaciones en esta etapa son

$$b \leftarrow E[xg(b^T x)] - E[g'(b^T x)]b \quad (2.26)$$

$$b \leftarrow b/\|b\| \quad (2.27)$$

donde g puede ser la derivada de las Ecuaciones 2.24 o 2.25; o bien, alguna de las siguientes ecuaciones:

$$g(y) = \tanh(y) \quad (2.28)$$

$$g(y) = y \times \exp(-y^2/2) \quad (2.29)$$

$$g(y) = y^3 \quad (2.30)$$

g' es la derivada de g y b se inicializa aleatoriamente con la restricción de que sea unitario, de hecho para garantizar esta restricción se aplica la Ecuación 2.27 en cada iteración. En análisis de componentes independientes, a este tipo de convergencias se les conoce como *FastICA*.

Hasta este punto se ha asumido que se desea encontrar un sólo componente independiente, para estimar más de un componente independiente se considera que los diferentes vectores b_i son ortogonales en el espacio blanqueado, para estimarlos se puede ejecutar el algoritmo para un sólo componente varias veces utilizando los vectores b_1, b_2, \dots, b_p , para prevenir que dos vectores converjan hacia el mismo máximo, se ortogonalizan los vectores b_1, b_2, \dots, b_p después de cada iteración, una de las formas de ortogonalización es la *ortogonalización deflacionaria* mediante el *método de Gram-Schmidt* donde una vez estimado un vector b_{p+1} se le restan las proyecciones de los p vectores previamente estimados:

$$b_{p+1} \leftarrow b_{p+1} - \sum_{j=1}^p (b_{p+1}^T b_j) b_j \quad (2.31)$$

después de lo cual b_{p+1} se vuelve a normalizar.

De esta manera es como funcionan los algoritmos *FastICA* para varios componentes independientes. Una referencia muy completa acerca de análisis de componentes independientes es Hyvärinen, Jarhunen y Oja, 2001, donde se abordan los conceptos estadísticos y de teoría de información fundamentales, se explica con mayor detalle el razonamiento detrás de los algoritmos ICA, así como los algoritmos mismos, variantes para diferentes situaciones, entre muchas otras estrategias.

2.4 Técnicas de extracción de características en bioseñales

En todo problema de clasificación, es muy importante seleccionar los rasgos o características que pueden distinguir a un objeto de los demás, por ejemplo, si se desea identificar el sexo de una persona, se logrará una mejor clasificación si utilizamos como *característica* el cabello, el bello facial o la complexión, en cambio, si consideramos los ojos o la nariz, la eficiencia de la clasificación será inferior aunque se utilice un mejor *método de clasificación*. Para las señales en general, existen una gran variedad de técnicas de extracción de características, algunas más adecuadas que otras de acuerdo al problema, una técnica útil para problemas simples puede ser la selección de valores del espectro o

del espectrograma de la señal, el problema es que estos valores no necesariamente representan al contenido original de toda la señal y pueden no ser suficientes para caracterizarla adecuadamente, dos técnicas útiles para extraer características representativas de una señal son los *modelos autorregresivos* y los *descriptores de Hjorth*.

2.4.1 Modelo autorregresivo para la estimación del espectro

Una forma de extraer características de una señal es mediante un *modelo autorregresivo* (AR), estos modelos asumen que una muestra se relaciona con una *combinación lineal* de las p muestras anteriores, donde p es el orden del modelo, lo cual también tiene utilidad en la predicción de valores futuros. Los modelos AR están entre los más sencillos dentro de toda una familia de modelos utilizados para el análisis de *series de tiempo* entre los cuales también están los modelos de media móvil (MA), los modelos autorregresivos de media móvil (ARMA), que además pueden ser integrados (ARIMA), entre otros. En Shumway y Stoffer, 2000 se describen algunos de estos modelos, así como algunos criterios para seleccionar sus parámetros de manera adecuada.

El modelo AR o *todo-polos* para una señal x se expresa de la siguiente forma:

$$x(n) = \sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + e(n) \quad (2.32)$$

donde a es un arreglo con los p coeficientes del modelo y $e(n)$ es ruido gaussiano. Uno de los métodos para determinar los coeficientes es mediante el *método de la autocorrelación*, primero se aplica algún tipo de ventana a la señal, como la descrita en la Ecuación 2.3 para obtener:

$$x_v(n) = v(n)x(n) \quad (2.33)$$

donde $v(n)$ es la ventana seleccionada, posteriormente se busca minimizar la energía E de la señal residual $e(n)$:

$$E = \sum_n (x_w(n) - \sum_{k=1}^p a_k x_w(n-k))^2 \quad (2.34)$$

Para encontrar los valores a que minimizan E , se establece $\frac{\partial E}{\partial a_k} = 0$, con $k = 1, 2, \dots, p$. Una forma de resolver este problema es mediante el *Algoritmo de Levinson-Durbin* utilizando los primeros p coeficientes de la autocorrelación de $x_v(n)$, en Islam, 2000, se desglosa este procedimiento con mayor detalle, además se mencionan otros métodos para encontrar los parámetros de un modelo AR.

Unos cuantos coeficientes AR pueden ser suficientes para repesentar a una señal compuesta por miles de muestras, motivo por el que se utilizan mucho en procesamiento de voz o en compresión de señales. Un método intuitivo para verificar si los coeficientes son adecuados es estimando el espectro de la señal

original mediante la respuesta en frecuencia de los coeficientes AR. En la Figura 2.20 se compara el espectro de un EEG con la respuesta en frecuencia de un modelo AR de orden 20.

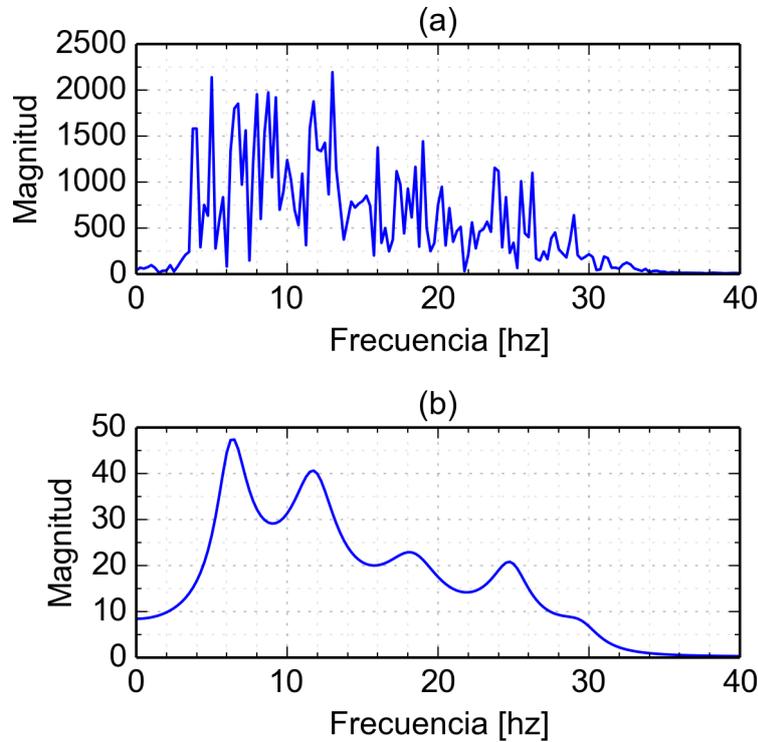


FIGURA 2.20: Espectro de un EEG y su estimación. (a) Espectro obtenido mediante la transformada de Fourier. (b) Respuesta en frecuencia de los coeficientes autorregresivos obtenidos a partir de la señal original.

2.4.2 Descriptores de Hjorth

Los descriptores de Horth se utilizan para representar a una señal con tres valores: *actividad*, *movilidad* y *complejidad*.

La actividad representa la *potencia* o *energía promedio* de la señal y se obtiene por medio de la varianza de la misma:

$$A_x = \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - \mu_x)^2}{N} \quad (2.35)$$

La movilidad representa la *frecuencia media* de la señal, para obtenerla se divide la desviación estándar de la primera derivada de la señal entre la desviación estándar de la señal original:

$$M_x = \sqrt{\frac{A_{x'}}{A_x}} \quad (2.36)$$

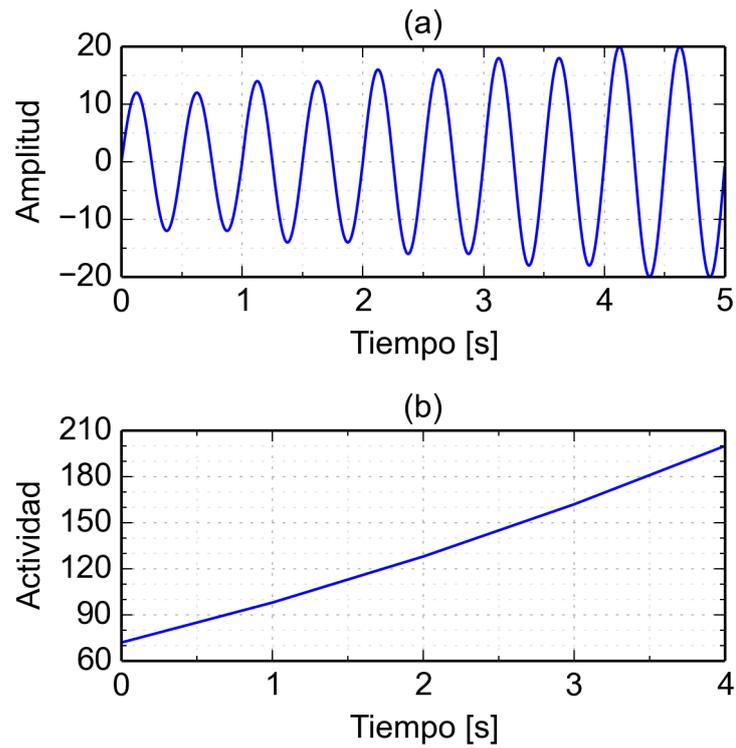


FIGURA 2.21: Señal con actividad creciente. A medida que la amplitud de la señal aumenta, la energía promedio crece.

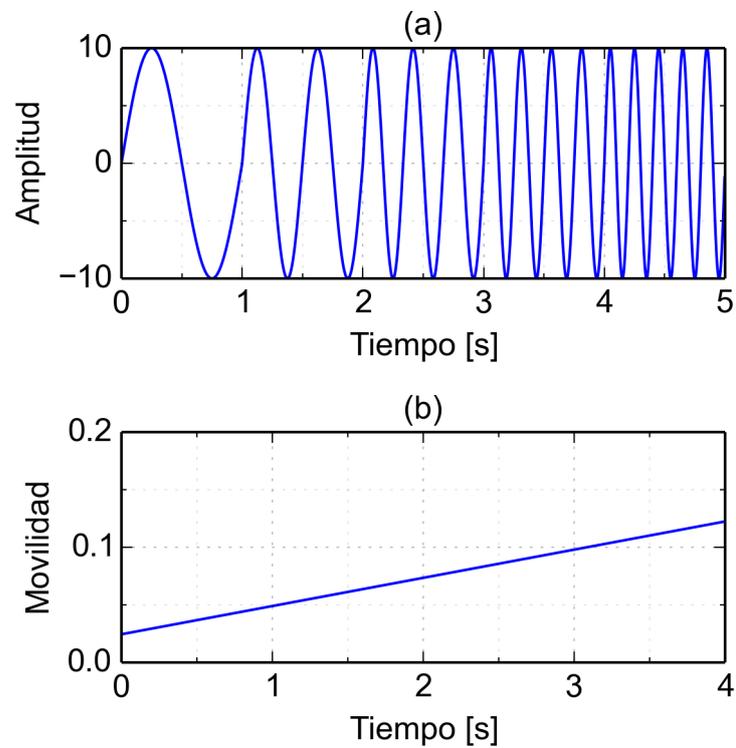


FIGURA 2.22: Señal con movilidad creciente, este crecimiento se debe a que la frecuencia de la señal se va incrementando.

donde $x' = \frac{dx}{dt}$ y se obtiene con las diferencias de dos muestras consecutivas, es decir, $x'(n) = x(n) - x(n - 1)$. El tercer descriptor, es decir, la complejidad, mide los cambios de la frecuencia:

$$C_x = \frac{M_{x'}}{M_x} \quad (2.37)$$

En la Figura 2.21 se muestra una sinusoidal con amplitud creciente en cada segundo, la actividad aumenta junto con la amplitud, para esa misma señal la movilidad y la complejidad permanecen constantes. Por otro lado, si en la sinusoidal solo aumenta la frecuencia y la amplitud permanece constante, es la movilidad la que aumenta y los descriptores de actividad y complejidad permanecen constantes como se muestra en la Figura 2.22. Por último, en la Figura 2.23 se muestra una combinación de la señal anterior con otra de mismas frecuencias pero a la mitad, el resultado es una sinusoidal con cambios de frecuencia donde el descriptor de complejidad también varía.

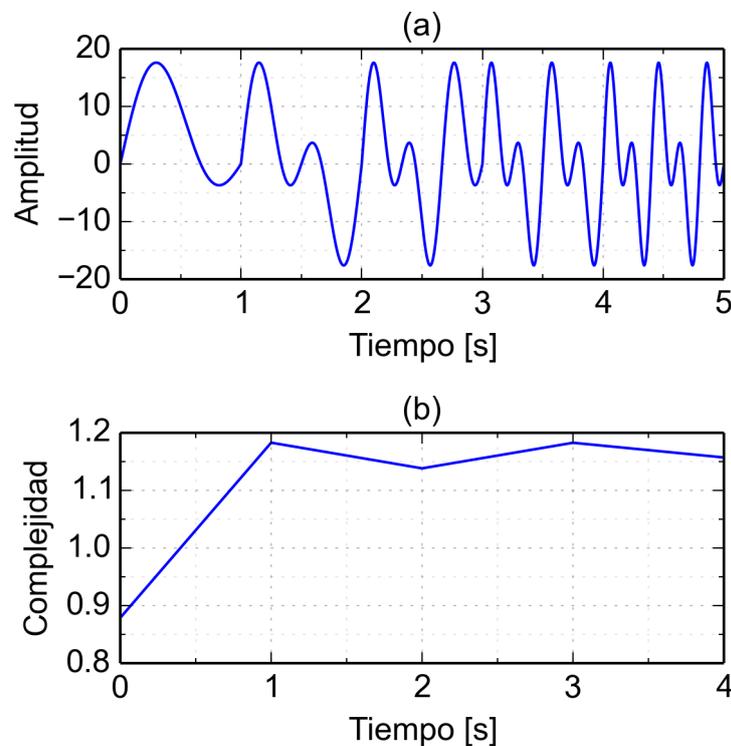


FIGURA 2.23: Señal con complejidad variable. Las variaciones de este descriptor se deben a los cambios de frecuencia de la señal.

En Vidacurre y col., 2009, se utilizan los descriptores de Hjorth como técnica de extracción de características en EEG. Finalmente, otros métodos sencillos para la extracción de características son descritos en Palaniappan, 2010, capítulo 5. Por sí sola una técnica puede no dar buenos resultados, a veces es necesario combinar diferentes técnicas, por ejemplo, los descriptores de Horth o los coeficientes autorregresivos pueden ser extraídos de señales previamente filtradas para que las características no capten información de frecuencias no deseadas.

2.5 Técnicas de clasificación de datos

Una vez que se han seleccionado las características más representativas para describir las muestras de un conjunto a clasificar, se debe elegir un método de clasificación. La selección del método de clasificación se debe hacer considerando la cantidad, tipo o estructura de los datos a clasificar, esto con el objetivo de obtener el mejor rendimiento posible.

2.5.1 Tipos y métodos comunes de clasificación

A grandes rasgos, existen dos tipos de clasificación: no supervisada o *agrupamiento* y supervisada.

Clasificación no supervisada

En este tipo de problemas no se conoce desde un principio la clase o grupo de pertenencia de ninguna muestra, los algoritmos de clasificación no supervisada forman grupos y en base a algún criterio asignan cada muestra a uno de los grupos. Entre los métodos de agrupamiento más populares están:

- **Métodos de particionado:** Suelen utilizar medidas de distancia para separar muestras, por lo que no tienen problema en hacer separaciones en forma *esférica*. Una desventaja es que se tiene que especificar el número k de grupos que se van a crear, es decir, dado un conjunto de datos D , n muestras y k grupos a formar, el algoritmo organiza las muestras en los k grupos basándose, por ejemplo, en alguna *medida de similitud* como la *distancia euclidiana*. El algoritmo más popular de este tipo es el *k-Means*, en el cual se crean *centroides* o puntos que representan el centro de un grupo, las muestras se asignan al grupo con el centroide más cercano, los centroides se van ajustando hasta que no haya cambios significativos.
- **Métodos heurísticos:** Realizan el agrupamiento en múltiples niveles por medio de *árboles de grupos*, por ejemplo, si se tiene un conjunto de datos que representan animales, se puede hacer una clasificación muy general en *animales terrestres* o *animales marinos*; o bien, se puede aumentar el nivel de clasificación a *reptiles*, *aves*, *mamíferos*, *peces* o *crustáceos*; o incluso se puede clasificar detalladamente en animales específicos. Se puede partir desde algo muy general a algo muy específico mediante *algoritmos divisivos* como el algoritmo *DIANA* o viceversa mediante *algoritmos aglomerativos* como el *AGNES*.
- **Métodos basados en la densidad:** Separan grupos de alta densidad utilizando regiones de baja densidad como separadores, son efectivos cuando los grupos tienen formas arbitrarias ya que no comparan distancias directamente contra un centroide, más bien un grupo va creciendo mientras se encuentre una alta concentración de vecinos de los objetos que ya están en el grupo. Un algoritmo de este tipo es el *DBSCAN*.

En Han, Kamber y Pei, 2012, capítulo 10, se proporcionan de manera detallada estos y otros algoritmos de agrupamiento, medidas de similitud comunes y otras técnicas que pueden ser incorporadas para mejorar el agrupamiento.

Clasificación supervisada

En este tipo de problemas se cuenta inicialmente con un conjunto de muestras o *conjunto de entrenamiento* del cual se conocen las clases de pertenencia de cada una de sus muestras, el algoritmo de clasificación supervisada utiliza el conjunto de entrenamiento para establecer los criterios con los que se asignarán las clases de pertenencia a las muestras que aún no las tienen. Este tipo de clasificación es útil en problemas donde se tenga un conjunto finito de clases definidas, por ejemplo, cuando se desea determinar si otorgar o no un crédito a una persona; o realizar un diagnóstico médico a partir de un conjunto de síntomas. En cambio, cuando las posibles clases son numéricas e infinitas, se tratará de un problema de *regresión* en donde se utilizan técnicas diferentes.

Entre los algoritmos más sencillos de clasificación están los *árboles de decisión*, donde los *nodos no terminales* evalúan una característica (por ejemplo, *Actividad alfa*) y los *nodos terminales* representan una clase (por ejemplo, *Voluntario 1*), en la Figura 2.24 se muestra un ejemplo de árbol de decisión para determinar si, considerando la actividad alfa y la movilidad alfa, una muestra pertenece al voluntario 1 o al voluntario 2.

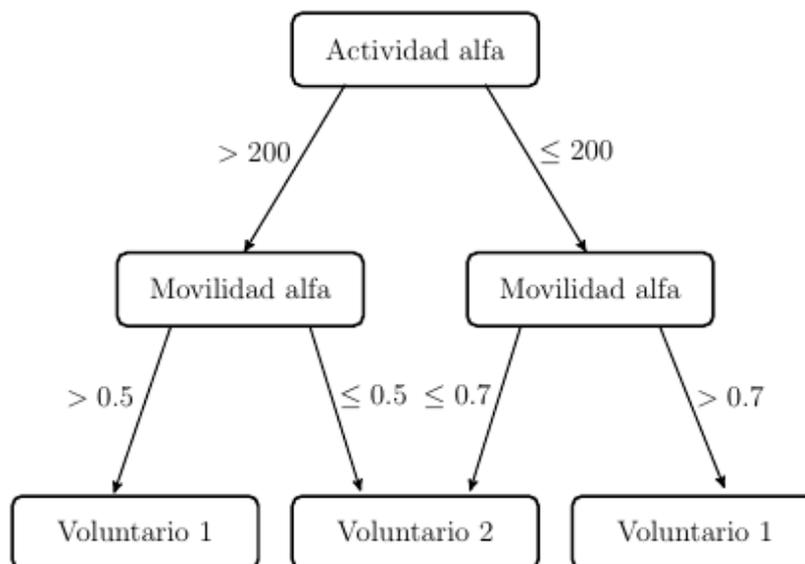


FIGURA 2.24: Ejemplo de árbol de decisión. Dependiendo de los valores que tengan las características *Actividad alfa* y *Movilidad alfa*, se clasificará la muestra como perteneciente a *Voluntario 1* o a *Voluntario 2*.

Para establecer las reglas de un árbol de decisión se utiliza el conjunto de entrenamiento, sin embargo, en problemas reales casi siempre sucederá que aunque se tengan las mismas condiciones se pueden tener diferentes decisiones o clases, para resolver este problema se utilizan *probabilidades condicionales*, por ejemplo, si se tiene un conjunto de datos de pacientes a los que se les midió la temperatura y se encuentra que, entre los que tenían más de 38° C, el 75 % de los pacientes tenía resfriado, se podrá decidir con cierta confianza si un paciente tiene o no resfriado a partir de su temperatura. A este tipo de algoritmos también se les conoce como *clasificadores Bayesianos*.

Tanto los árboles de decisión como los clasificadores Bayesianos funcionan mejor con *datos categóricos*, pero si las características son *datos cuantitativos* y además provienen de una estructura más compleja (como el cerebro) se requieren métodos más avanzados, dos de los métodos de clasificación supervisada que más se utilizan en este tipo de problemas (incluyendo problemas dentro del área de medicina) son las *máquinas de soporte vectorial (SVM)*, de las cuales se hablará con mayor detalle en la siguiente sección; y las *redes neuronales de retropropagación*. Una *red neuronal* es un conjunto de unidades o *neuronas* de entrada o salida en donde cada conexión tiene un peso asociado. Durante la etapa de entrenamiento, la red neuronal ajusta los pesos de las conexiones con el objetivo de minimizar el error de predicción del conjunto de entrenamiento. Es importante seleccionar adecuadamente la *topología* o estructura de la red neuronal, por ejemplo, el número de capas, el número de neuronas de cada capa o las *funciones de transición*.

En Han, Kamber y Pei, 2012, capítulos 8 y 9, se encuentran más detalles acerca de los métodos de clasificación supervisada mencionados, así como otros métodos comunes en el área de clasificación supervisada.

2.5.2 Máquinas de soporte vectorial

Las *máquinas de soporte vectorial (SVM)* son un método de clasificación supervisada donde las muestras con n características son representadas mediante *vectores* en R^n . El objetivo es encontrar una separación lineal o *frontera de decisión* entre las muestras pertenecientes a una *clase positiva* y las que pertenecen a una *clase negativa*, en la mayoría de los problemas no es posible realizar tal separación, para resolver esto se realizan *mapeos* a otros espacios donde es posible encontrar la frontera de decisión.

Máquinas de soporte vectorial lineales de margen fuerte

Cuando las muestras de las dos clases son *linealmente separables*, se puede utilizar esta separación como frontera de decisión que además está representada por el *hiperplano*:

$$\vec{w} \cdot \vec{x} + b = 0 \quad (2.38)$$

donde \vec{w} es el *vector normal* del hiperplano, \vec{x} es un punto arbitrario sobre el hiperplano y b es la distancia perpendicular entre el hiperplano y el origen. En los problemas con clases linealmente separables existe la posibilidad de que más de un hiperplano pueda hacer la separación lineal, por lo que además se busca que el hiperplano maximice su distancia respecto a los *vectores de soporte*, es decir, los vectores de ambas clases más cercanos. De manera convencional, se asignará a la clase y el valor $y = 1$ cuando se trate de la clase positiva y el valor $y = -1$ cuando sea la clase negativa, así las muestras que pertenezcan a la clase positiva se ubicarán en la región:

$$\vec{w} \cdot \vec{x} + b \geq 1 \quad (2.39)$$

mientras que las que pertenezcan a la clase negativa en la región:

$$\vec{w} \cdot \vec{x} + b \leq -1 \quad (2.40)$$

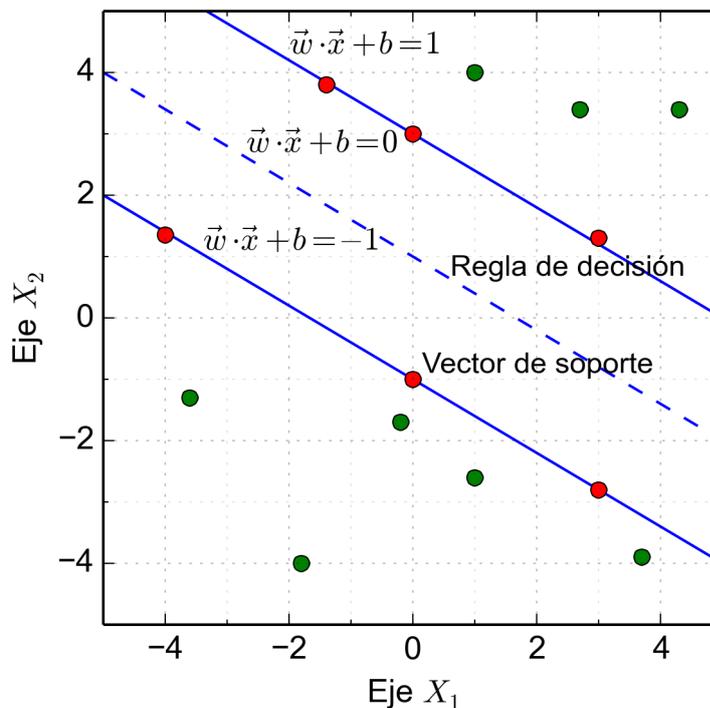


FIGURA 2.25: Máquinas de soporte vectorial. Los vectores de soporte son aquellos que están más cerca del hiperplano o regla de decisión que divide a las dos clases.

Se pueden generalizar las Ecuaciones 2.39 y 2.40 en:

$$y(\vec{w} \cdot \vec{x} + b) \geq 1 \quad (2.41)$$

donde los vectores de soporte son todos aquellos que cumplan que $y(\vec{w} \cdot \vec{x} + b) = 1$. La ecuación 2.41 representa la *regla de decisión* de este algoritmo de clasificación. En la Figura 2.25 se muestra un ejemplo de SVM con clases linealmente

separables.

El *margen de separación* A entre los hiperplanos de los vectores de soporte está definido por

$$A = \frac{2}{\|w\|} \quad (2.42)$$

Para maximizar la Ecuación 2.42 se puede reescribir la ecuación de la siguiente manera: $\max(\frac{2}{\|w\|}) \approx \max(\frac{1}{\|w\|}) \approx \min(\|w\|)$, conviene escribir esta minimización o *función objetivo* de la siguiente manera:

$$F.O. = \min\left(\frac{1}{2}\|w\|^2\right) \quad (2.43)$$

que además está sujeta a la Ecuación 2.41. La deducción de los planteamientos anteriores puede ser consultada en Winston, 2014. La Ecuación 2.43 tiene la forma de un problema de *optimización*, particularmente de *programación cuadrática con restricciones lineales* y con la *forma primal*

$$\min\left(\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K w_k^2\right) \text{ s.a. } y_n(\vec{w} \cdot \vec{x}_n + b) - 1 \geq 0 \quad (2.44)$$

donde K es el número de características y N es el número de muestras. Este tipo de problemas pueden ser resueltos mediante el método de los *multiplicadores Lagrangeanos*, el Lagrangeano de la forma primal se define como

$$\Lambda_P(\vec{w}, b, \vec{\alpha}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K w_k^2 - \sum_{n=1}^N \alpha_n (y_n(\vec{w} \cdot \vec{x}_n + b) - 1) \quad (2.45)$$

Para obtener la *forma dual* se igualan las derivadas parciales respecto a \vec{w} y b con cero, además los multiplicadores α_i no deben ser negativos:

$$\frac{\partial \Lambda_P(\vec{w}, b, \vec{\alpha})}{\partial b} = 0 \rightarrow \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n = 0 \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial \Lambda_P(\vec{w}, b, \vec{\alpha})}{\partial \vec{w}} = 0 \rightarrow \vec{w} = \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n \vec{x}_n \quad (2.47)$$

Sustituyendo 2.46 y 2.47 en 2.45 se obtiene la forma dual

$$\Lambda_D(\vec{\alpha}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n - \frac{1}{2} \sum_m^N \sum_n^N \alpha_m \alpha_n y_m y_n \vec{x}_m \cdot \vec{x}_n \text{ s.a. } \alpha_n \geq 0 \text{ y } \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n = 0 \quad (2.48)$$

A este tipo de máquinas se les conoce como *máquinas de soporte vectorial lineales de margen fuerte* debido a que los hiperplanos están absolutamente delimitados por los vectores de soporte.

Máquinas de soporte vectorial de margen suave

En la práctica casi en ningún problema se tienen datos que pertenezcan a clases linealmente separables, por lo que las máquinas de margen fuerte tienen poca utilidad. Una primera variante de las SVM lineales es la sustitución del *margen fuerte* por un *margen suave* donde se toleran vectores ubicados más allá de la frontera que les corresponde, el mecanismo de control sobre esos vectores se logra mediante la *variable de regularización* C , entre mayor sea el valor C especificado por el usuario, mayor será la penalización sobre el vector x_n , de hecho las SVM de margen fuerte son un caso particular de las SVM de margen suave cuando C tiende a infinito. Por otro lado, no sería eficiente penalizar a todos los vectores por igual, para esto también se introduce una distancia D_n asociada a cada vector X_n que está fuera de su frontera correspondiente, $D_n = 0$ para las demás muestras. La forma primal de este nuevo planteamiento es

$$\min\left(\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K w_k^2 + C \sum_{n=1}^N D_n\right) \text{ s.a. } y_n(\vec{w} \cdot \vec{x}_n + b) \geq 1 - D_n \text{ y } D_n \geq 0 \quad (2.49)$$

Y en la forma dual correspondiente sólo se agrega una restricción:

$$\Lambda_D(\vec{\alpha}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n - \frac{1}{2} \sum_m \sum_n \alpha_m \alpha_n y_m y_n \vec{x}_m \cdot \vec{x}_n \text{ s.a. } 0 \leq \alpha_n \leq C \text{ y } \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n = 0 \quad (2.50)$$

Uno de los beneficios de agregar esta tolerancia es que se puede llegar a la *solución óptima* con un menor número de operaciones.

Máquinas de soporte vectorial no lineales

En la mayoría de los problemas, las clases no son linealmente separables y el factor de tolerancia tampoco es suficiente. Sin embargo es posible mapear el *espacio característico* R^K (donde K es el número de características) de los vectores a otro espacio R^L de mayor dimensión ($K < L$) donde las clases de los vectores mapeados sean linealmente separables, un ejemplo de *mapeo explícito* de un espacio bidimensional a uno tridimensional $\phi : R^2 \rightarrow R^3$ es:

$$\phi(\vec{x}) = \begin{bmatrix} x_1^2 \\ \sqrt{2}x_1x_2 \\ x_2^2 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

En la Figura 2.26 se muestra un conjunto de datos en R^2 y en la Figura 2.27 su mapeo ϕ hacia R^3 , se puede observar que mientras en R^2 la separación lineal es imposible, en R^3 las dos clases se pueden separar por algún hiperplano.

Un *núcleo* Ψ es una función que como dominio tiene a todos los pares de vectores \vec{x}_m y \vec{x}_n en R^K ; y como contradominio sus *productos escalares*, o sea, su *similitud* en otro espacio característico R^L :

$$\Psi(\vec{x}_m, \vec{x}_n) = \phi(\vec{x}_m) \cdot \phi(\vec{x}_n) \quad (2.52)$$

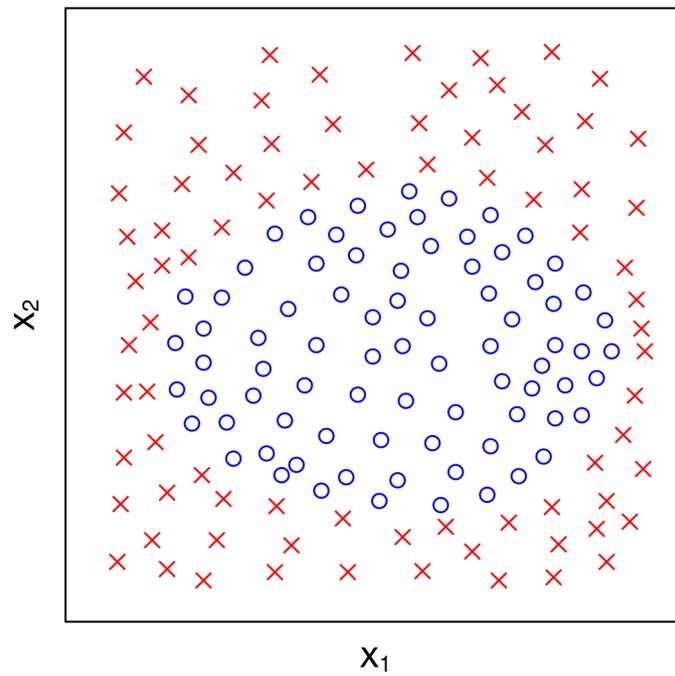


FIGURA 2.26: Conjunto de datos en R^2 . Las dos clases no son linealmente separables.

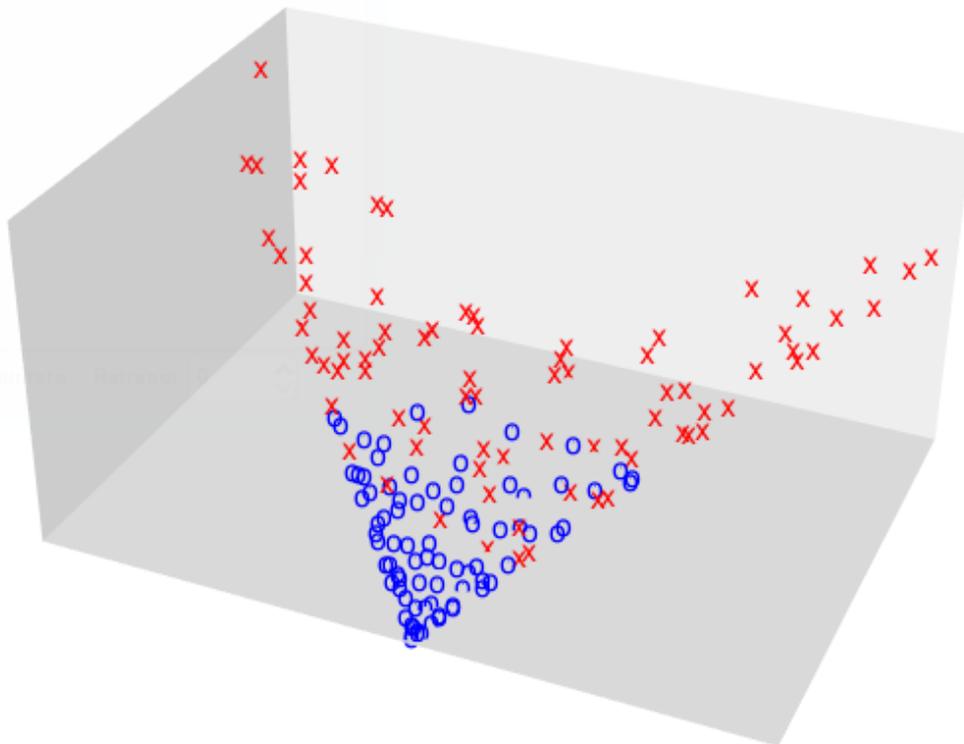


FIGURA 2.27: Conjunto de datos en R^2 mapeado hacia R^3 . Las dos clases pueden ser linealmente separadas por un hiperplano.

donde ϕ es la función de mapeo $\phi : R^K \rightarrow R^L$, la ventaja de los núcleos es que no es necesario conocer la función de mapeo explícito ϕ ni los vectores correspondientes en R^L , es aquí donde adquiere una ventaja muy importante la forma dual ya que es posible reemplazar el producto escalar de dos vectores por un núcleo Ψ , de esta manera, poder realizar la optimización en un espacio característico de mayor dimensión:

$$\Lambda_D(\vec{\alpha}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n - \frac{1}{2} \sum_m \sum_n \alpha_m \alpha_n y_m y_n \Psi(\vec{x}_m, \vec{x}_n) \text{ s.a. } 0 \leq \alpha_n \leq C \text{ y } \sum_{n=1}^N \alpha_n y_n = 0 \quad (2.53)$$

Entre los núcleos más populares están el lineal, el polinomial y el gaussiano:

$$\Psi_{\text{lineal}}(\vec{x}_m, \vec{x}_n) = \vec{x}_m \cdot \vec{x}_n \quad (2.54)$$

$$\Psi_{\text{polinomial}}(\vec{x}_m, \vec{x}_n) = (p + \|\vec{x}_m \cdot \vec{x}_n\|)^d \quad (2.55)$$

$$\Psi_{\text{gaussiano}}(\vec{x}_m, \vec{x}_n) = \exp(-\gamma \|\vec{x}_m - \vec{x}_n\|^2) \quad (2.56)$$

donde las variables d , p y γ son parámetros de los núcleos, específicamente, en el núcleo polinomial d es el exponente del polinomio y p es un parámetro de regularización para controlar la influencia de los vectores de mayor orden respecto a los de menor orden; mientras que en el núcleo gaussiano γ es inversamente proporcional a la influencia que un vector puede ejercer sobre sus vecinos, si esta influencia es extremadamente alta (γ muy pequeño) todos los vectores podrían caer en una misma clase.

En Statnikov y col., 2009, se pueden consultar las bases de los diferentes tipos de núcleos así como algunos ejemplos de aplicación en biomedicina.

Comparación entre máquinas de soporte vectorial

Para ilustrar cómo varía el parámetro de regularización C , se utilizó un conjunto de datos linealmente separable, en la Figura 2.28 se muestra la clasificación utilizando $C = 100$, se puede observar que las dos clases se separan perfectamente, en cambio si se suaviza el margen con $C = 0.5$ se tolera que algunos vectores queden en el lado que no les corresponde como se muestra en la Figura 2.29.

Ahora se hará la comparación entre núcleos polinomiales y gaussianos, en algunos casos es posible que, si bien las clases no sean linealmente separables, la distribución de las muestras no sea complicada y ambos tipos de núcleos, con los parámetros adecuados, clasifiquen correctamente. En la Figuras 2.30 y 2.31 se muestran ejemplos de este tipo, utilizando un núcleo gaussiano con parámetros $C = 100$ y $\gamma = \frac{1}{32}$; así como un núcleo polinomial con parámetros $C = 100$ y $d = 2$ respectivamente.

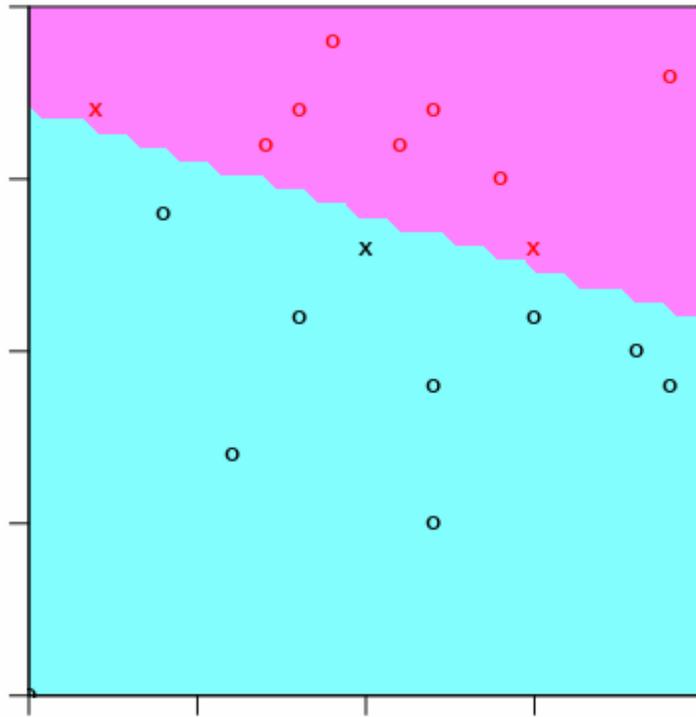


FIGURA 2.28: Máquina de soporte vectorial lineal, $C = 100$. Todas las muestras de ambas clases son separadas linealmente.

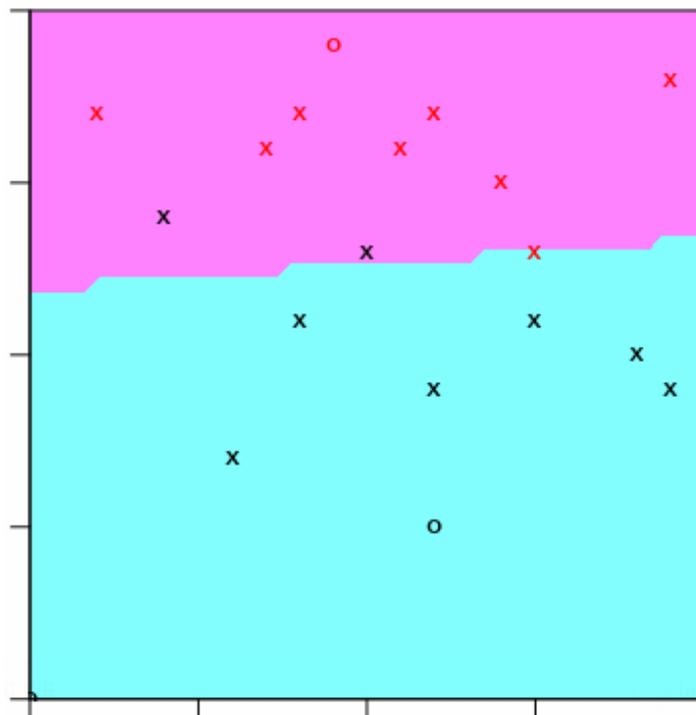


FIGURA 2.29: Máquina de soporte vectorial lineal, $C = 0.5$. El factor de penalización es muy bajo, por lo que se tolera que algunos vectores queden en el lado incorrecto.

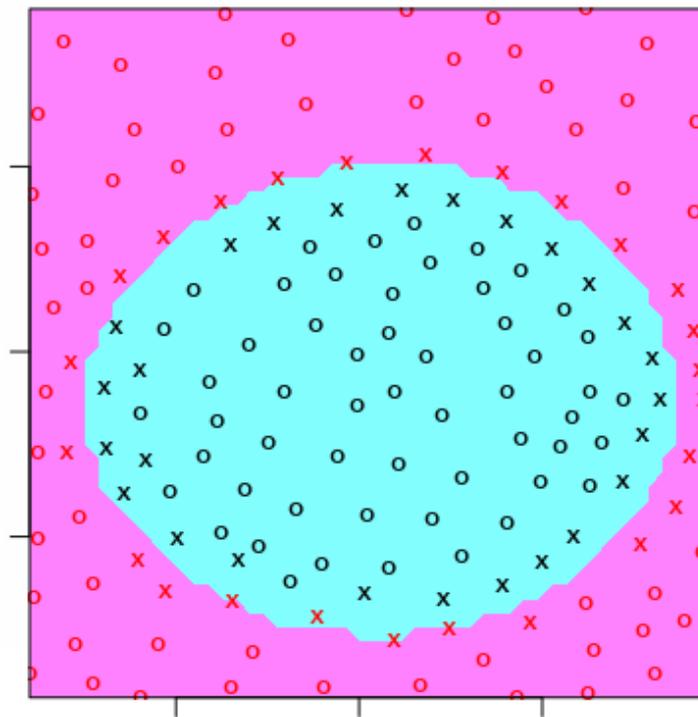


FIGURA 2.30: Máquina de soporte vectorial gaussiana, $C = 100$, $\gamma = \frac{1}{32}$. Ambas clases se separaron linealmente en un espacio dimensional mayor.

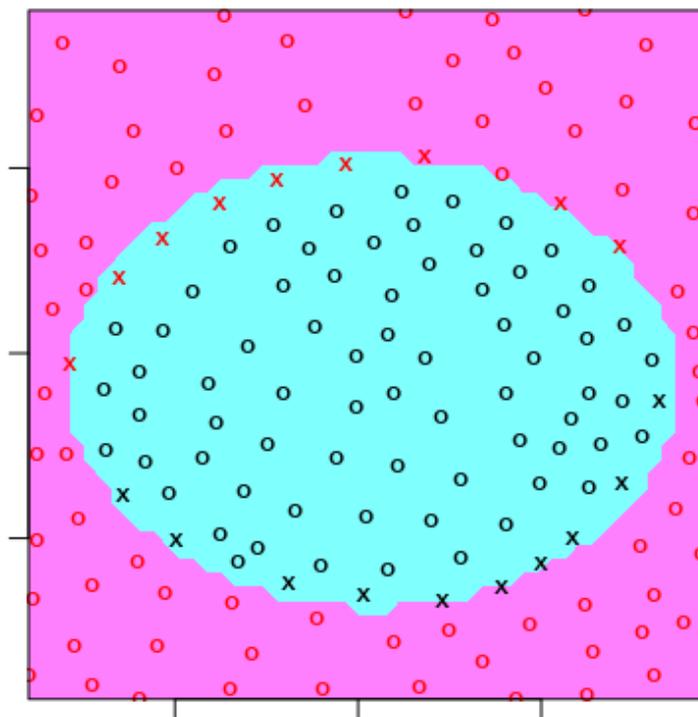


FIGURA 2.31: Máquina de soporte vectorial polinomial, $C = 100$, $d = 2$. La separación lineal se realizó utilizando únicamente una dimensión adicional.

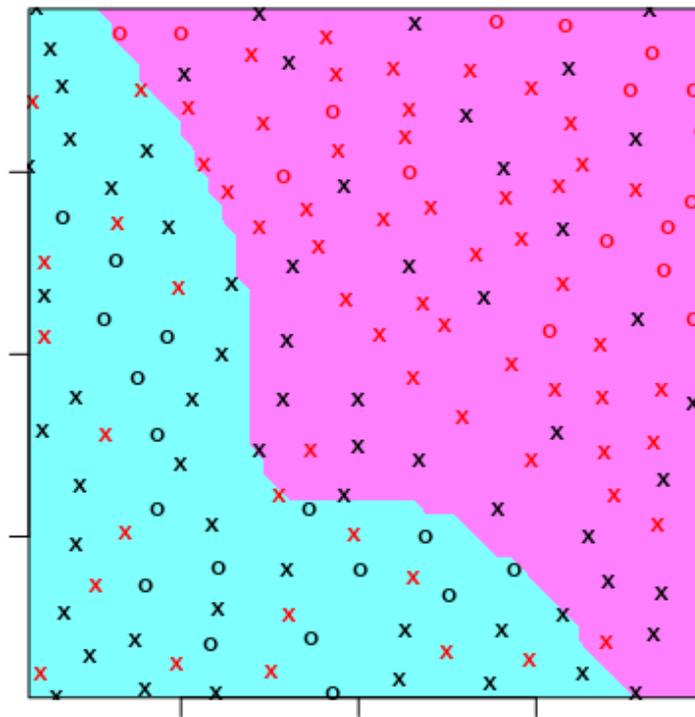


FIGURA 2.32: Máquina de soporte vectorial polinomial, $C = 100000$, $d = 3$. El núcleo polinomial no es suficiente bajo distribuciones muy complejas.

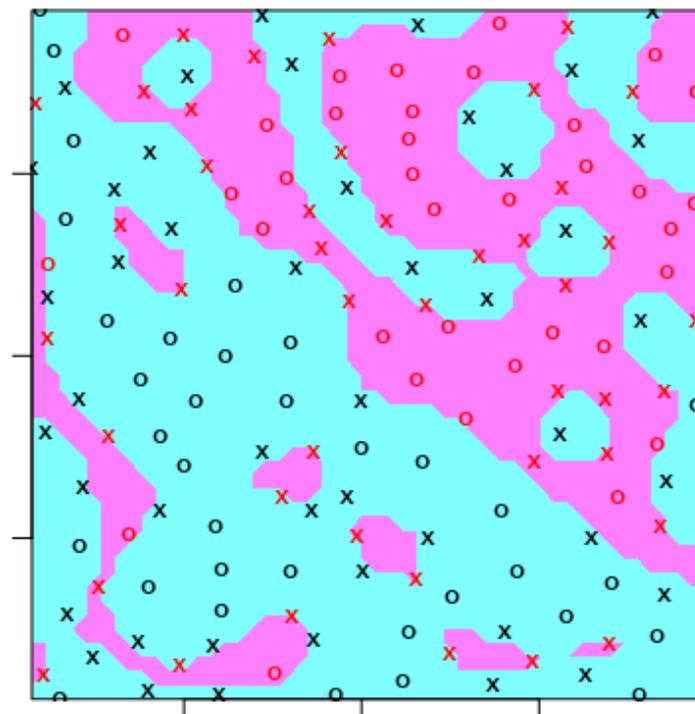


FIGURA 2.33: Máquina de soporte vectorial gaussiana, $C = 100000$, $\gamma = 2$. La separación es posible aún bajo distribuciones muy complejas.

Cuando las muestras tienen distribuciones complejas, muy probablemente un núcleo polinomial ya no se ajustará correctamente, los núcleos gaussianos son más adaptables a distribuciones totalmente desordenadas. En la Figura 2.32 se muestra un conjunto de datos distribuidos aleatoriamente y clasificados utilizando un núcleo polinomial con parámetros $C = 100000$ y $d = 3$, la clasificación es muy mala, incluso aumentando el exponente no hay una mejora, por lo que los núcleos polinomiales no son una buena opción. Por otro lado, para el mismo conjunto de datos, utilizando un núcleo gaussiano con parámetros $C = 100000$ y $\gamma = 2$, como se muestra en la Figura 2.33, las dos clases se separan correctamente.

De acuerdo a Hsu, Chang y Lin, 2010, cuando los datos están distribuidos de manera desordenada, la mejor opción es utilizar un núcleo gaussiano. Para seleccionar los parámetros (incluyendo el de regularización C) se recomienda probar con combinaciones en forma de *rejilla*, en este sentido, cuando se selecciona un núcleo gaussiano sólo hay dos parámetros, mientras que si se elige un núcleo polinomial hay tres (o hasta cuatro en algunas versiones). Una forma recomendada de escoger los parámetros de un núcleo gaussiano es haciendo variaciones en $C = 2^{-5}, 2^{-3}, \dots, 2^{15}$, en $\gamma = 2^{-15}, 2^{-13}, \dots, 2^3$ y seleccionar la combinación que mejor resultado tenga sobre el conjunto de validación, más adelante se verá que a medida que los valores de C y γ aumentan (o d en el caso de los núcleos polinomiales), el clasificador se ajustará cada vez más al conjunto de entrenamiento y que este sobreajuste no es bueno para la clasificación.

En resumen, las ventajas de las máquinas de soporte vectorial son:

- El proceso de optimización tiene la propiedad de ser *estrictamente convexo*, por lo que se garantiza el alcance de una *solución global*, lo cual no siempre sucede, por ejemplo, con las redes neuronales que pueden converger hacia una *solución local*.
- Al utilizar un núcleo ya no es necesario conocer la función de mapeo, con esto se reduce de manera importante el número de operaciones durante el proceso de optimización.
- La variedad de núcleos hace que las SVM se puedan adaptar con más facilidad a un problema en particular.
- Mediante el parámetro de regularización se puede controlar la influencia de *anomalías* sobre la *solución global*.

Finalmente, el uso de SVM, particularmente con núcleos gaussianos, sería una opción adecuada para la clasificación de datos electroencefalográficos.

2.5.3 Métricas de evaluación

Una vez que el clasificador se ha ajustado utilizando el conjunto de entrenamiento, se tiene que hacer una prueba clasificando un conjunto de muestras

exclusivas para este fin. Una forma aceptable de distribuir las muestras es asignando el 70 % al conjunto de entrenamiento, 15 % al de conjunto de validación y el restante 15 % al conjunto de prueba, la diferencia entre los últimos dos conjuntos es que el primero se puede utilizar nuevamente mientras los parámetros del clasificador se van ajustando y el segundo se utiliza cuando se ha decidido la configuración final del clasificador para verificar si la eficiencia se mantiene. Durante la etapa de ajuste es importante utilizar *métricas de evaluación* ya que nos permiten saber qué cambios serían útiles para mejorar la clasificación o si ésta ya es apropiada.

Matriz de confusión

La *matriz de confusión* es una tabla donde se registran los resultados del clasificador considerando las clases de pertenencias reales y la clases asignadas por el clasificador. En el Cuadro 2.1 se muestra la estructura de la matriz de confusión.

		Clase de pertenencia	
		Positiva	Negativa
C. Asignada	Positiva	Verdaderos positivos (VP)	Falsos positivos (FP)
	Negativa	Falsos negativos (FN)	Verdaderos negativos (VN)

CUADRO 2.1: Estructura de una matriz de confusión. Se cuantifican las muestras clasificadas correctamente e incorrectamente para cada clase.

A los elementos que realmente pertenecen a la clase positiva y que efectivamente se les asignó la clase positiva se les conoce como *verdaderos positivos*, si se les asignó erróneamente la clase negativa se les conoce como *falsos negativos*; análogamente con los elementos que realmente pertenecen a la clase negativa, dando lugar a los *verdaderos negativos* y *falsos positivos*.

La eficiencia E o *porcentaje de aciertos* de un clasificador se obtiene mediante

$$E = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN} \quad (2.57)$$

La *precisión* de un clasificador mide cuántos elementos clasificados como positivos son realmente positivos:

$$P = \frac{VP}{VP + FP} \quad (2.58)$$

mientras que la *cobertura* de un clasificador mide cuántos elementos realmente positivos fueron correctamente clasificados:

$$C = \frac{VP}{VP + FN} \quad (2.59)$$

Estas dos últimas métricas son útiles para saber si el clasificador tiene una tendencia incorrecta por clasificar mayoritariamente en una clase. Otra métrica más robusta, sobretodo en problemas donde el número de muestras que pertenecen a una clase es mucho mayor que los que pertenecen a la otra clase, es el *valor F* o F_1 :

$$F_1 = 2 \times \frac{P \times R}{P + R} \quad (2.60)$$

Curva de aprendizaje

Las *curvas de aprendizaje* miden la eficiencia de un clasificador conforme se aumenta el número de muestras del conjunto de entrenamiento, con ellas se puede determinar la cantidad adecuada de muestras para la fase de entrenamiento. En la Figura 2.34 se muestra un ejemplo de estas curvas, si el clasificador se entrena con un número bajo de muestras puede no aprender lo suficiente como para clasificar correctamente nuevas muestras. Por el contrario, el uso de un número elevado de muestras no necesariamente se traduce en un mejor porcentaje de aciertos y se estarían utilizando recursos innecesarios.

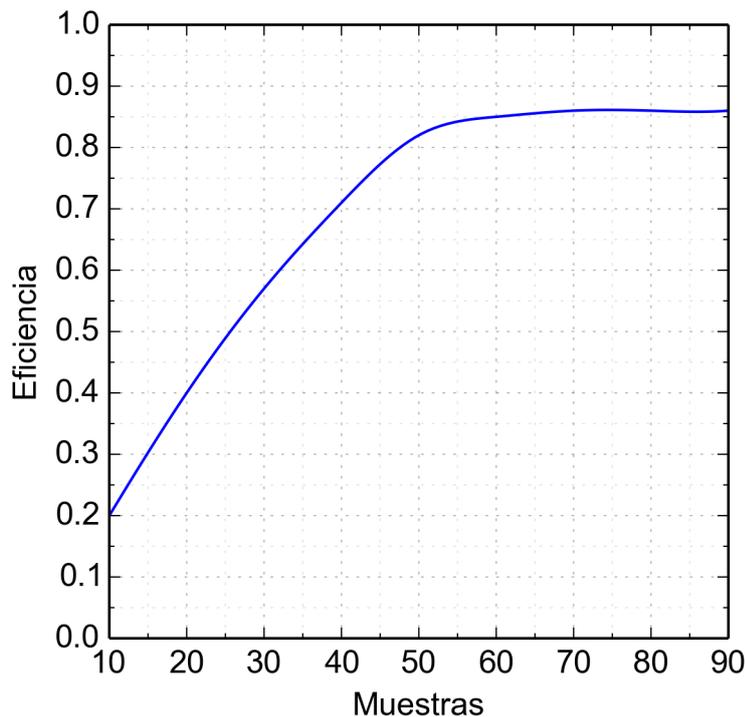


FIGURA 2.34: Ejemplo de curva de aprendizaje. Si durante el entrenamiento se utilizan pocas muestras, el clasificador no aprenderá lo suficiente y la eficiencia será baja. Por el contrario, a partir de un determinado número de muestras, la tasa de aprendizaje crecerá poco o nada.

Si al graficar la curva de aprendizaje se agotan todas las muestras y el clasificador aún está aprendiendo, es posible que haya que ajustar los parámetros del clasificador o conseguir más muestras.

Sesgo y varianza

Dos métricas muy importantes en los problemas de clasificación supervisada son el *sesgo* y la *varianza*. Por ejemplo, en las SVM se puede ajustar el parámetro C , un valor muy elevado de C implicará un clasificador más estricto, es decir, con mayor ajuste a las muestras del conjunto de entrenamiento, por lo que las nuevas muestras a clasificar deberán ser muy similares a las muestras que se utilizaron al entrenar para ser clasificadas correctamente, una pequeña variación podría ser suficiente para clasificar una muestra incorrectamente, causando que la eficiencia disminuya. Un clasificador con alta varianza se caracteriza por tener altos porcentajes de aciertos cuando se clasifica al mismo conjunto de entrenamiento y porcentajes muy inferiores al clasificar nuevas muestras.

El clasificador también tendrá un mal desempeño si es muy flexible ya que con mucha facilidad aceptará una nueva muestra en una clase que no le corresponda aunque esta nueva muestra no sea muy similar a las muestras que realmente pertenecen a esa clase, por ejemplo, en las SVM esto sucedería si el valor C fuera muy bajo. Los clasificadores sesgados se caracterizan por tener malas eficiencias tanto al clasificar el conjunto de entrenamiento como al clasificar nuevas muestras.

Mediante el análisis de sesgo y varianza se pueden seleccionar los parámetros que mejor desempeño otorgan al clasificador. En la Figura 2.35 se muestra un ejemplo de cómo evolucionan las eficiencias, se puede notar que con un parámetro C bajo, el clasificador tiene alto sesgo; en cambio si C toma valores medios ambas eficiencias son aceptables; mientras que con un parámetro C alto, el clasificador empieza a tener alta varianza.

Algunas estrategias para reducir el sesgo en máquinas de soporte vectorial son:

- Agregar más características.
- Aumentar el exponente d o el parámetro γ según el tipo de núcleo.
- Aumentar la variable de regularización C .
- No es necesario aumentar el número de muestras del conjunto de entrenamiento.

Por el contrario, para reducir la varianza es recomendable:

- Eliminar características.
- Disminuir el exponente d o el parámetro γ según el tipo de núcleo.

- Reducir la variable de regularización C .
- Aumentar el número de muestras del conjunto de entrenamiento.

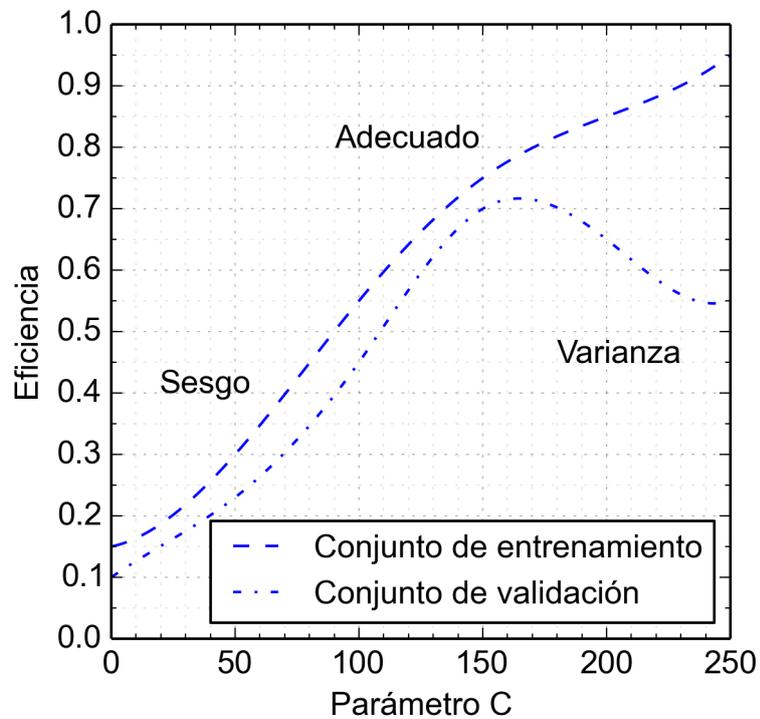


FIGURA 2.35: Clasificador con sesgo y varianza. Un parámetro muy bajo puede implicar un clasificador demasiado flexible. En el otro extremo, si es muy alto, el clasificador será muy rígido. En ambos casos la eficiencia puede ser baja.

Capítulo 3

Proceso metodológico

En este capítulo se especificarán los procedimientos que posteriormente en el Capítulo 4 serán implementados como parte del desarrollo de este trabajo.

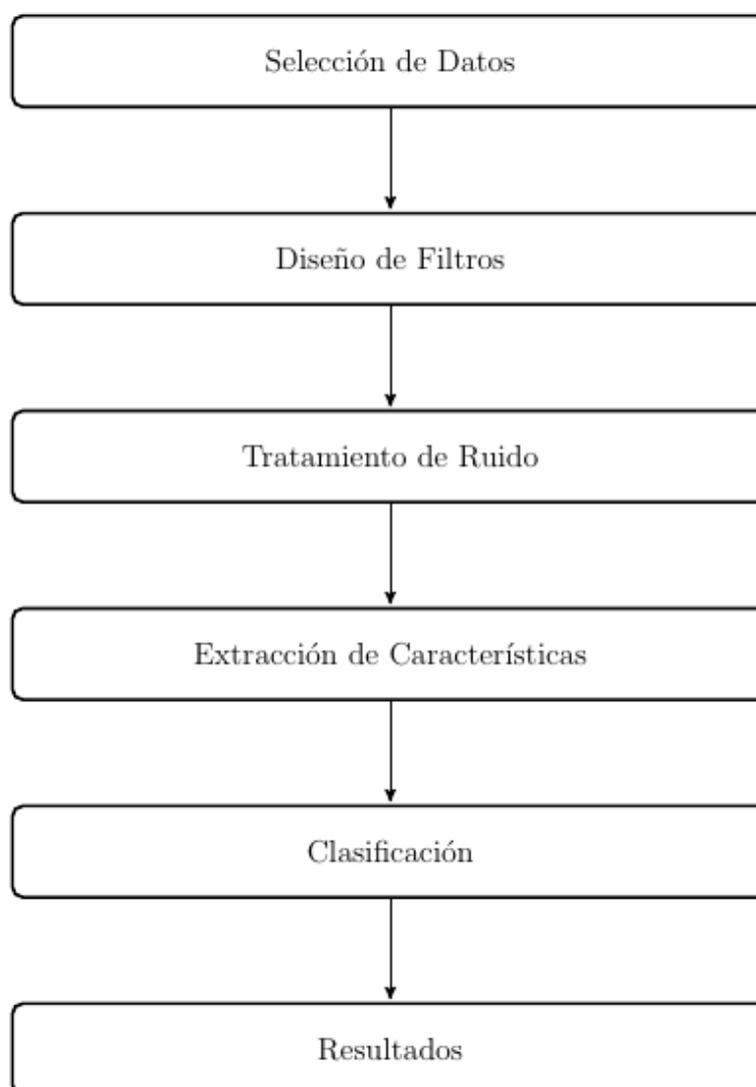


FIGURA 3.1: Procedimiento general del trabajo.

En el proceso metodológico se comenzará indicando de dónde se tomará la

base de datos con los electroencefalogramas (EEG) a clasificar y se describirá la estructura de la misma. Más adelante se proporcionarán detalles de cada una de las cuatro etapas del trabajo, es decir, diseño de filtros, tratamiento de ruido, extracción de características y clasificación. En cada etapa se mostrarán esquemas con las actividades detalladas a realizar. Un esquema general de todas las etapas se muestra en la Figura 3.1.

3.1 Selección de datos

Inicialmente se buscaron EEG en algunos hospitales, sin embargo los aparatos con los que cuentan manejan sus archivos de forma exclusiva y no es posible que un agente externo pueda trabajar con ellos ya que no se pueden exportar a un formato estándar. Por lo anterior, se consideró como la opción más viable trabajar con una base de datos ya existente.

En el sitio de Physionet (AL y col., 2000) se encuentran disponibles múltiples bases de datos médicas, entre ellas está la base de datos *EEG Motor Movement/Imagery Dataset* creada por los desarrolladores de BCI2000 (Schalk y col., 2004 y Schalk, 2016), los registros de esta base de datos utilizan el sistema 10-10 y el formato estándar EDF+ (con 64 canales, 160 muestras por segundo en cada canal y un canal adicional con anotaciones de los momentos en los que se les indicó a los voluntarios las actividades que debían ejecutar), por lo que es posible extraerlos y trabajar abiertamente con ellos. En total se tomaron 14 EEG para cada uno de los 109 voluntarios (S001, S002, ..., S109), es decir, la base de datos se compone por mil 526 registros.

Los voluntarios realizaron diferentes actividades motoras reales e imaginarias. Cada voluntario realizó 14 ejercicios. Dos de ellos (R01 y R02) para capturar líneas base (una con los ojos abiertos y otra con los ojos cerrados) con duración de un minuto y tres ejercicios para cada una de las siguientes actividades:

- **Ejercicios R03, R07 y R11:** Aparece un objetivo en el lado izquierdo o derecho de una pantalla. El voluntario abre y cierra el puño correspondiente hasta que el objetivo desaparece. Después el voluntario descansa.
- **Ejercicios R04, R08 y R12:** Aparece un objetivo en el lado izquierdo o derecho de una pantalla. El voluntario imagina que abre y cierra el puño correspondiente hasta que el objetivo desaparece. Después el voluntario descansa.
- **Ejercicios R05, R09 y R13:** Aparece un objetivo en el lado superior o inferior de una pantalla. El voluntario abre y cierra ambos puños (si el objetivo está en el lado superior) o ambos pies (si el objetivo está en el lado inferior) hasta que el objetivo desaparece. Después el voluntario descansa.
- **Ejercicios R06, R10 y R14:** Aparece un objetivo en el lado superior o inferior de una pantalla. El voluntario imagina que abre y cierra ambos

puños (si el objetivo está en el lado superior) o ambos pies (si el objetivo está en el lado inferior) hasta que el objetivo desaparece. Después el voluntario descansa.

Debido a que en este trabajo se implementaron herramientas para procesar y visualizar las señales, para facilitar su manejo se convirtieron los archivos EDF a archivos de texto plano con los valores analógicos finales de las muestras (en lugar de los valores digitales originales), se generó un archivo para cada uno de los siguientes canales: C3, Cz, C4, Fp1, Fp2, F7, F3, Fz, F4, F8, T7, T8, P7, P3, Pz, P4, P8, O1 y O2, es decir, los 19 canales correspondientes al sistema 10-20, esta selección de canales se hizo para disminuir el tiempo de procesamiento; y otro archivo con las anotaciones y sus intervalos de tiempo, los códigos de las anotaciones son los siguientes:

- **T0:** Descanso.
- **T1:** Ejecución real o imaginada de movimiento del puño izquierdo en los ejercicios R03, R04, R07, R08, R11 y R12; o de movimiento de ambos puños en los ejercicios R05, R06, R09, R10, R13 y R14.
- **T2:** Ejecución real o imaginada de movimiento del puño derecho en los ejercicios R03, R04, R07, R08, R11 y R12; o de movimiento de ambos pies en los ejercicios R05, R06, R09, R10, R13 y R14.

Para este trabajo los segmentos de EEG con anotaciones T1 y T2 en los ejercicios R03, R05, R07, R09, R11 y R13 serán asignados a la clase *real*, mientras que los que tengan anotaciones T1 y T2 en los ejercicios R04, R06, R08, R10, R12 y R14 serán asignados a la clase *imaginaria*.

Los registros correspondientes a los voluntarios S088, S089, S092, S100, S104 y S106 presentan variaciones respecto a la duración de los EEG o a la duración de los ejercicios mismos, por lo que se optó por descartarlos. Considerando los 103 voluntarios restantes, cada uno con 12 EEG con actividades y a su vez cada registro con 15 segmentos de EEG correspondientes a actividad motora real o imaginaria (intercalados con 15 segmentos de reposo de acuerdo a las anotaciones), nuestro universo estará conformado por $103 \times 12 \times 15 = 18540$ muestras o segmentos de EEG, cada uno con 19 canales.

3.2 Diseño de filtros

En el Capítulo 2 se mencionó que sólo se considerarían las bandas theta, alfa y beta, esto se debe a que son las bandas que mayores cambios pueden tener al ejecutarse una actividad motora real o imaginaria. En dos de las siguientes etapas, será necesario filtrar los EEG en una o varias de estas tres bandas. Esta etapa comenzará con la selección del tipo de filtro a utilizar, para este trabajo es importante que los filtros cumplan con las siguientes características:

1. Mayor cantidad posible (ganancia) de información conservada dentro de las bandas deseadas.

2. Bandas de transición cortas.
3. Menor cantidad posible (ganancia) de información conservada fuera de las bandas deseadas.

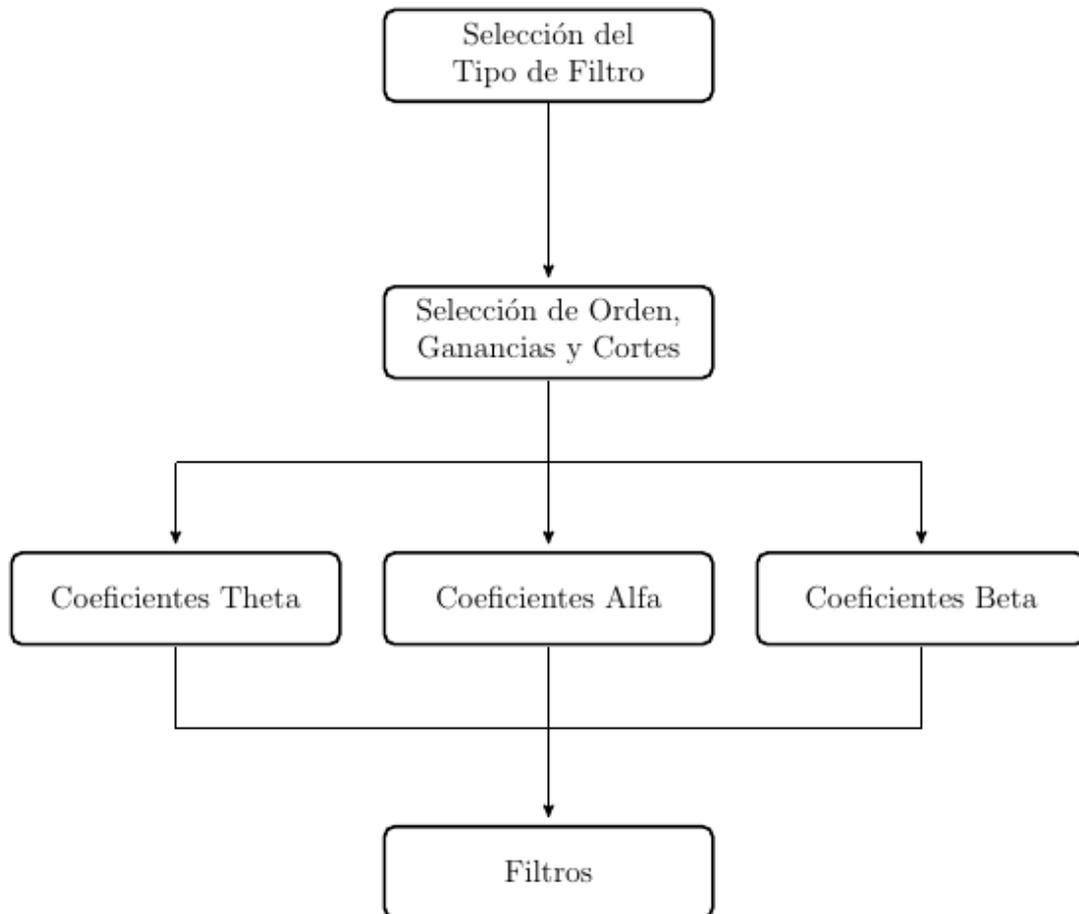


FIGURA 3.2: Procedimiento para el diseño de filtros.

Las últimas dos características son especialmente importantes porque la banda delta suele tener amplitudes muy altas. Una vez que se haya seleccionado un tipo de filtro adecuado, se establecerán los parámetros con los que se logre un mejor equilibrio de las características anteriores, entre estos parámetros están las ganancias, frecuencias de corte y el orden de los filtros. Posteriormente se obtendrán los coeficientes necesarios para poder filtrar un EEG en cualquiera de las bandas theta, alfa o beta.

En la Figura 3.2 se muestra el procedimiento para la diseño de los filtros que más adelante serán utilizados.

3.3 Tratamiento de ruido

Para disminuir el ruido e infomación que no provenga de las áreas cerebrales de interés, no basta con seleccionar directamente la infomación contenida en los canales de la zona somatosensorial, esto se debe a que puede haber infomación útil en otros canales, así como también puede haber ruido en los canales de esta región. Se aplicará el algoritmo FastICA para descomponer los 19 canales en 19 componentes independientes, se asume que el número de componentes independientes es igual al número de canales porque no hay forma de saber cuántos componentes independientes existen en realidad, además, si esto no se cumpliera, no quedaría satisfecha una de las restricciones para utilizar el algoritmo FastICA (considerando el modelo ICA básico).

Una vez que se hayan obtenido los 19 componentes independientes, se utilizará la matriz de mezcla para reconstruir un EEG con 19 canales considerando cada componente independiente por separado, posteriormente se obtendrán las energías promedio o descriptores de actividad A_{canal} de la banda alfa de cada uno de los canales del EEG, aquellos componentes independientes que aporten mayor energía promedio a la región motora serán seleccionados para reconstruir nuevamente el EEG. El criterio de selección de un componente independiente es:

$$\frac{A_{C3} + A_{Cz} + A_{C4} + A_{F3} + A_{Fz} + A_{F4}}{\sum_{canal} A_{canal}} \geq 0.35 \quad (3.1)$$

donde *canal* toma el valor de los 19 canales, es decir, que un componente independiente debe concentrar por lo menos el 35 % de todas las actividades de la banda alfa en la región cerebral motora para ser seleccionado, en el Capítulo 4 se explicará porqué se seleccionó este porcentaje mínimo de concentración. En la Figura 3.3 se muestra el procedimiento para el tratamiento de ruido mediante el análisis de componentes independientes, con lo que se logrará resaltar la información de interés que será utilizada en las siguientes etapas.

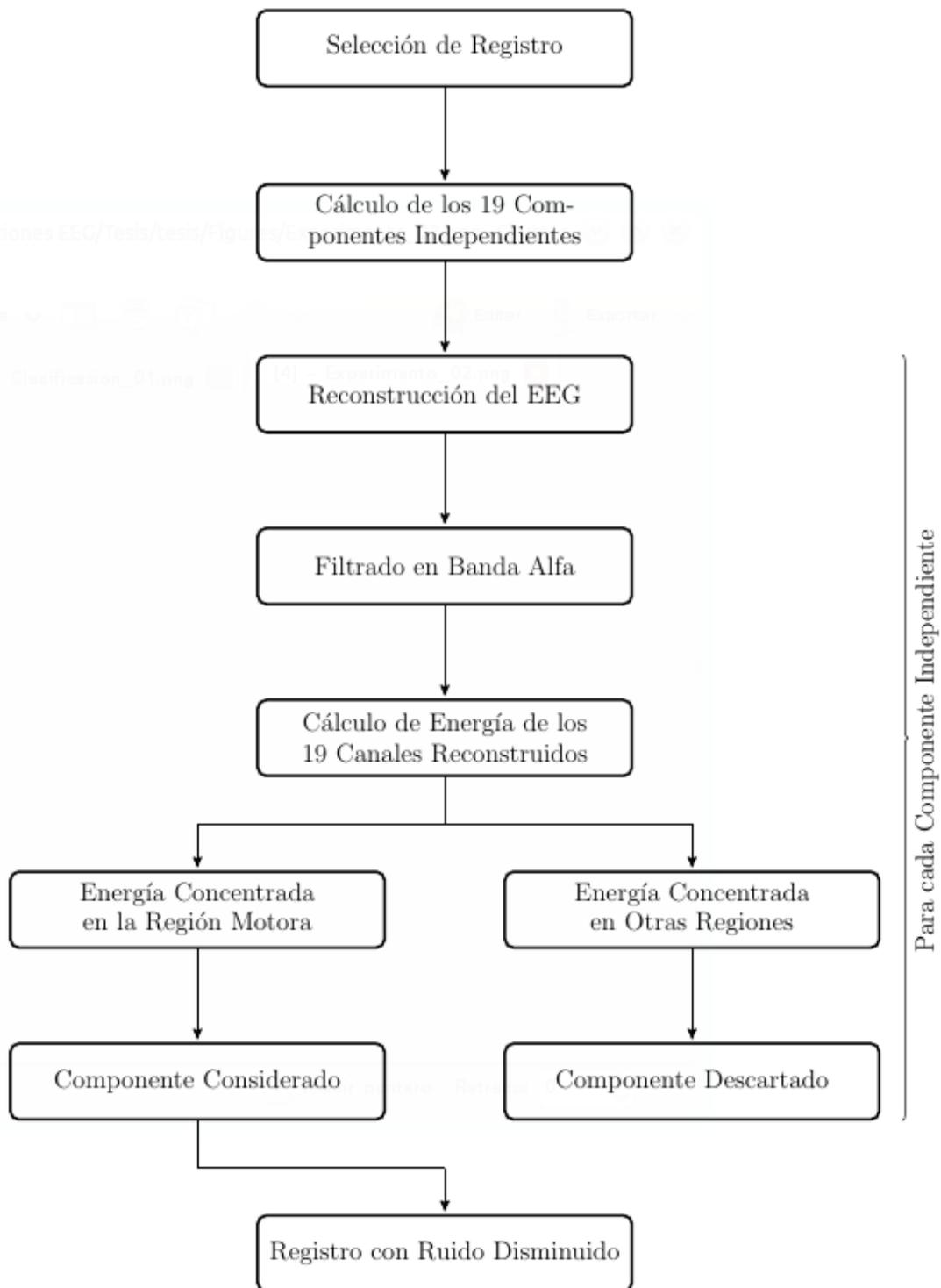


FIGURA 3.3: Procedimiento para el tratamiento de ruido mediante el análisis de componentes independientes.

3.4 Extracción de características

Anteriormente se mencionó que el número de muestras o segmentos disponibles es de 18 mil 540, cada muestra con 19 canales. A cada canal se le extraerán las siguientes características:

- Actividad, movilidad y complejidad en la banda theta ($A_\theta, M_\theta, C_\theta$).
- Actividad, movilidad y complejidad en la banda alfa ($A_\alpha, M_\alpha, C_\alpha$).
- Actividad, movilidad y complejidad en la banda beta ($A_\beta, M_\beta, C_\beta$).
- Actividad, movilidad y complejidad sin filtrar (A_G, M_G, C_G).

La extracción se realizará con los EEG después de haber disminuido el ruido, por lo que se tendrán 12 características por cada canal. Se realizarán pruebas de clasificación para diferentes casos de **combinaciones significativas** pertenecientes a los canales C3, Cz y C4. Para validar que la selección de estos tres canales es correcta, se harán pruebas similares seleccionando otros canales. En el Cuadro 3.1 se listan los casos para los cuales se harán pruebas de clasificación y más adelante en el Capítulo 4 se describirán las motivaciones de esta selección.

Caso	Características	Canales	Tamaño de Cada Muestra
1	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta$	C3, Cz, C4	9
2	A_G, M_G, C_G	C3, Cz, C4	9
3	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$	C3, Cz, C4	15
4	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$	F3, Fz, F4	15
5	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$	P3, Pz, P4	15

CUADRO 3.1: Combinaciones significativas de características

Para obtener las actividades, movilidades y complejidades asociadas a una banda en particular, se aplicarán los filtros que se hayan obtenido en la etapa de diseño de filtros.

En la Figura 3.4 se muestra el procedimiento para la extracción de características mediante la aplicación de filtros y los descriptores de actividad, movilidad y complejidad, así como los casos planteados para la posterior clasificación.

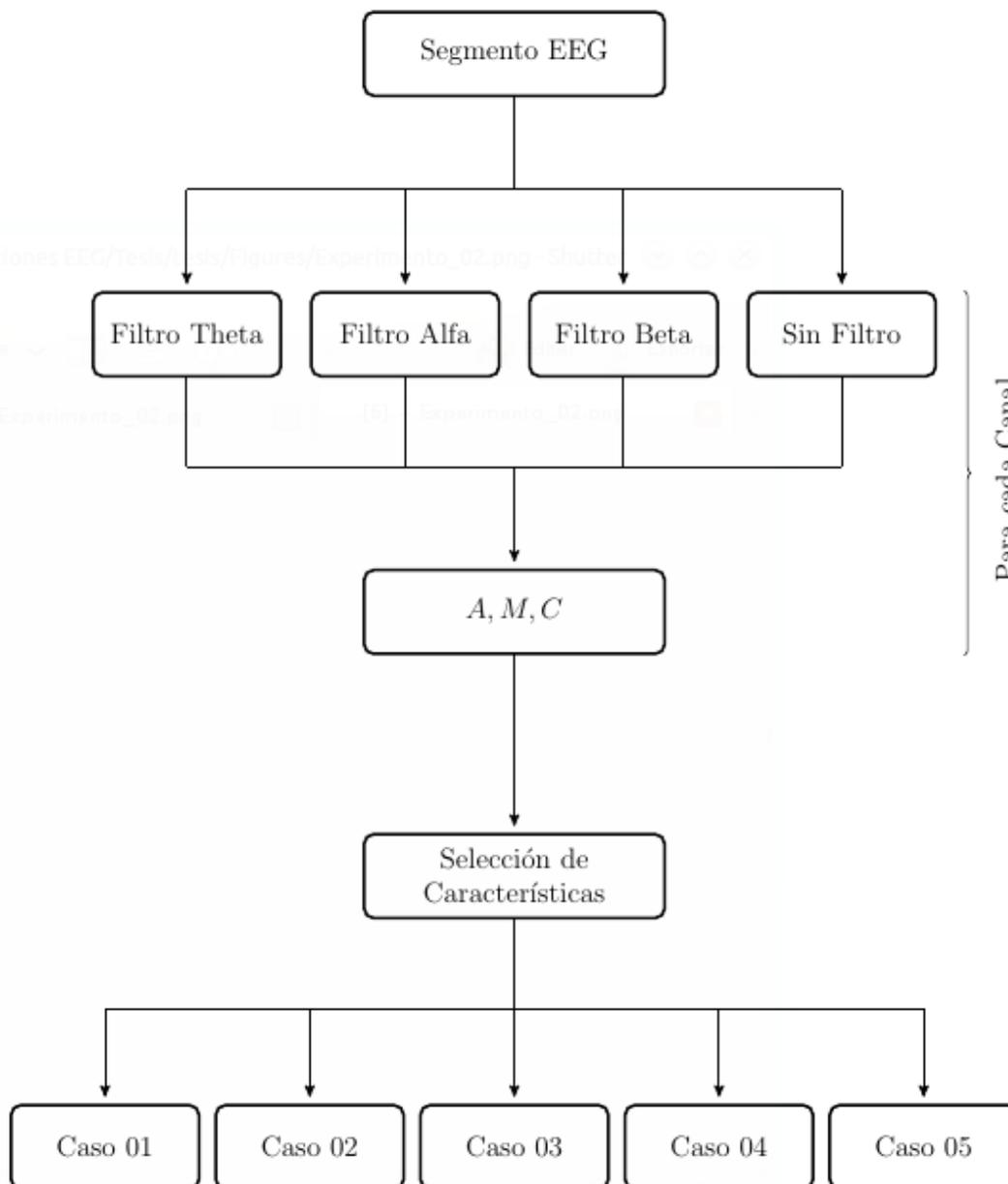


FIGURA 3.4: Procedimiento para la extracción de características mediante el filtrado de los EEG y los descriptores de actividad (A), movilidad (M) y complejidad (C).

3.5 Clasificación

A cada patrón o vector x_i se le asociará su clase de pertenencia y_i (*real* o *imaginaria*) de acuerdo al ejercicio al que pertenezca. Para cada caso listado en la sección anterior, se realizarán las siguientes clasificaciones considerando únicamente los ejercicios R03, R04, R07, R08, R11 y R12:

- **Clasificación individual:** Se tomarán los primeros 11 segmentos de EEG de cada uno de los seis ejercicios para el conjunto de entrenamiento, los segmentos 12 y 13 para el conjunto de validación; y los segmentos 14 y 15 para el conjunto de prueba. La clasificación se ejecutará para cada voluntario de manera independiente, es decir, habrá 66 muestras en el conjunto de entrenamiento, 12 en el de validación y 12 en el de prueba para cada clasificador individual.
- **Clasificación general con todos los voluntarios:** Se tomarán los primeros 11 segmentos de EEG de cada uno de los seis ejercicios para el conjunto de entrenamiento, los segmentos 12 y 13 para el conjunto de validación; y los segmentos 14 y 15 para el conjunto de prueba. La clasificación se ejecutará con las muestras de los 103 voluntarios, es decir, habrá 6 mil 798 muestras en el conjunto de entrenamiento, mil 236 en el de validación y mil 236 en el de prueba.
- **Clasificación general dividiendo los voluntarios:** Se tomará la totalidad de segmentos de EEG de los primeros 70 voluntarios para el conjunto de entrenamiento, la totalidad de los segmentos de los voluntarios 71 a 85 para el conjunto de validación; y la totalidad de los segmentos de los voluntarios 86 a 109 (18 voluntarios en total) para el conjunto de prueba. Habrá 6 mil 300 muestras en el conjunto de entrenamiento, mil 350 en el de validación y mil 620 en el de prueba.

Debido a que los rangos de las características pueden variar considerablemente, sobretodo los de actividad versus movilidad o complejidad, es necesario *normalizar* la información, ésto se hará con base al *criterio mínimo-máximo*:

$$\tilde{x}_i^j = \frac{x_i^j - \min(x^j)}{\max(x^j) - \min(x^j)} \quad (3.2)$$

donde \tilde{x}_i^j es el valor normalizado de x_i^j , $\max(x^j)$ y $\min(x^j)$ son los valores máximo y mínimo respectivamente de la característica j .

Por otro lado, la presencia de *anomalías* puede provocar que los valores normalizados se concentren en un intervalo muy pequeño y que la eficiencia del clasificador disminuya. Se analizarán los histogramas de las características para saber en dónde hay una mayor concentración de datos y así poder establecer límites a partir de los cuales se considere una muestra como anómala para que ésta sea descartada, el tamaño T de los intervalos de los histogramas se establecerá conforme a la *Regla de Freedman-Diaconis*:

$$T = 2 \times \frac{IQR(x)}{\sqrt[3]{n}} \quad (3.3)$$

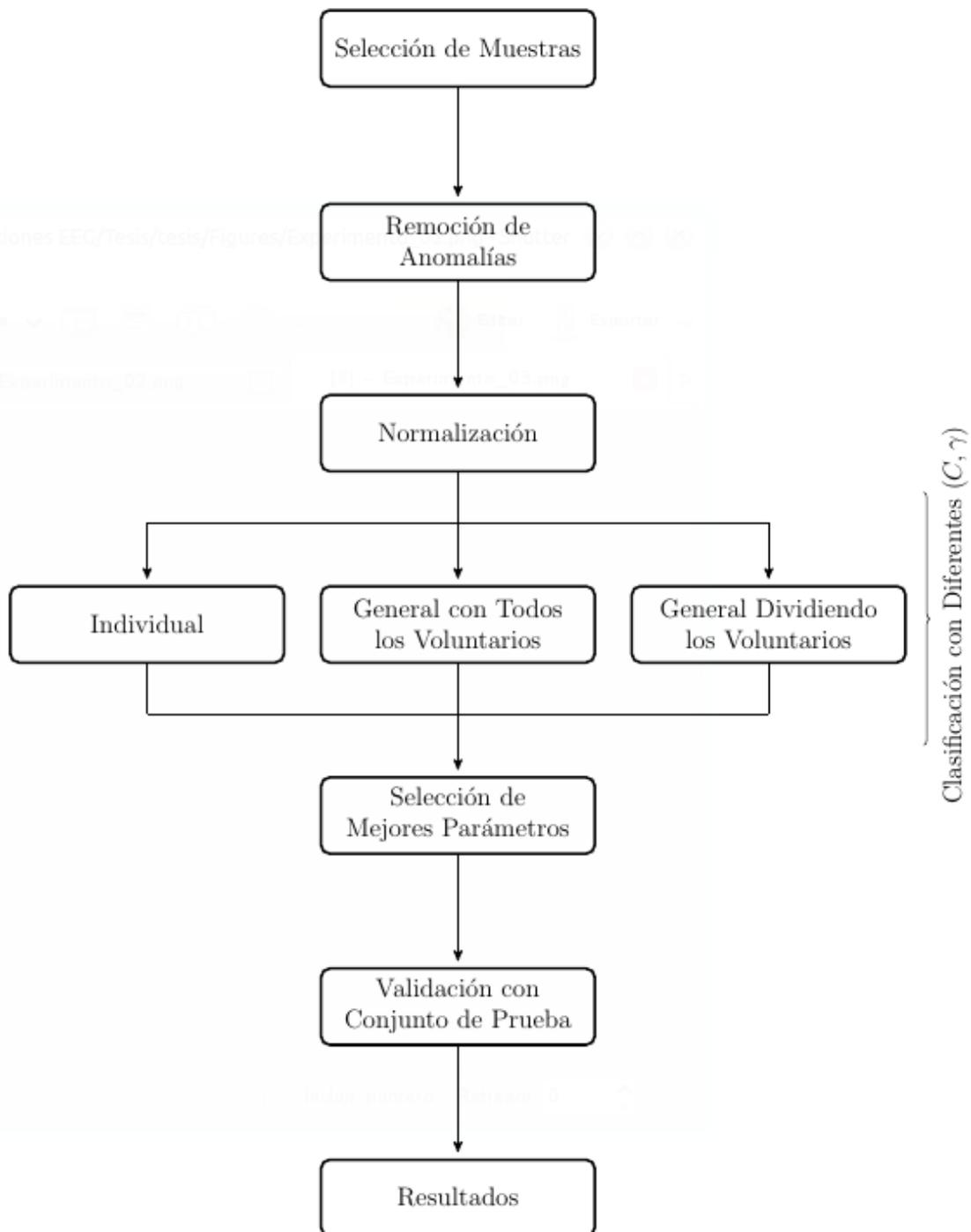


FIGURA 3.5: Procedimiento para la clasificación. En este proceso se harán pruebas con diferentes pares de parámetros C y γ . Los tres tipos de clasificación son: individual, general con todos los voluntarios y general dividiendo los voluntarios

donde $IQR(x)$ es el *rango intercuartil de los datos* y n es el tamaño de la muestra. En caso de que al descartar anomalías un voluntario se quede con pocas muestras aceptadas, convendrá descartar las muestras de ese voluntario por completo.

Una vez normalizados los datos y descartadas las anomalías, se utilizarán máquinas de soporte vectorial con núcleo gaussiano para realizar la clasificación, se harán pruebas con diferentes combinaciones de los parámetros C y γ utilizando el conjunto de entrenamiento para ajustar el clasificador y el conjunto de validación para obtener su eficiencia con las diferentes combinaciones, se seleccionarán parámetros con los que se obtenga una eficiencia aceptable en el conjunto de validación y finalmente se utilizará el conjunto de prueba para comprobar si la eficiencia de los parámetros seleccionados se mantiene. En todo este proceso también es importante verificar que no haya exceso de sesgo ni de varianza y que las curvas de aprendizaje sean estables, es decir, que no haya cambios abruptos.

En la Figura 3.5 se muestra el procedimiento para la clasificación de segmentos de EEG para finalmente obtener los resultados que se mostrarán en el Capítulo 5.

Para verificar que efectivamente las actividades realizadas en cada una de las etapas contribuyen a una mejora de la eficiencia del clasificador, se harán las siguientes pruebas utilizando el mejor de los casos:

- Clasificación omitiendo la fase de análisis de componentes independientes, para esta prueba las características se extraerán directamente de los EEG originales.
- Clasificación considerando las muestras anómalas (esto no incluye a los seis voluntarios descartados inicialmente).
- Sustitución de los ejercicios considerados por los ejercicios R05, R06, R09, R10, R13 y R14.
- Clasificación considerando todos los ejercicios.
- Clasificación mediante una red neuronal de propagación hacia atrás.

La topología de la red neuronal que se utilizará en algunas pruebas adicionales es de una capa intermedia con 20 neuronas, la función de activación será la función sigmoideal:

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)} \quad (3.4)$$

Capítulo 4

Implementación

En este capítulo se presentará el desarrollo y las pruebas hechas en cada una de las etapas descritas en el Capítulo 3 y de las cuales se presentaron los fundamentos en el Capítulo 2. Se comenzará con la implementación del diseño de filtros y los efectos de aplicar un filtro a un EEG, luego se abordará la implementación del tratamiento de ruido donde también se comparan los EEG antes y después de aplicar el algoritmo FastICA, posteriormente se verá la implementación de la extracción de características donde se incluyen diversos histogramas de las mismas, finalmente se describirá la implementación de la clasificación y se mostrarán las pruebas realizadas para seleccionar los parámetros con los que se obtuvieron los resultados finales que serán presentados en el Capítulo 5.

La herramienta con la cual se implementó el procesamiento masivo de EEG está programada en Python, se eligió este lenguaje de programación por el *tipado dinámico* y la disponibilidad de librerías matemáticas que hacen que el tiempo de desarrollo sea menor. Las gráficas que se mostrarán más adelante para ilustrar el desarrollo de este trabajo se generaron utilizando la librería *matplotlib* (Hunter, 2007), para algunas tareas relacionadas con filtros, manejo de vectores y matrices, así como blanqueado se utilizaron *scipy* y *numpy* (Walt, Colbert y Varoquaux, 2011), mientras que para el análisis de componentes independientes y clasificación se utilizó *scikit-learn* (Pedregosa y col., 2011). Entre las funcionalidades que se implementaron directamente están:

- Conversión del formato EDF (valores digitales) a texto plano (valores analógicos).
- Visualización de EEG y línea de tiempo con anotaciones.
- Mapeos cerebrales a partir de la energía promedio sobre los puntos correspondientes a los electrodos e interpolación para el resto del mapeo.
- Análisis en tiempo-frecuencia.

Otras tareas como la lectura de archivos y algunos cálculos se implementaron en lenguaje C para reducir los tiempos de ejecución. En Matlab y R también se realizaron algunas pruebas, sin embargo no se utilizaron para las implementaciones finales.

4.1 Diseño de filtros

En la sección de *filtrado de señales* presentada en el Capítulo 2, se mostraron las ganancias que los principales tipos de filtros entregan sobre las bandas de aceptación, así como bandas de transición y niveles de atenuación sobre componentes no deseados. Entre los tipos de filtros *Butterworth*, *Chebyshev Tipo I* y *Chebyshev Tipo II*, los más adecuados para preservar la mayor cantidad posible de componentes deseados con una banda de transición corta fueron los *Chebyshev Tipo II*, por lo que este fue el tipo de filtro seleccionado. Se mencionó también que un nivel de atenuación de -34 dB es apropiado ya que la máxima ganancia sobre los componentes no deseados es del 2%.

Banda	Corte Inferior	Corte Superior	Atenuación	Orden
Theta	3 Hz	10 Hz	-34 db	5
Alfa	7 Hz	15 Hz	-34 db	5
Beta	11 Hz	36 Hz	-34 db	5

CUADRO 4.1: Diseño de los filtros para las bandas theta, alfa y beta

Se analizaron las respuestas en frecuencia de los filtros *Chebyshev Tipo II* con -34 db de atenuación con el fin de seleccionar el orden y las frecuencias de corte que permitieran conservar un mínimo del 80% (100% en la mayor parte) de los componentes sobre las bandas theta, alfa y beta. En el Cuadro 4.1 se muestran las frecuencias de corte, ganancias y ordenes escogidos para los filtros seleccionados, es importante aclarar que los cortes no corresponden a los de las bandas theta, alfa y beta porque se consideró una banda de transición que alcanza el 80% de ganancia sobre las frecuencias de corte que sí corresponden a las bandas theta, alfa y beta (Figura 2.12).

Para la obtención de los coeficientes A y B correspondientes a los filtros *Chebyshev Tipo II* de quinto orden en las bandas theta, alfa y beta, se utilizó la función `scipy.signal.cheby2` (Walt, Colbert y Varoquaux, 2011) de Python con los parámetros indicados anteriormente. Posteriormente, se aplicó la doble convolución descrita en la Ecuación 2.6 a los EEG sin filtrar para descomponerlos sobre las bandas theta, alfa y beta por separado. En la Figura 4.1 se muestra un segmento de EEG original, así como su descomposición sobre las bandas theta, alfa y beta respectivamente, mientras que en la Figura 4.2 se muestran los cuatro espectrogramas correspondientes, se puede observar que en el espectrograma del EEG sin filtrar hay actividad en todos los componentes de frecuencia, los siguientes tres espectrogramas muestran una mayor concentración de actividad en sus respectivas bandas, por lo que los filtros funcionaron como se había proyectado.

Hasta este punto del desarrollo se han obtenido los coeficientes de los filtros que se utilizaron en las etapas del tratamiento de ruido y de extracción de características para descomponer los EEG en una o varias de las bandas theta, alfa y beta.

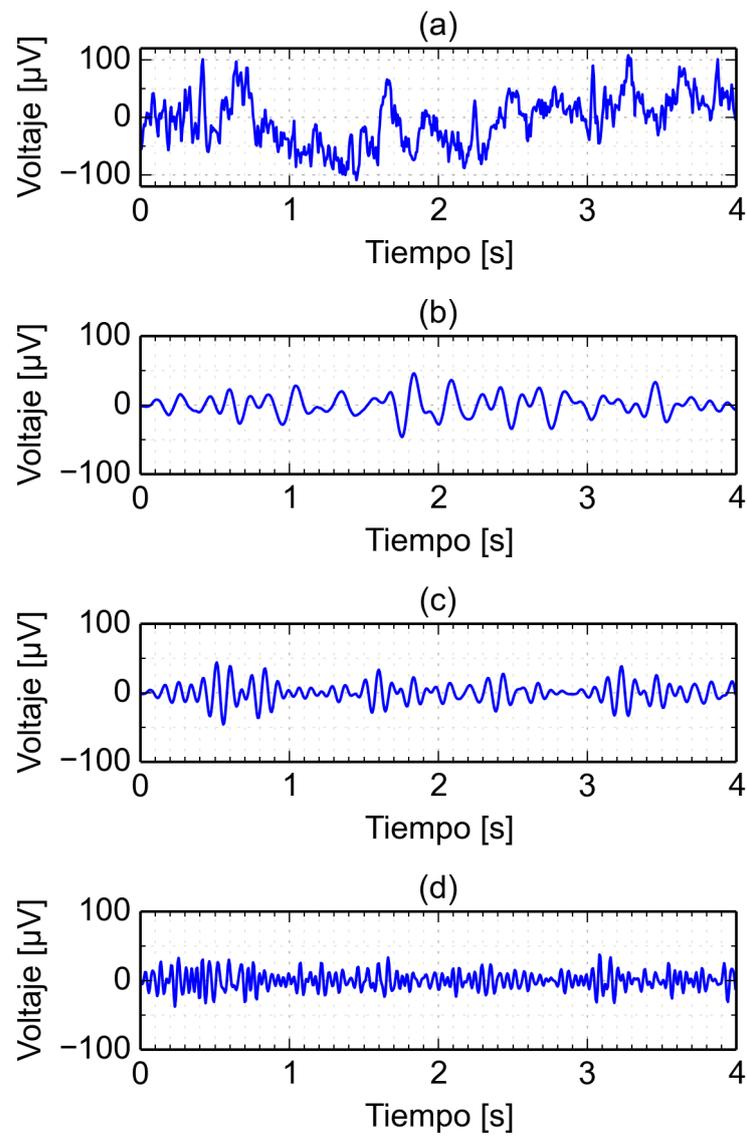


FIGURA 4.1: Descomposición en bandas de un segmento de EEG. (a) Segmento original. (b) Segmento filtrado sobre la banda theta. (c) Segmento filtrado sobre la banda alfa. (d) Segmento filtrado sobre la banda beta.

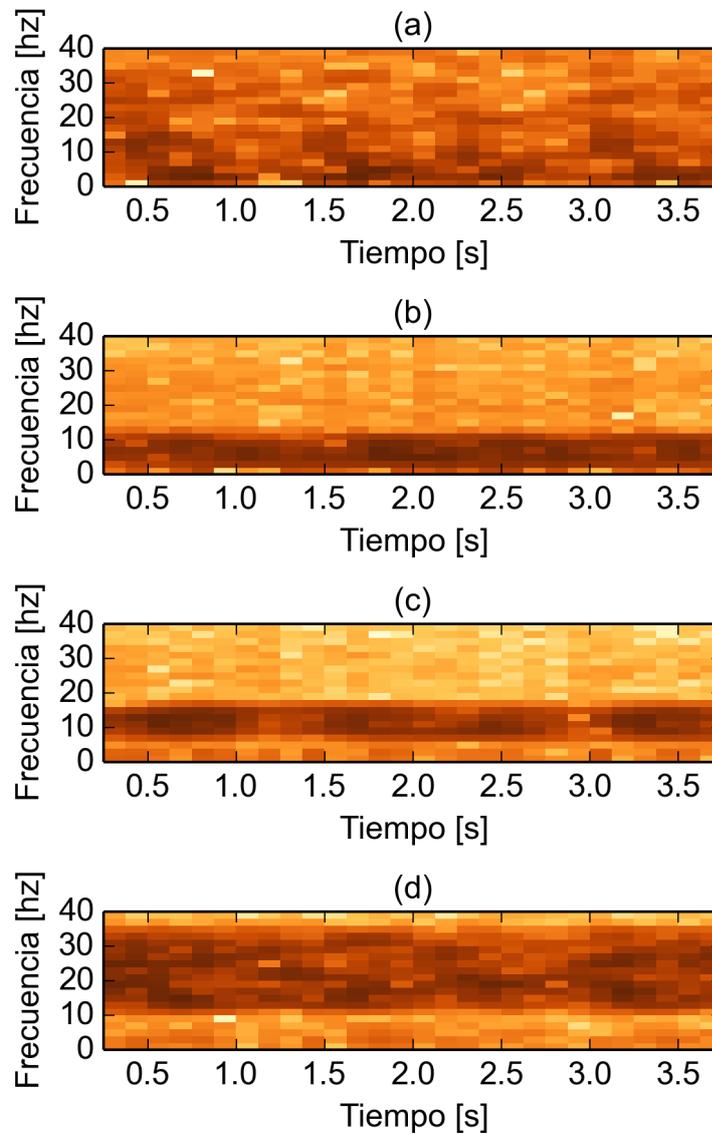


FIGURA 4.2: Espectrograma de las bandas de un EEG. (a) Espectrograma de un EEG sin filtrar, hay actividad en todos los componentes de frecuencia. (b) Espectrograma de un EEG filtrado sobre la banda theta. (c) Espectrograma de un EEG filtrado sobre la banda alfa. (d) Espectrograma de un EEG filtrado sobre la banda beta. Tanto en (b) como en (c) y (d) se puede observar mayor actividad sobre las bandas correspondientes.

4.2 Tratamiento de ruido

Con el objetivo de disminuir la información no deseada, se comenzó por centrar los 19 canales de los EEG de acuerdo a la Ecuación 2.12. Cada uno de los EEG se representó mediante una matriz \mathbf{X} de 19 filas por n columnas, donde n es el número de muestras, para un EEG de 60 segundos $n = 9600$.

Luego se obtuvo la matriz de covarianza \mathbf{X}_{cov} mediante

$$\mathbf{X}_{\text{cov}} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} \quad (4.1)$$

Posteriormente, se descompuso la matriz \mathbf{X}_{cov} en sus matrices de eigenvalores Λ y de eigenvectores V , para ello se empleó la función `numpy.linalg.eigh` (Walt, Colbert y Varoquaux, 2011) de Python. Con estas dos matrices se construyó una matriz de blanqueo \mathbf{W} que al multiplicarse por \mathbf{X} devolvió un EEG $\tilde{\mathbf{X}}$ blanqueado, esta operación corresponde a la Ecuación 2.16.

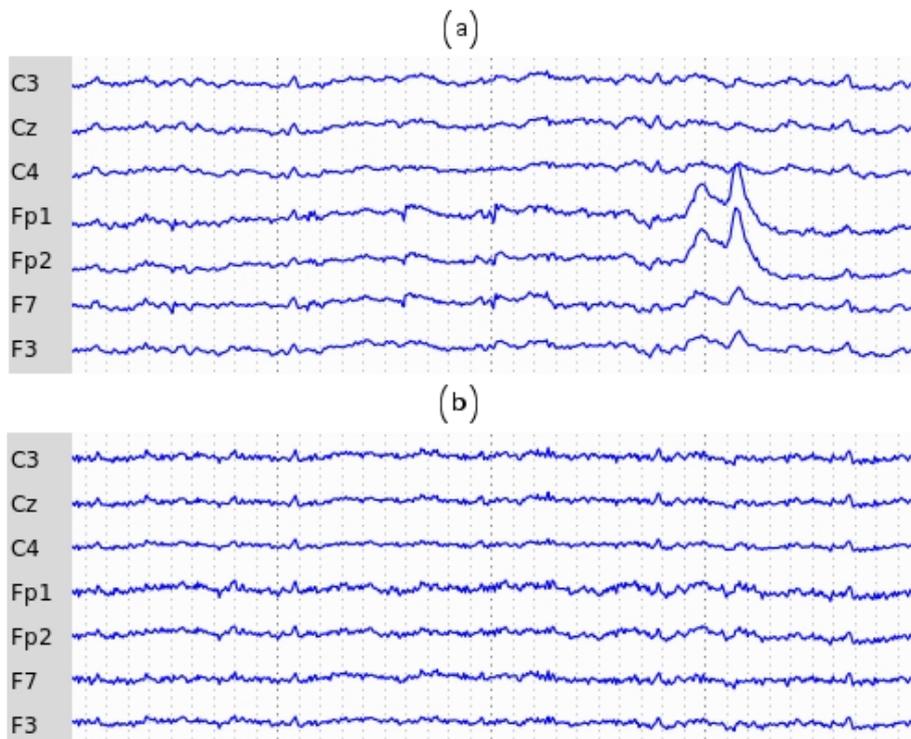


FIGURA 4.3: EEG antes y después del tratamiento de ruido. (a) EEG antes de aplicar el algoritmo FastICA, el ruido más notable se puede observar en los canales Fp1 y Fp2. (b) EEG después de aplicar el algoritmo FastICA, entre la información removida se encuentran los artefactos que aparecían en los canales Fp1 y Fp2.

Después de blanquear el EEG, se utilizó la clase `sklearn.decomposition.FastICA` (Pedregosa y col., 2011) especificando la función descrita en la Ecuación 2.24 para obtener los componentes independientes y la matriz de mezcla \mathbf{A} .

Para cada uno de los 19 componentes independientes s_i se reconstruyó un EEG $\mathbf{X}_{\text{rec}}^i$ por medio de

$$\mathbf{X}_{\text{rec}}^i = a_i s_i \quad (4.2)$$

donde a_i es la columna i (de tamaño 19×1) de la matriz de mezcla \mathbf{A} , s_i es el componente independiente i (de tamaño $1 \times n$) y $\mathbf{X}_{\text{rec}}^i$ es el EEG i reconstruido a partir del componente independiente s_i , es decir, se reconstruyeron 19 EEG, cada uno de los cuales se analizó por separado para determinar los componentes independientes que mayor actividad aportaban a la región motora.

Se descompuso cada uno de los EEG reconstruidos $\mathbf{X}_{\text{rec}}^i$ sobre la banda alfa utilizando los coeficientes obtenidos en la etapa de diseño de filtros para calcular la energía promedio o actividad mediante la Ecuación 2.35 de los 19 canales en esta banda, con lo que se obtuvieron 19 actividades A_{canal} para cada uno de los 19 $\mathbf{X}_{\text{rec}}^i$.

El criterio establecido para seleccionar o descartar un componente i es el que se presentó en la Ecuación 3.1, este criterio indica si hay una determinada concentración de energía sobre los canales cercanos a la zona somatosensorial, es decir, los canales C3, Cz, C4, F3, Fz y F4. La concentración mínima de 35% se estableció de manera empírica para que alrededor de la mitad de los componentes independientes fueran seleccionados, con un valor de concentración más alto (alrededor de 50%) sucedió que en algunos segmentos de EEG ningún componente independiente era seleccionado, si el valor de concentración era más bajo (alrededor de 20%), entonces se seleccionaban demasiados componentes independientes.

Al término del procedimiento anterior, se seleccionaron p componentes independientes, mismos con los que se reconstruyó un nuevo EEG con ruido disminuido, la reconstrucción se hizo de manera similar a como se hizo para cada componente independiente por separado utilizando la Ecuación 4.2 pero considerando simultáneamente las p columnas correspondientes de la matriz de mezcla \mathbf{A} (originando una matriz de mezcla de tamaño $19 \times p$) y los p componentes independientes seleccionados (que formaron una matriz de $p \times n$).

El efecto de haber descartado algunos de los componentes independientes se puede ver en la Figura 4.3, donde se muestra un segmento de EEG con artefacto (incremento de actividad) en los canales FP1 y FP2, así como su considerable reducción después del análisis de componentes independientes.

Por otro lado, si se analizan los mapeos cerebrales antes y después del tratamiento de ruido, se puede notar que en general hay una disminución de energías (debido a los componentes independientes descartados), sin embargo esta disminución es más notable en los canales que no pertenecen a la región motora, un ejemplo de este cambio se muestra en los mapeos de las Figuras 4.4 y 4.5.

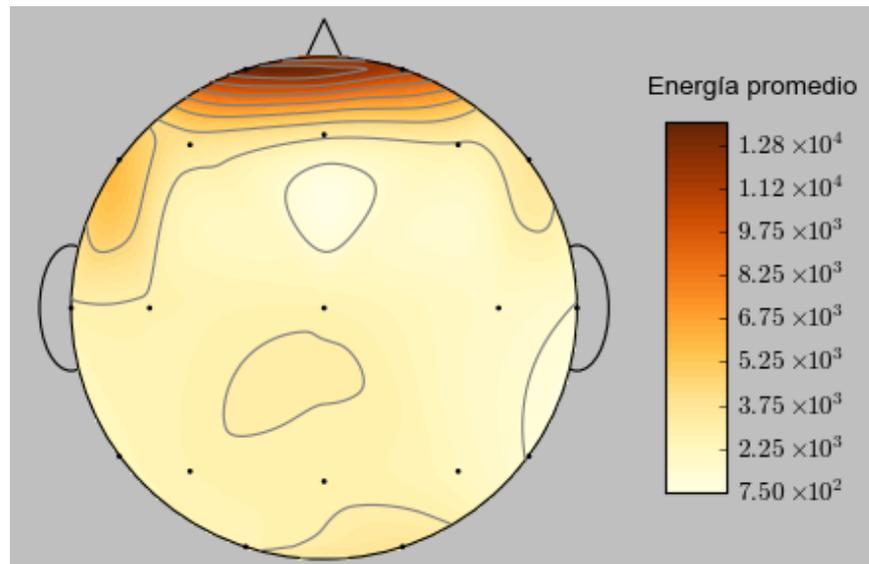


FIGURA 4.4: Mapeo cerebral antes del tratamiento de ruido. En este mapeo hay una fuerte concentración de actividad en la zona frontopolar que en parte se debe a los artefactos originados por parpadeos.

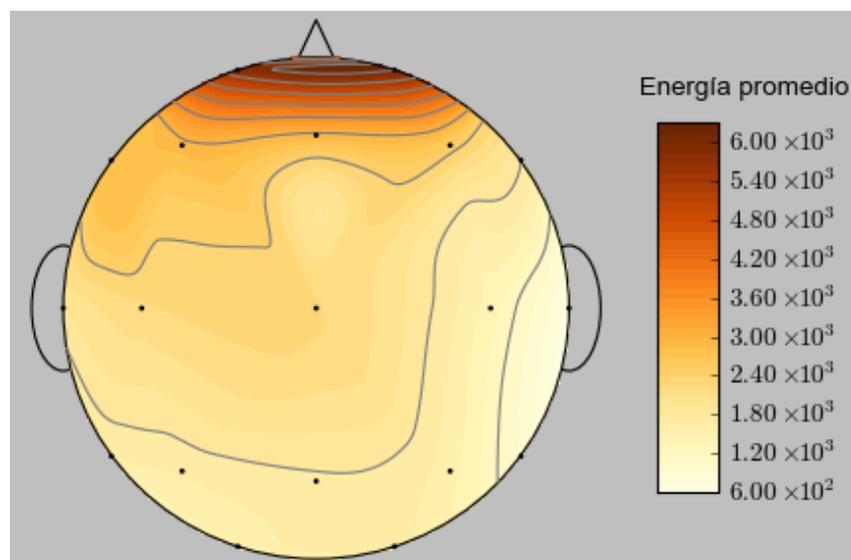


FIGURA 4.5: Mapeo cerebral después del tratamiento de ruido. Aún hay mayor actividad en la zona frontopolar, sin embargo la proporción con respecto a las demás zonas es menor, por lo que la actividad de estas últimas es más notable.

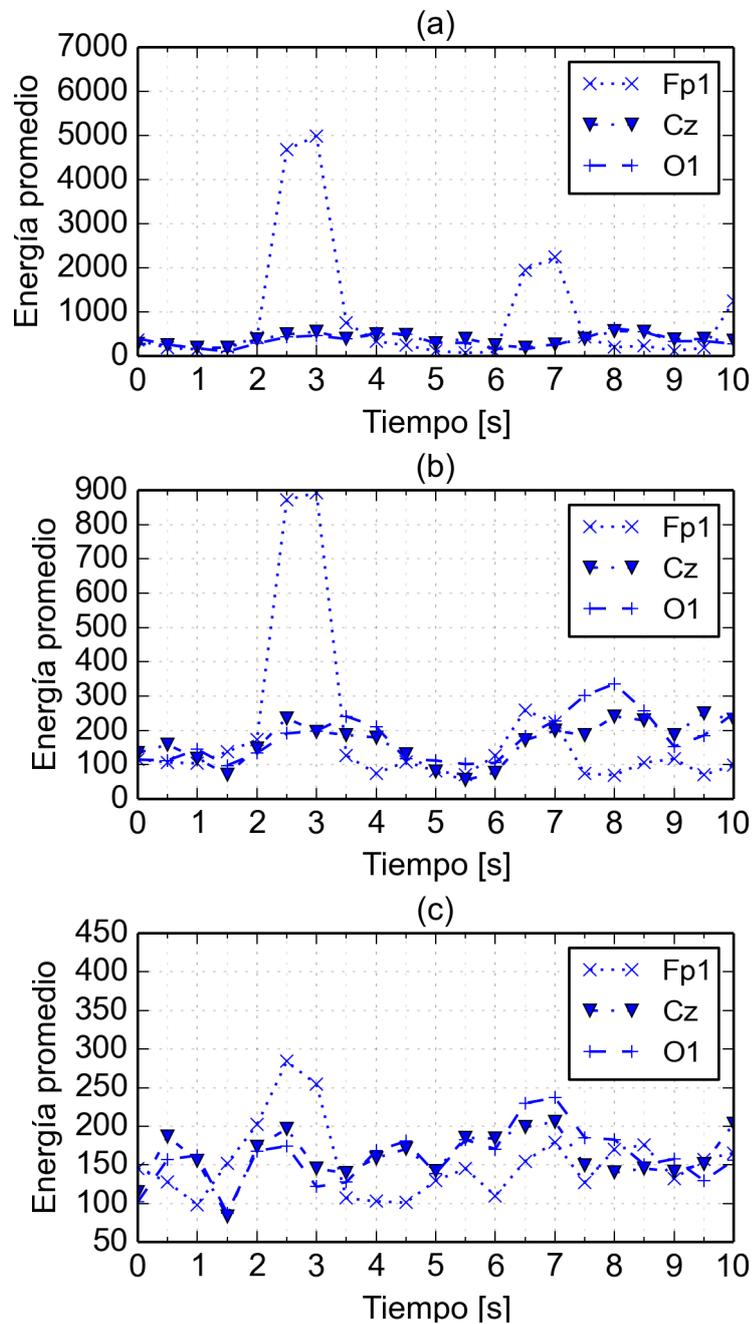


FIGURA 4.6: Evolución de la actividad de un EEG antes del tratamiento de ruido. (a) Actividad sobre la banda theta. (b) Actividad sobre la banda alfa. (c) Actividad sobre la banda beta. Se comparan únicamente los canales Fp1, Cz y O1; especialmente en las bandas theta y alfa, hay intervalos donde la actividad en Fp1 es mucho mayor que en Cz.

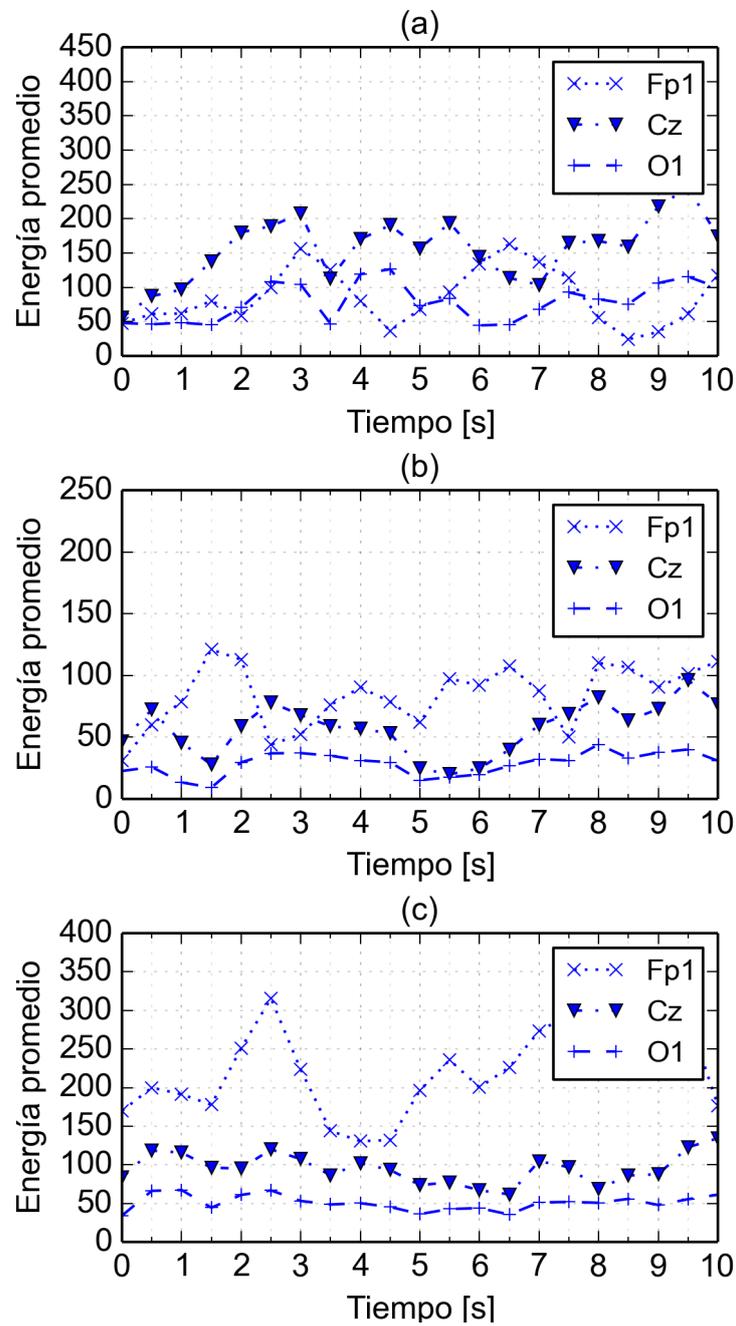


FIGURA 4.7: Evolución de la actividad de un EEG después del tratamiento de ruido. (a) Actividad sobre la banda theta. (b) Actividad sobre la banda alfa. (c) Actividad sobre la banda beta. Se comparan únicamente los canales Fp1, Cz y O1; en general la actividad en Cz es más notable que antes del tratamiento de ruido.

Finalmente, analizando las energías promedio a lo largo de un segmento de EEG, también se puede observar que los canales de la región motora (como el Cz) resaltan más después de reconstruir el EEG, esto se muestra en las Figuras 4.6 y 4.7, por lo que se puede concluir que el análisis de componentes independientes efectivamente contribuye a hacer más notable la información de interés.

4.3 Extracción de características

La etapa de extracción de características comenzó con la descomposición de los 18 mil 540 segmentos de EEG en sus bandas theta, alfa y beta; para ello se emplearon los filtros previamente diseñados. Se calcularon los tres descriptores de Hjorth, es decir, actividad, movilidad y complejidad (Ecuaciones 2.35, 2.36 y 2.37) en cada uno de los canales de los segmentos de EEG descompuestos, así como en cada canal de los segmentos de EEG sin filtrar, con lo que para cada canal C de los segmentos de EEG X_i se extrajeron doce características $\Upsilon(C)$:

$$\Upsilon(C) = [A_\theta, M_\theta, C_\theta, A_\alpha, M_\alpha, C_\alpha, A_\beta, M_\beta, C_\beta, A_G, M_G, C_G] \quad (4.3)$$

Característica	Límite Inferior	Límite Superior
A_θ	0	1000
M_θ	0	Sin límite
C_θ	0	1.5
A_α	0	600
M_α	0	Sin límite
C_α	1.0	1.2
A_β	0	600
M_β	0	Sin límite
C_β	1.04	1.16
A_G	0	10000
M_G	0	Sin límite
C_G	1.0	7.5

CUADRO 4.2: Intervalos establecidos para las características de los EEG originales.

La extracción se ejecutó tanto con los EEG originales como con los EEG reconstruidos después de haber disminuido el ruido, esto con el fin de determinar si la eficiencia utilizando esta última técnica es mejor. En la Figura 4.8 se muestran los histogramas de los descriptores de actividad correspondientes al canal C3 de las tres bandas descompuestas y de los segmentos sin filtrar de los EEG originales para ambas clases. Histogramas similares se muestran en las Figuras 4.9 y 4.10 para los descriptores de movilidad y complejidad respectivamente. Especialmente en los histogramas correspondientes a la actividad y complejidad se puede observar que un gran porcentaje de las muestras se distribuye sobre un intervalo pequeño, por lo que, desde una perspectiva estadística, es

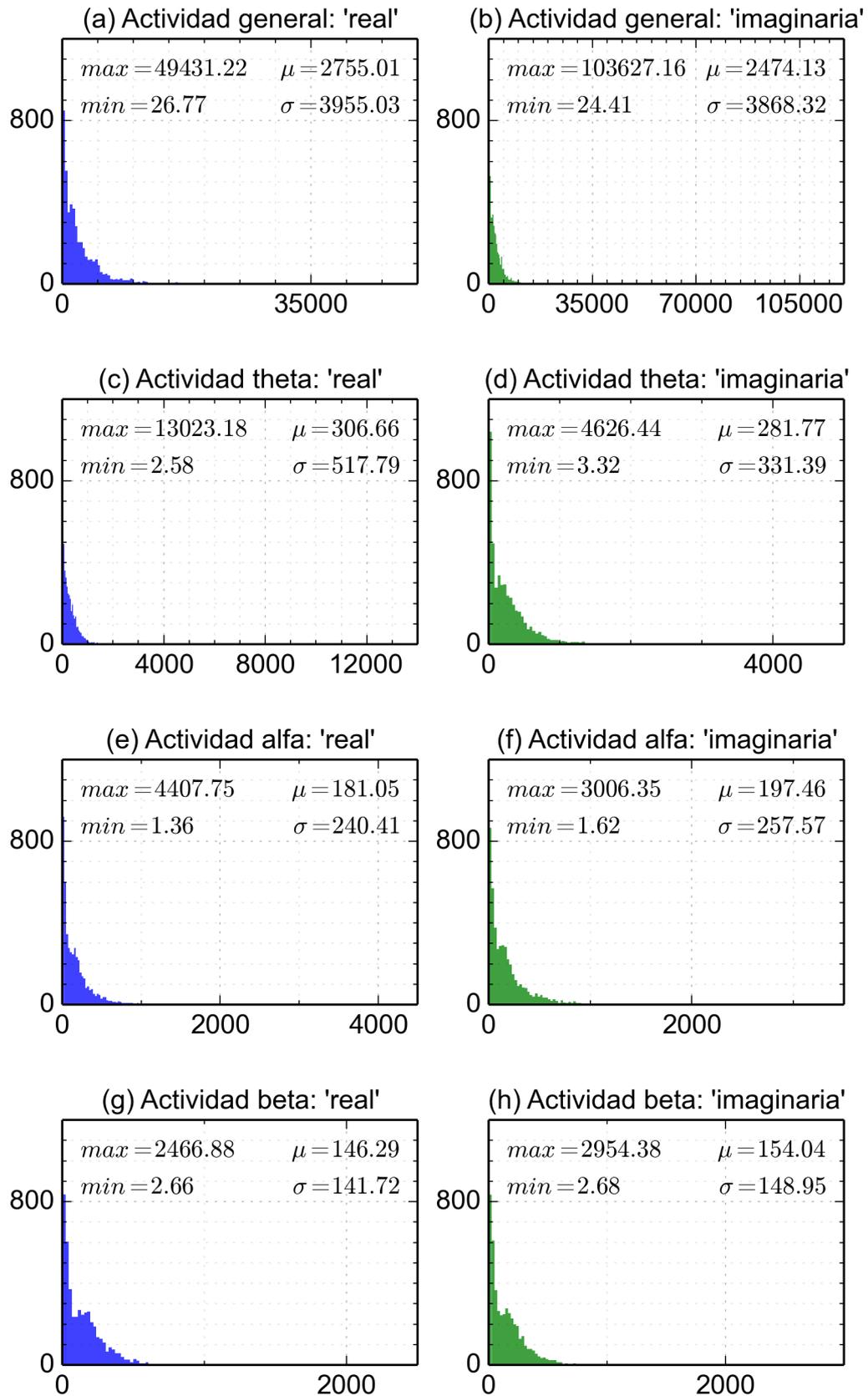


FIGURA 4.8: Distribución de actividades antes del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Hay anomalías distribuidas en un intervalo grande.

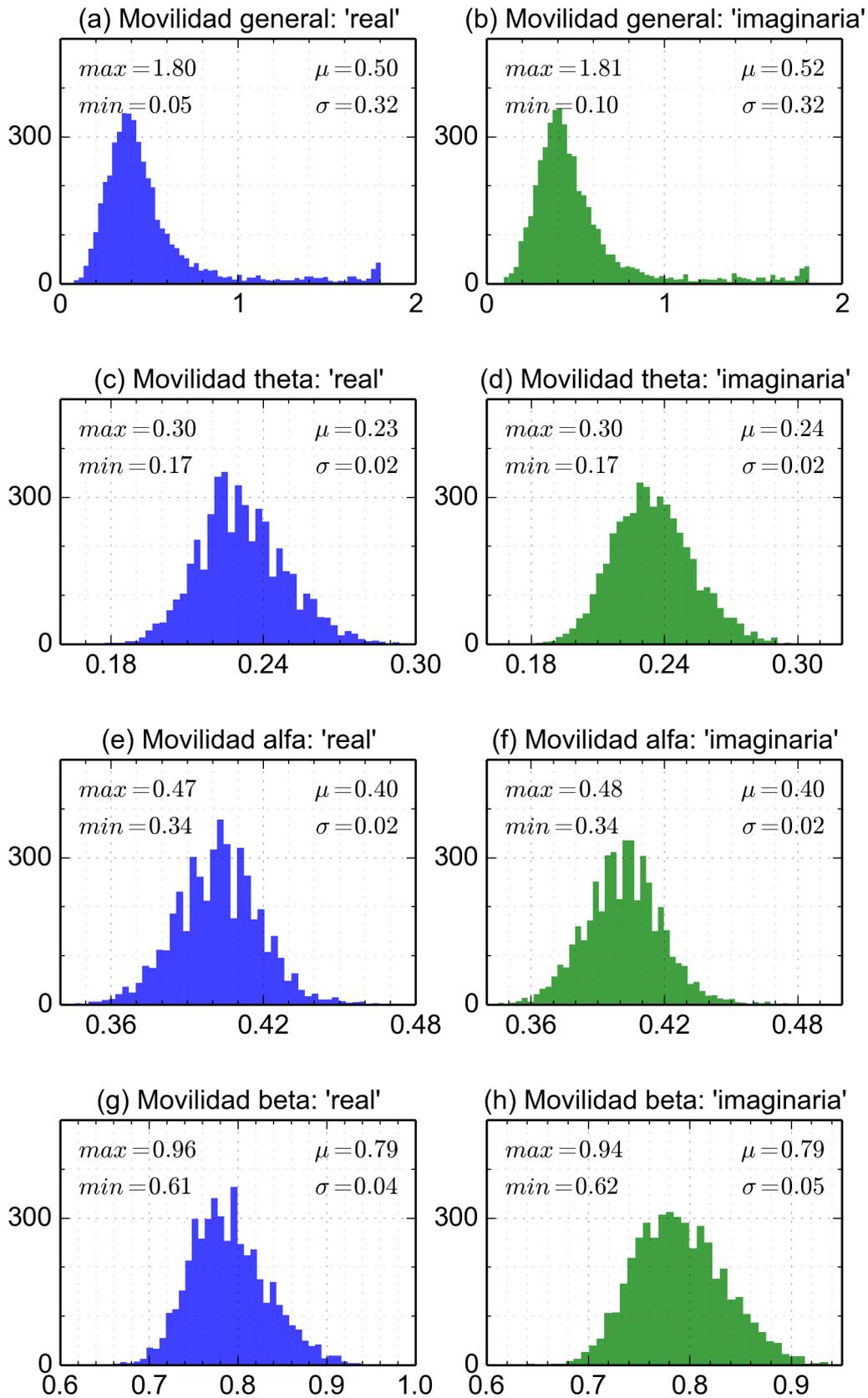


FIGURA 4.9: Distribución de movibilidades antes del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Hay presencia moderada anomalías.

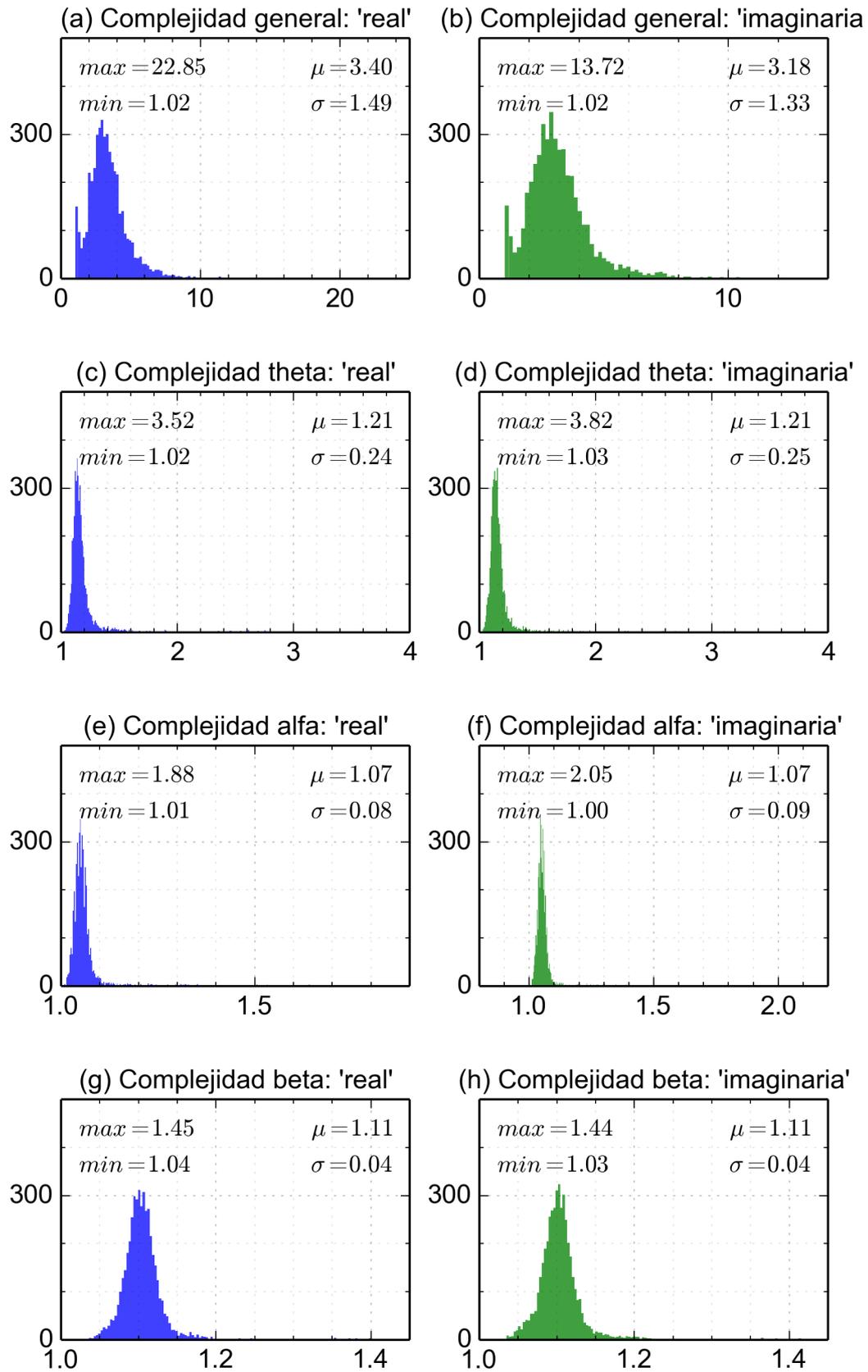


FIGURA 4.10: Distribución de complejidades antes del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Hay anomalías distribuidas en un intervalo grande.

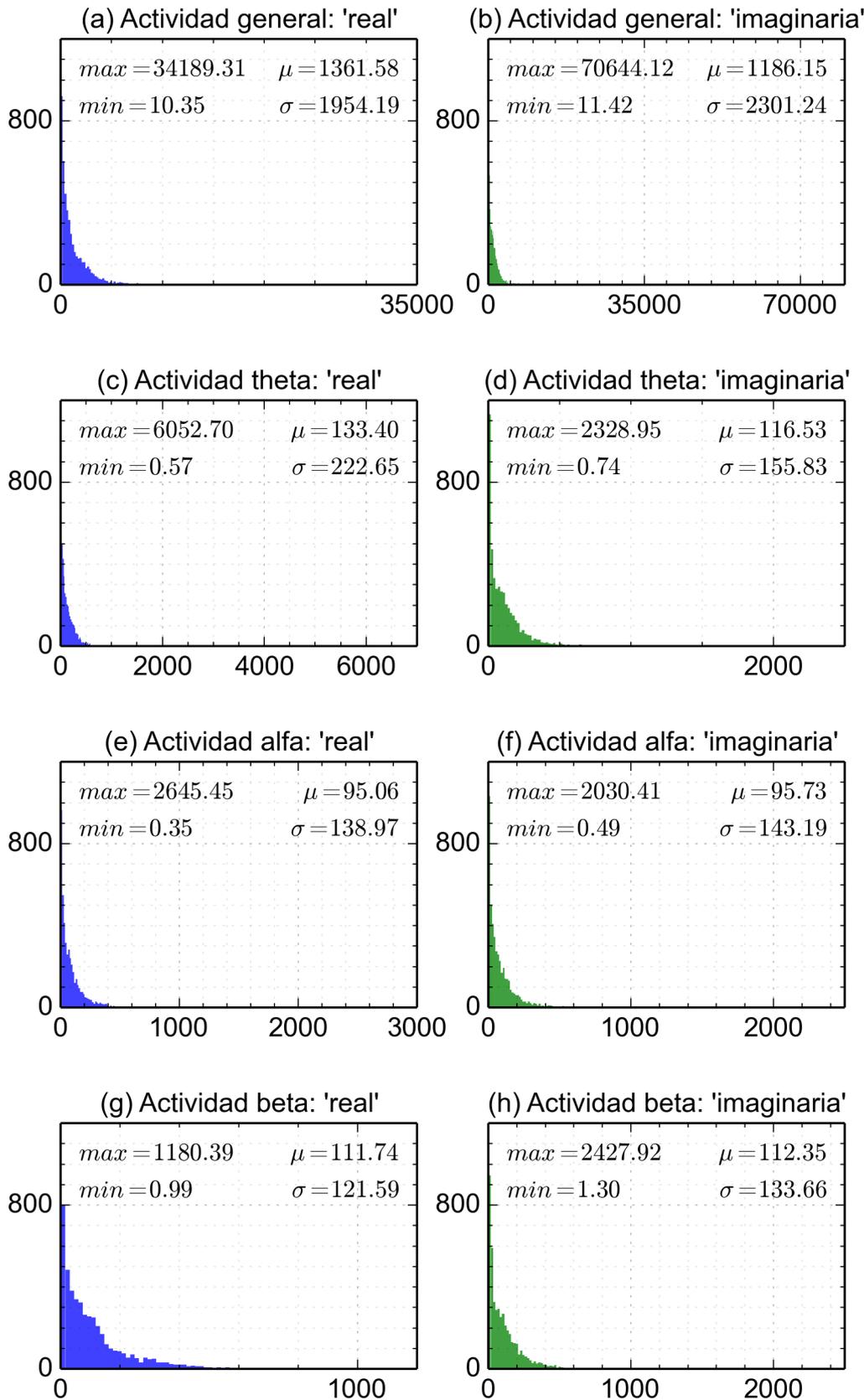


FIGURA 4.11: Distribución de actividades después del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Las actividades son menores debido al tratamiento de ruido. Hay anomalías distribuidas en un intervalo grande.

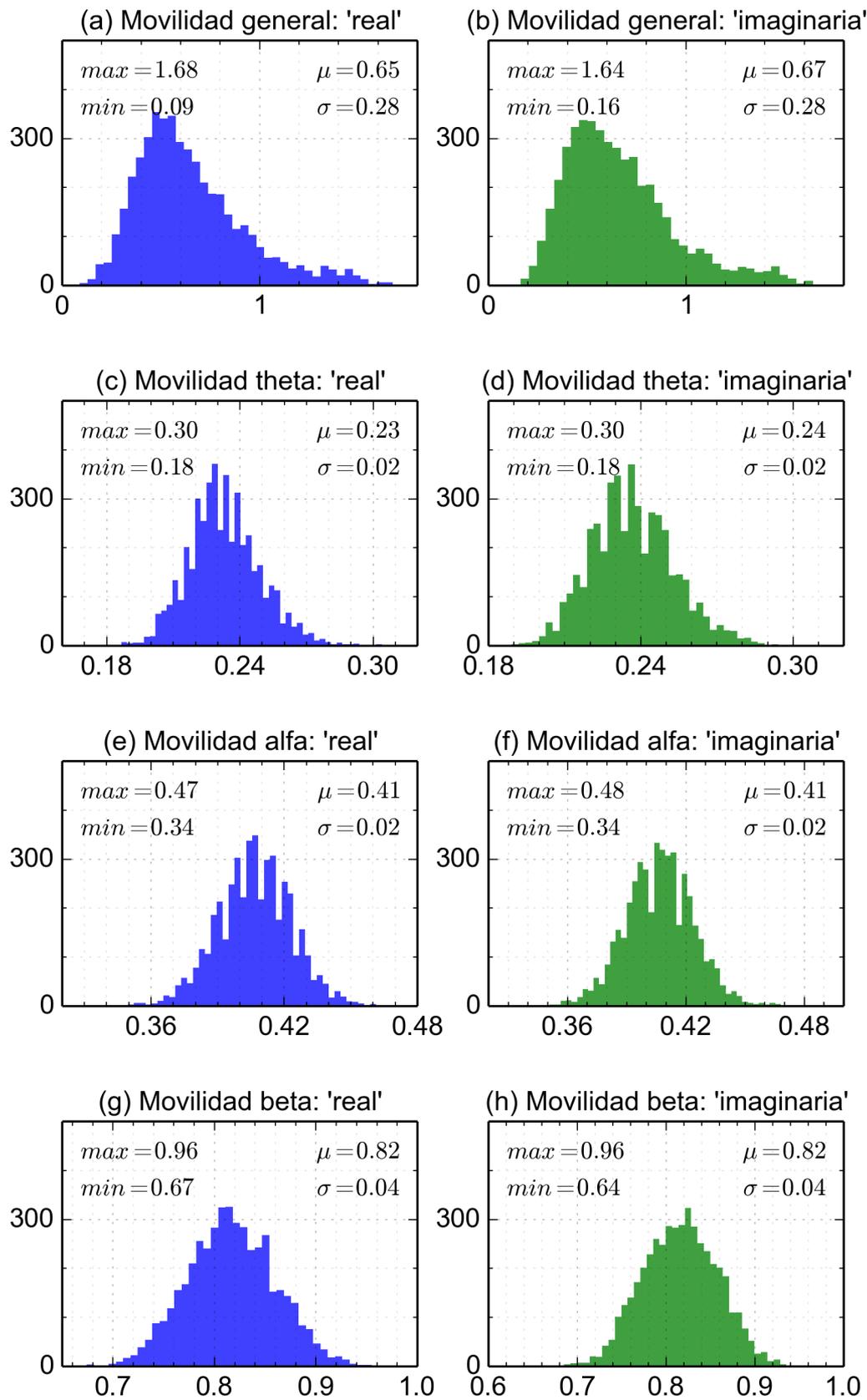


FIGURA 4.12: Distribución de movilidades después del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Las movilidades generales son mayores debido al tratamiento de ruido. Hay presencia moderada anomalías.

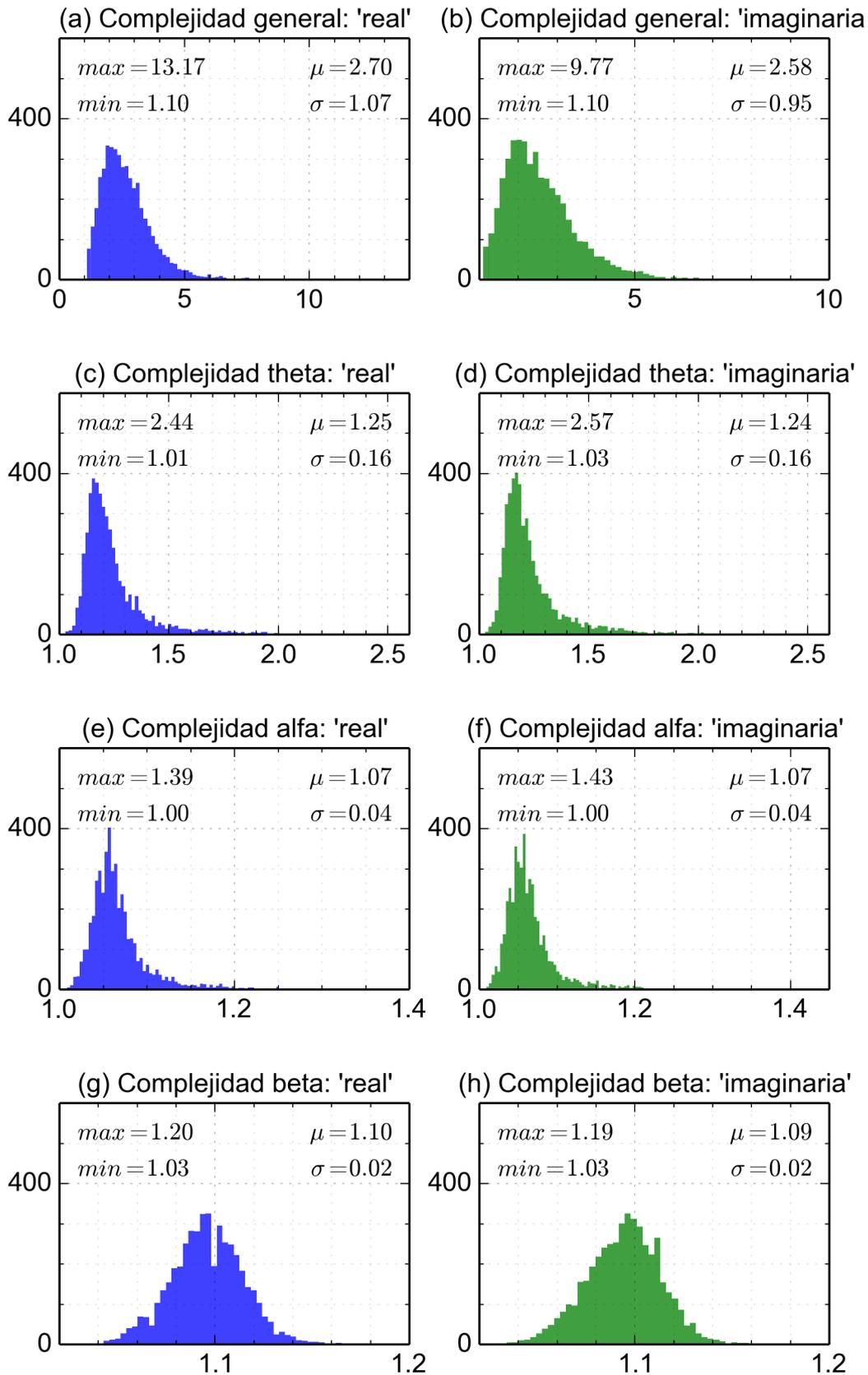


FIGURA 4.13: Distribución de complejidades después del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las tres bandas. Las complejidades generales son menores debido al tratamiento de ruido. Hay anomalías distribuidas en un intervalo grande.

evidente la presencia de anomalías que pueden causar problemas al normalizar la información. De manera similar se pueden observar anomalías aún cuando se aplica el análisis de componentes independientes, como se muestra en las Figuras 4.11, 4.12 y 4.13.

Para decidir si una muestra era anómala o no, se establecieron límites a partir de los cuales se observó una baja concentración de muestras, las muestras que en los canales C3, Cz o C4 estaban por encima o por debajo de al menos uno de esos límites se consideraron como anómalas (aunque biológicamente estos intervalos no tienen ningún significado en particular). Los intervalos establecidos para la extracción de características de los EEG originales se muestran en el Cuadro 4.2, en el Cuadro 4.3 se muestran los intervalos para los EEG reconstruidos.

Característica	Límite Inferior	Límite Superior
A_θ	0	500
M_θ	0	Sin límite
C_θ	0	1.6
A_α	0	400
M_α	0	Sin límite
C_α	1.0	1.2
A_β	0	400
M_β	0	Sin límite
C_β	1.04	1.16
A_G	0	5000
M_G	0	Sin límite
C_G	1.0	6.0

CUADRO 4.3: Intervalos establecidos para las características de los EEG reconstruidos.

Además, en las pruebas donde no se consideraron las muestras que estaban fuera de los límites establecidos, algunos voluntarios quedaron con un número muy pequeño de muestras y no se habría podido hacer una clasificación individual apropiada, por lo que se optó por tampoco considerar las muestras restantes de esos voluntarios en las pruebas sin anomalías. Lo anterior sucede con los voluntarios S007, S009, S010, S017, S024, S032, S035, S046, S048, S056, S058, S059, S063, S091, S103 y S109, reduciendo el porcentaje de muestras a un 70.4 % respecto al universo inicial de las características obtenidas a partir de los EEG originales y a un 71.3 % respecto a los EEG reconstruidos.

Después de descartar las anomalías, las desviaciones estándar se redujeron y los histogramas se distribuyeron en intervalos más cortos. En las Figuras 4.14, 4.15 y 4.16 se muestran los histogramas sin considerar las muestras anómalas de los tres descriptores correspondientes al canal C3 de los EEG originales, mientras que en las Figuras 4.17, 4.18 y 4.19 se muestran los correspondientes de los EEG reconstruidos.

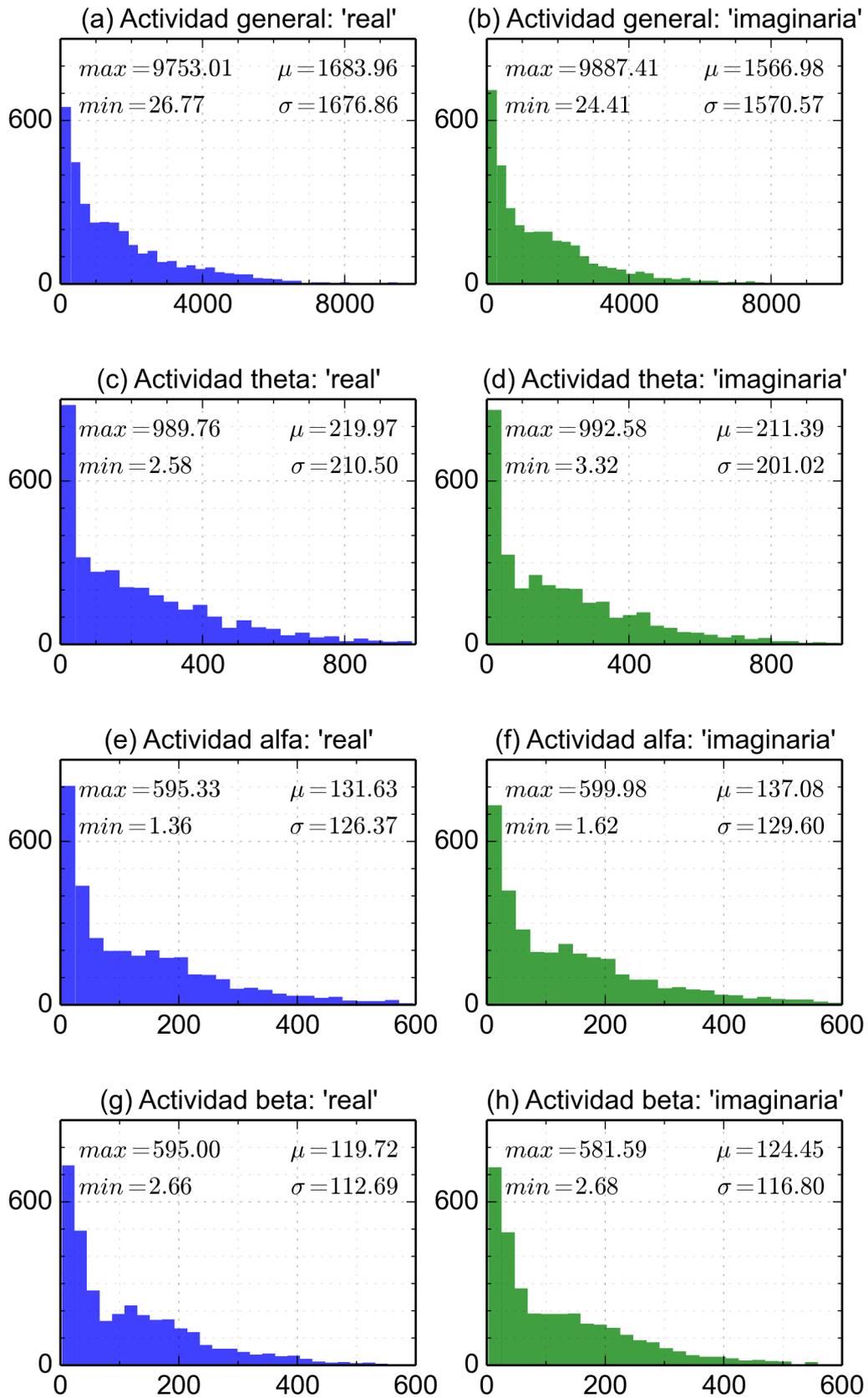


FIGURA 4.14: Distribución de actividades antes del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Las anomalías han sido eliminadas.

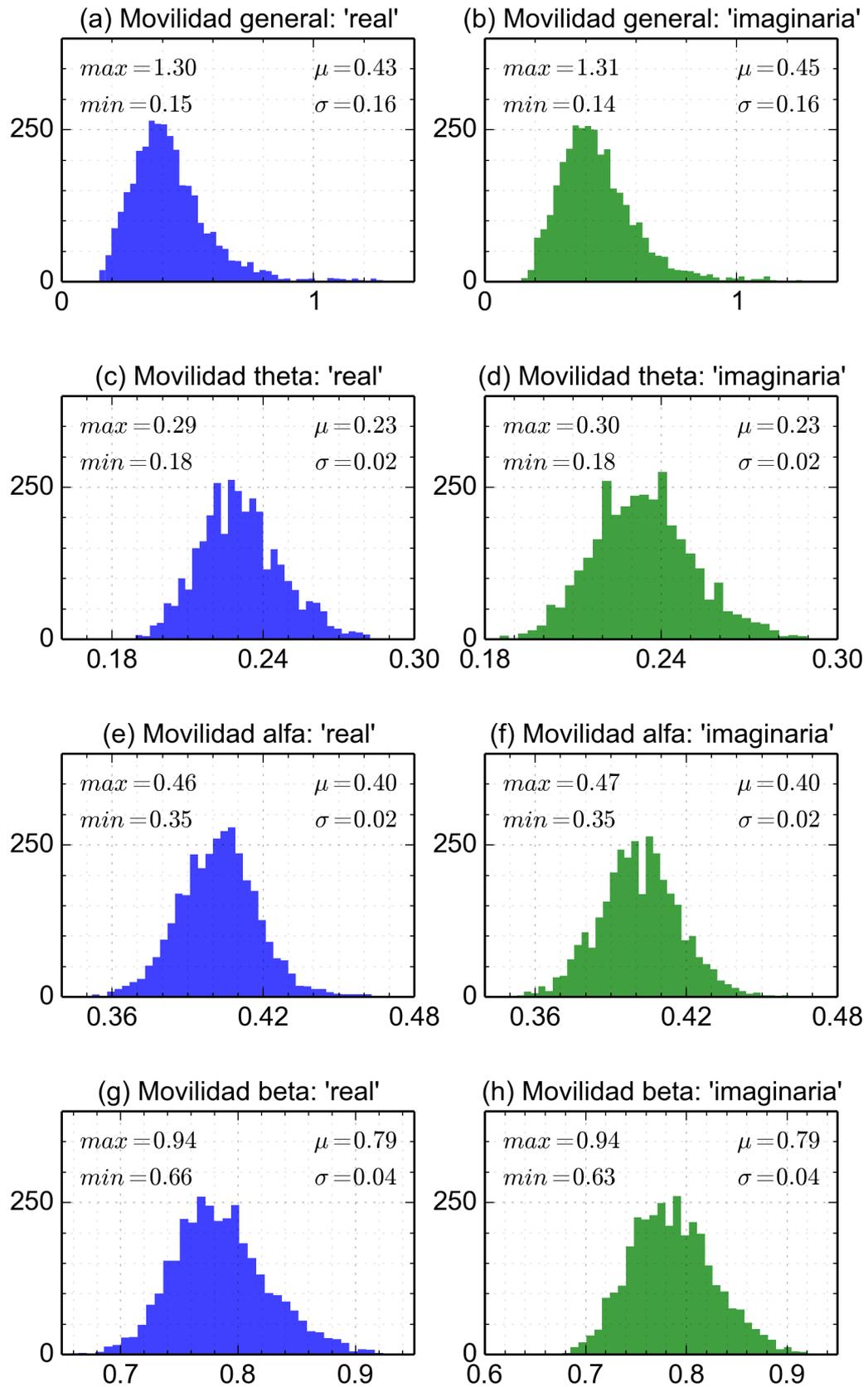


FIGURA 4.15: Distribución de movilidades antes del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Las anomalías han sido eliminadas.

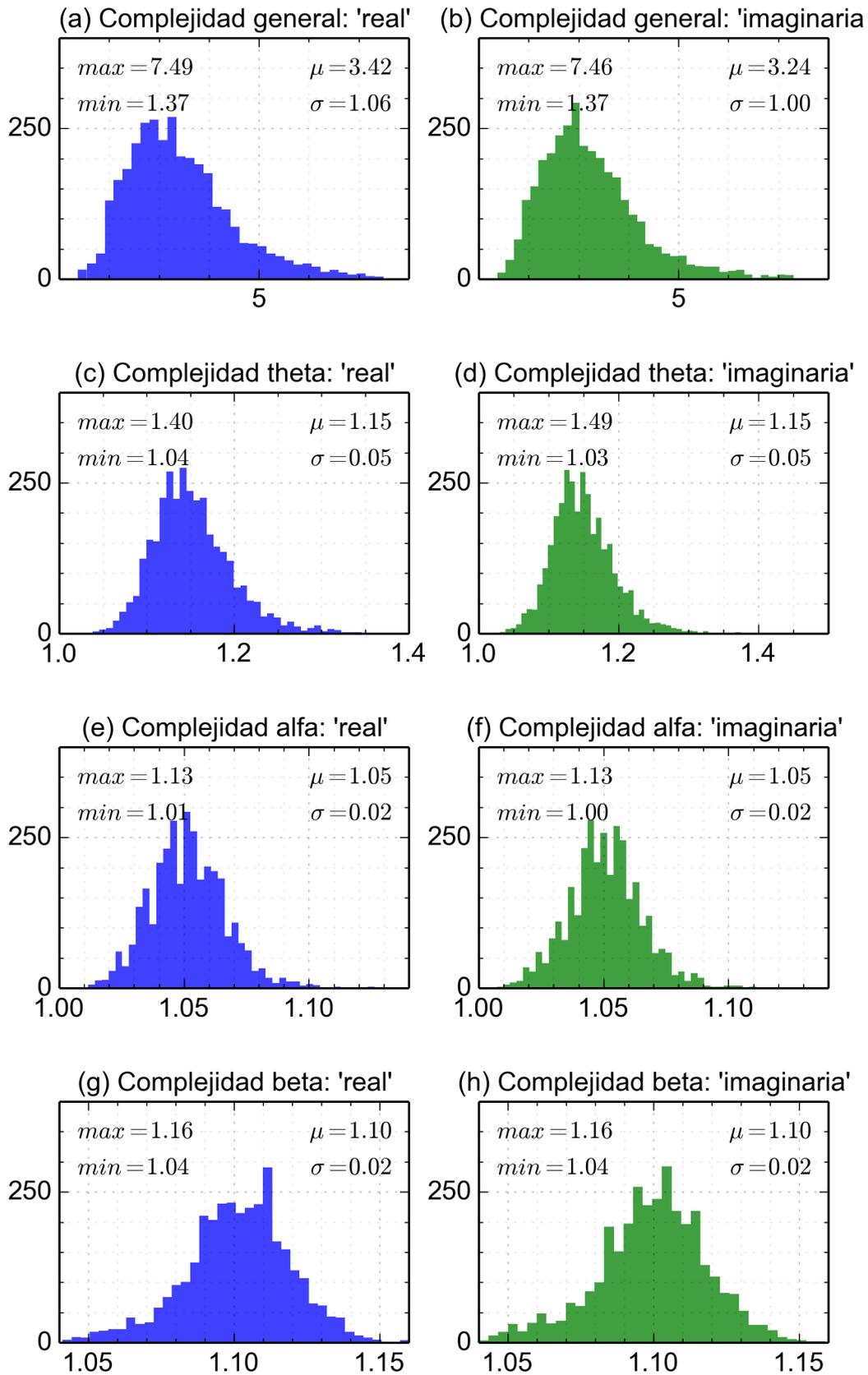


FIGURA 4.16: Distribución de complejidades antes del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Las anomalías han sido eliminadas.

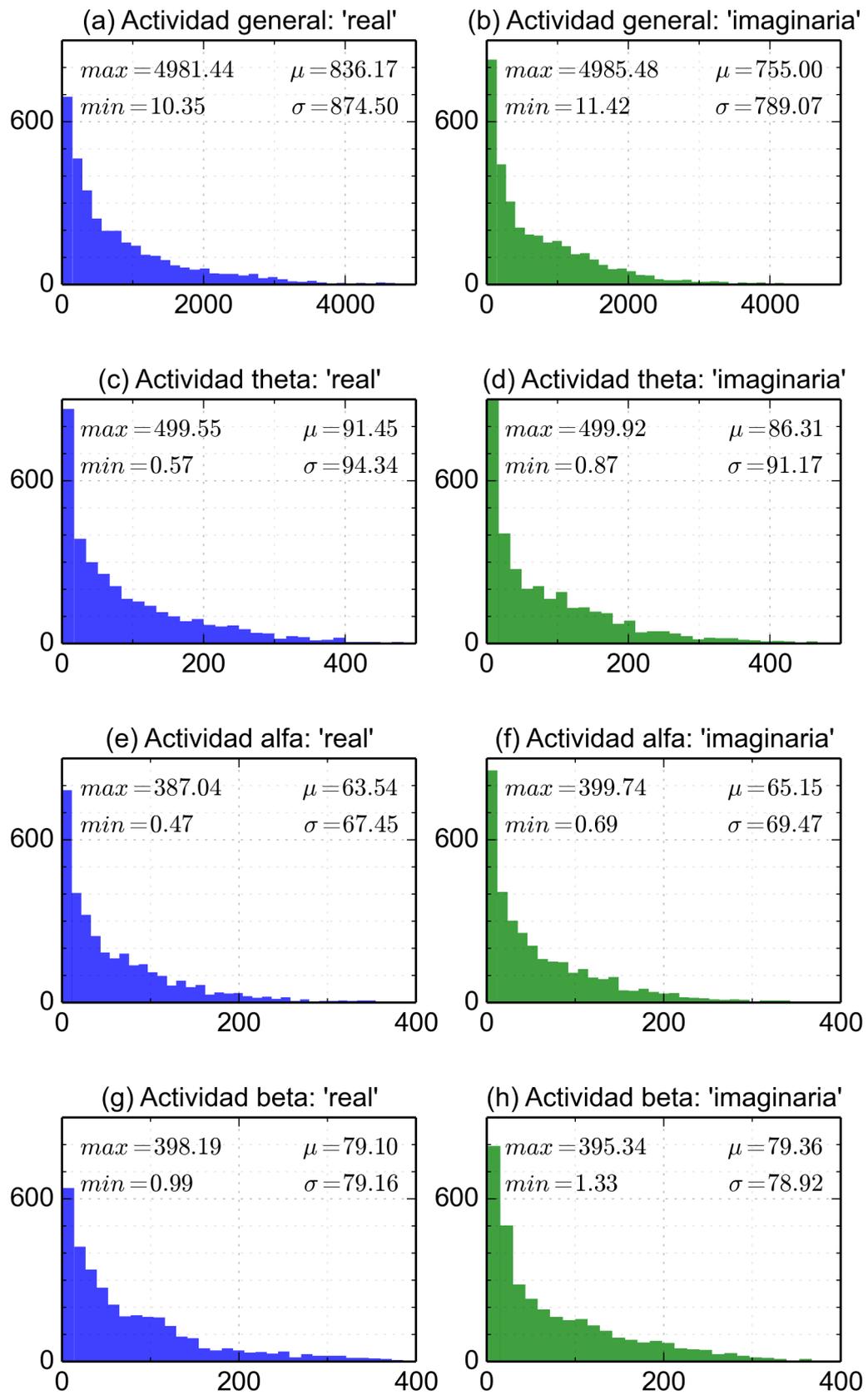


FIGURA 4.17: Distribución de actividades después del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Las actividades son menores debido al tratamiento de ruido. Las anomalías han sido eliminadas.

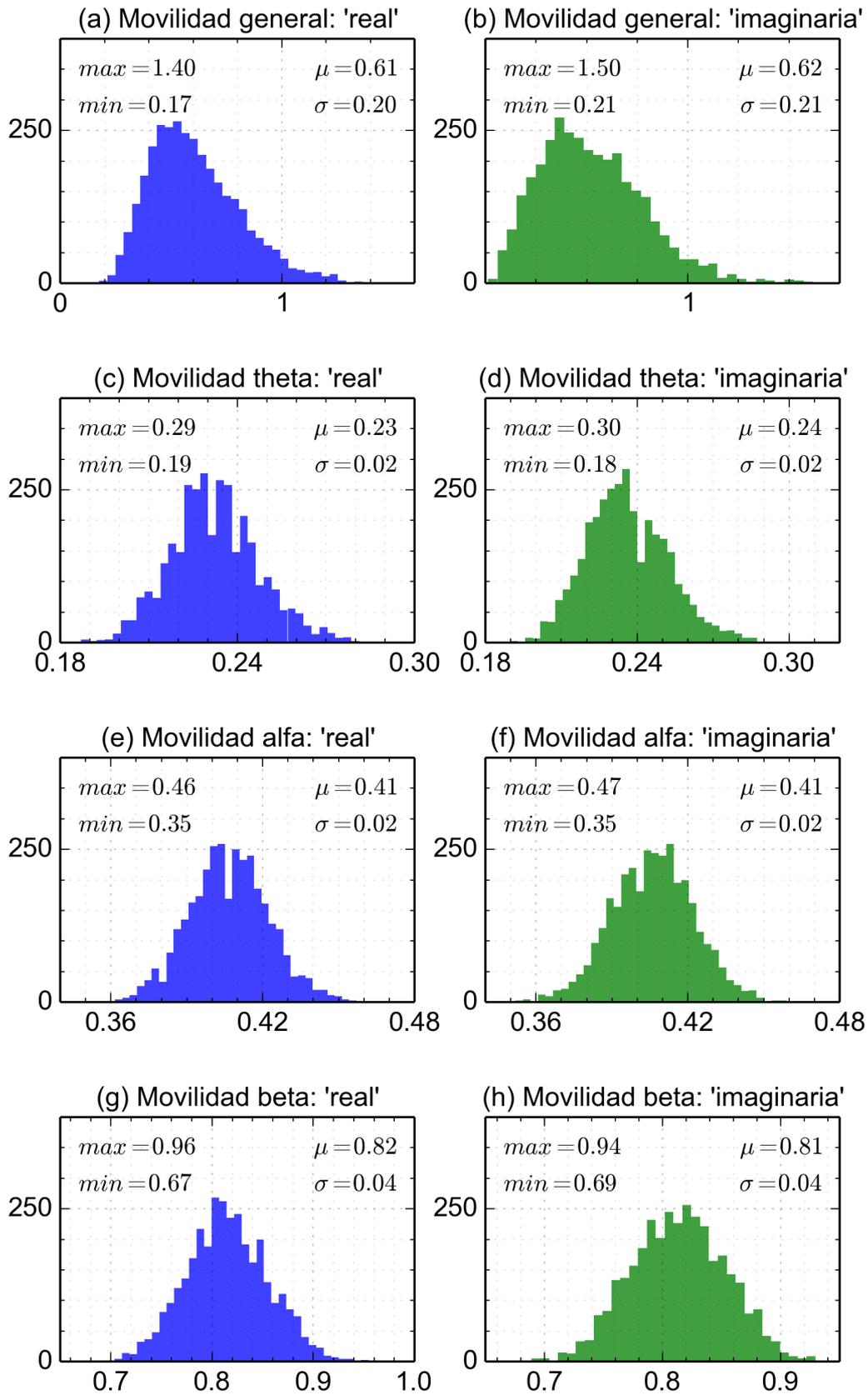


FIGURA 4.18: Distribución de movilidades después del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las bandas theta, alfa y beta. Las movilidades generales son mayores debido al tratamiento de ruido. Las anomalías han sido eliminadas.

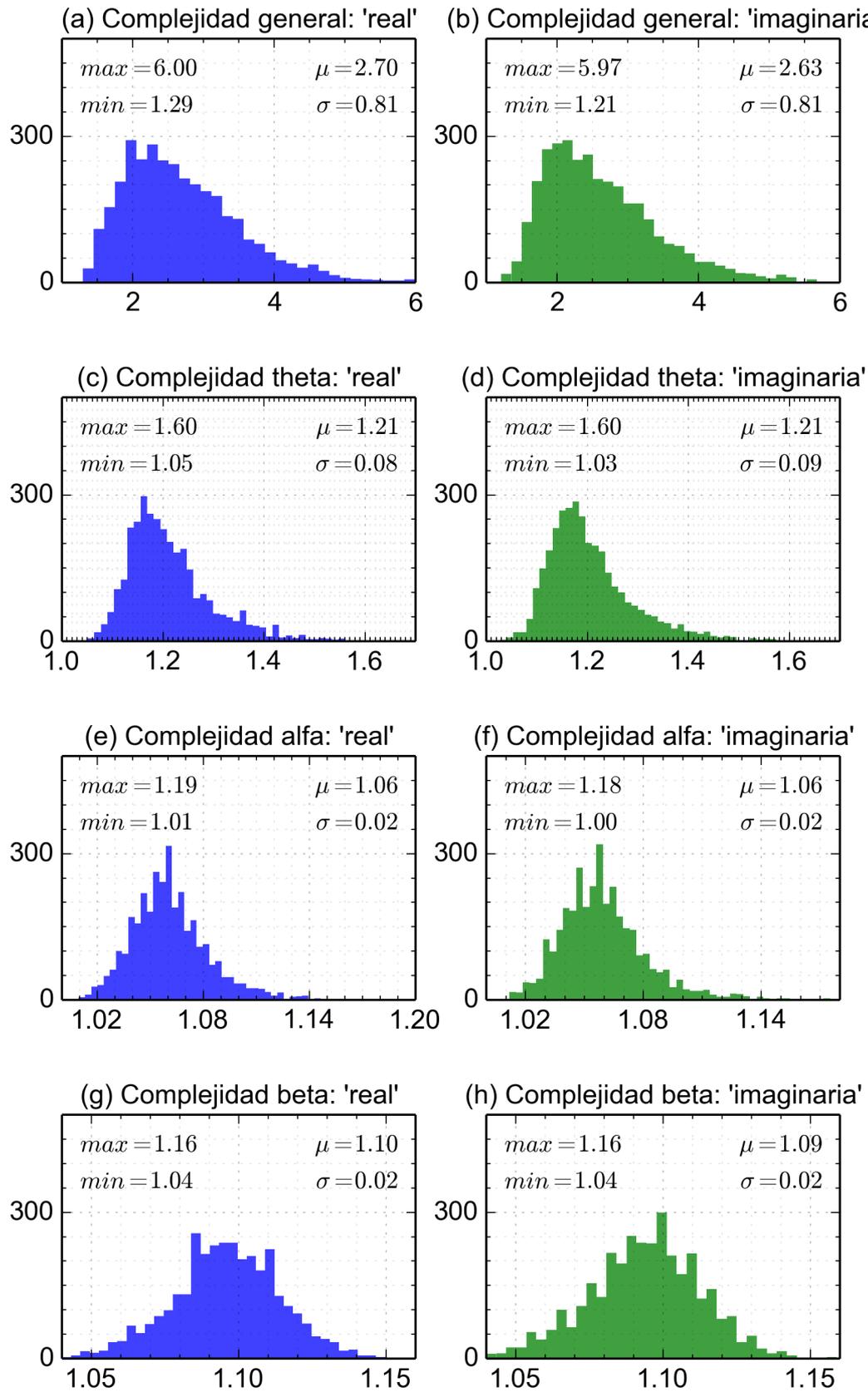


FIGURA 4.19: Distribución de complejidades después del tratamiento de ruido de los EEG sin filtrar y sobre las tres bandas. Las complejidades generales son menores debido al tratamiento de ruido. Las anomalías han sido eliminadas.

También se observó que independientemente de si se descartan o no las anomalías, los cambios más significativos en las distribuciones de las características después del tratamiento de ruido son:

- Actividad menor en todos los casos (EEG sin filtrar y filtrados sobre las bandas theta, alfa y beta).
- Movilidad mayor en los EEG sin filtrar.
- Complejidad menor en los EEG sin filtrar.

Los cambios anteriores en el descriptor de actividad son consecuencia directa de haber descartado componentes independientes, sin embargo es interesante que después del tratamiento de ruido cambien de manera importante las movilidades y las complejidades en los EEG sin filtrar, esto se puede interpretar como que al hacer el tratamiento de ruido se eliminaron componentes de baja frecuencia, por lo que las frecuencias dominantes aumentaron y los cambios en las mismas fueron menores.

Hasta este punto se cuenta con las doce características de todos los canales de los segmentos de EEG, tanto originales como reconstruidos. También se han establecido los límites para considerar una muestra como anómala. En la siguiente etapa se harán las clasificaciones considerando los casos de combinaciones significativas descritos en el Capítulo 3.

4.4 Clasificación

En esta etapa se realizaron diferentes pruebas con los casos de combinaciones significativas, cada segmento de EEG podría tener hasta 228 características (doce por canal), sin embargo utilizar un gran número de ellas no contribuye a una buena clasificación, por el contrario el algoritmo de clasificación tardaría demasiado tiempo y se obtendría un clasificador sobreajustado, la mejor opción fue utilizar un conjunto reducido de características. En el Cuadro 3.1 se presentaron cinco casos, la motivación para esta selección es la siguiente:

- **Caso 1** ($A_\theta, A_\alpha, A_\beta$; en C3, Cz y C4): Propuesto así para comparar los resultados con aquellos presentados en Sleight, Pillai y Mohan, 2009.
- **Caso 2** (A_G, M_G, C_G ; en C3, Cz y C4): Se utilizan los tres descriptores de Hjorth que además son más eficientes utilizando los segmentos de EEG sin filtrar que descompuestos en bandas específicas.
- **Caso 3** ($A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$; en C3, Cz y C4): Se combinan las características de los dos casos anteriores, esta combinación significativa es más eficiente que otras combinaciones con igual o mayor número de características (debido a que con más características la varianza se incrementa).
- **Caso 4** ($A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$; en F3, Fz y F4): Similar al caso anterior pero con los tres canales anteriores a C3, Cz y C4 para poder comparar los resultados de ambas regiones cerebrales.

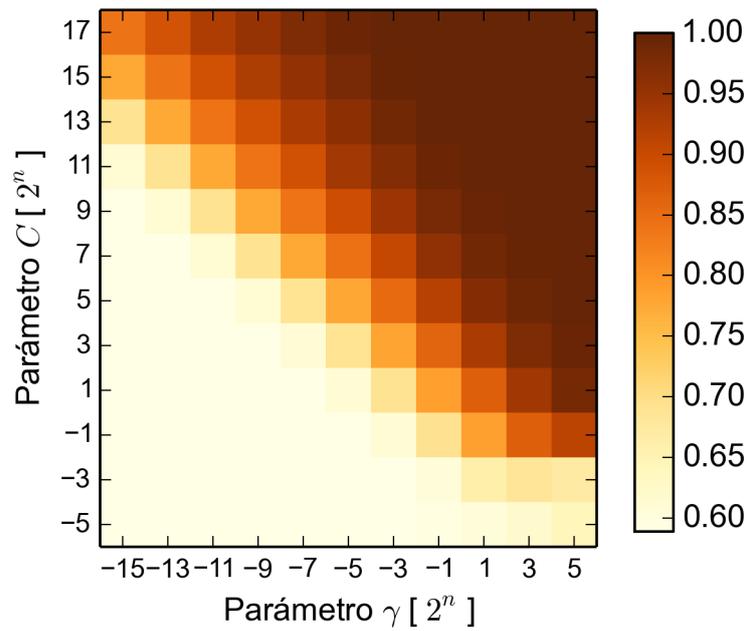


FIGURA 4.20: Eficiencias sobre el conjunto de entrenamiento de la clasificación individual. A medida que los parámetros aumentan, la eficiencia crece hasta alcanzar el 100 %.

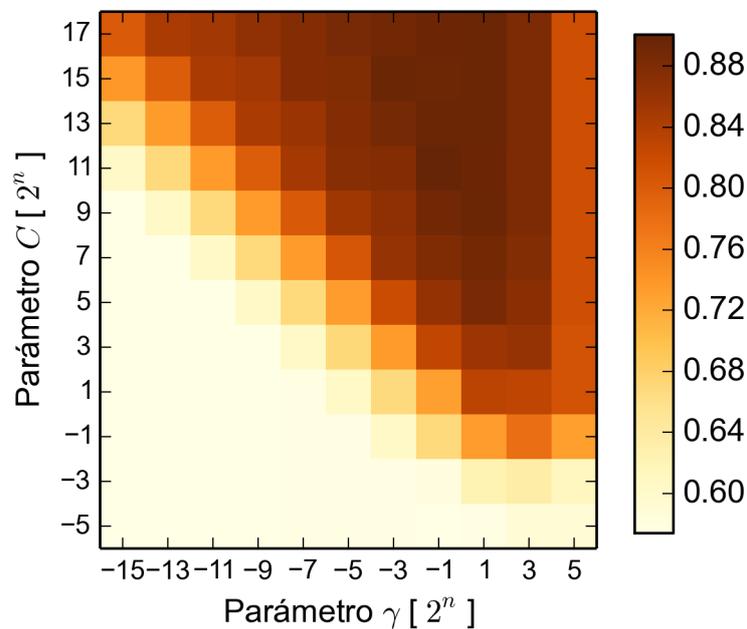


FIGURA 4.21: Eficiencias sobre el conjunto de validación de la clasificación individual. A medida que los parámetros aumentan, la eficiencia crece hasta determinado punto donde empieza a disminuir, comprobando que hay problemas de sesgo con parámetros bajos y de varianza con parámetros altos.

- **Caso 5** ($A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$; en P3, Pz y P4): Similar al caso anterior pero con los tres canales posteriores a C3, Cz y C4 para poder comparar los resultados de ambas regiones cerebrales.

En los histogramas presentados en la etapa anterior se puede observar que los descriptores correspondientes a la actividad tienen valores muy grandes comparados con los correspondientes a los otros dos descriptores, sucede lo mismo (aunque de forma menos notable) con las mismas actividades sobre diferentes bandas. Por lo anterior, en todas las pruebas de clasificación se normalizaron los datos de acuerdo a la Ecuación 3.2.

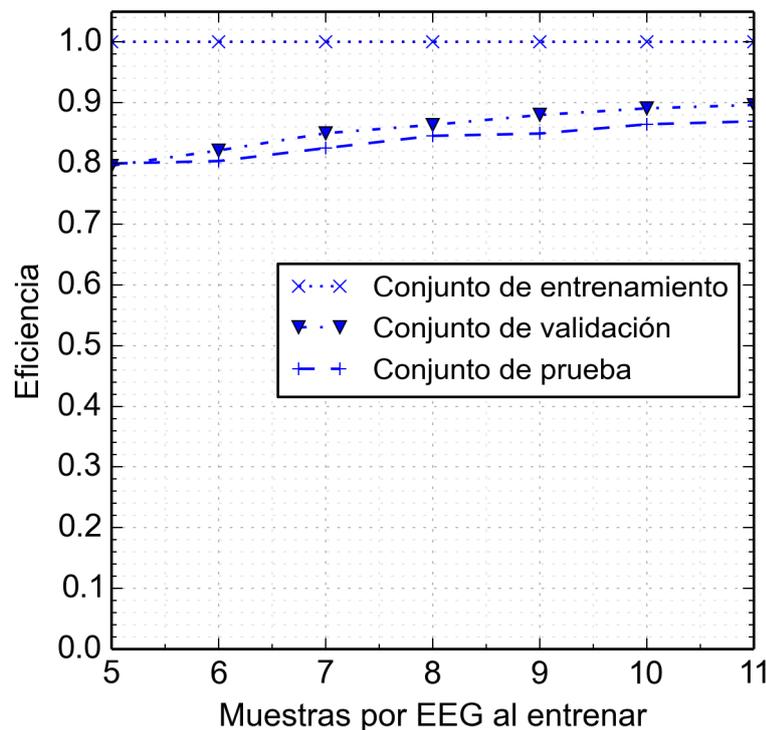


FIGURA 4.22: Curvas de aprendizaje sobre los tres conjuntos de la clasificación individual. Las eficiencias se mantienen sobre el conjunto de prueba y su curva de aprendizaje es estable, por lo que la clasificación es aceptable.

En el proceso metodológico presentado en el Capítulo 3 se plantearon tres tipos de clasificaciones, la primera con todos los voluntarios de forma individual donde la eficiencia E se determinó mediante

$$E = \frac{\sum_i^N E_i}{N} \quad (4.4)$$

donde E_i es la eficiencia de cada clasificador individual y N el número de clasificadores, es decir, se utilizó una eficiencia promedio; la segunda de manera general con registros de todos los voluntarios en los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba; y la tercera también de manera general con grupos

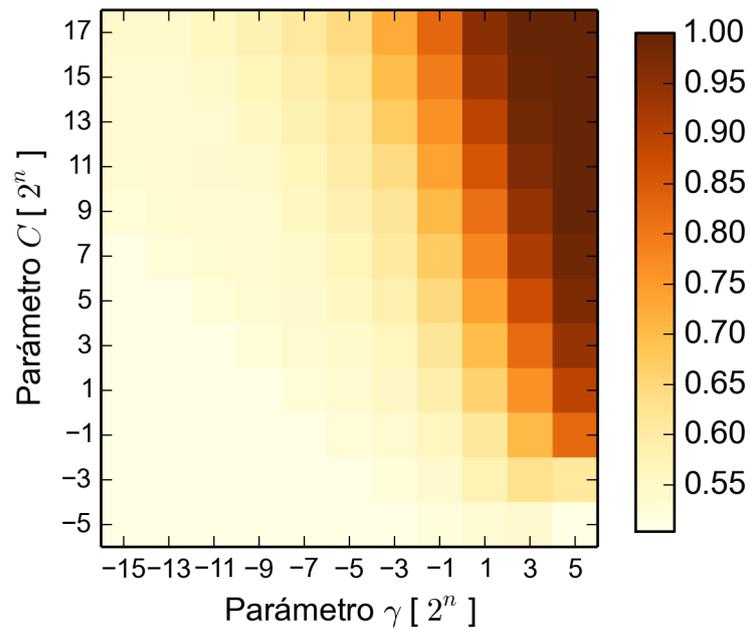


FIGURA 4.23: Eficiencias sobre el conjunto de entrenamiento de la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos. A medida que los parámetros aumentan, la eficiencia crece hasta alcanzar el 100%.

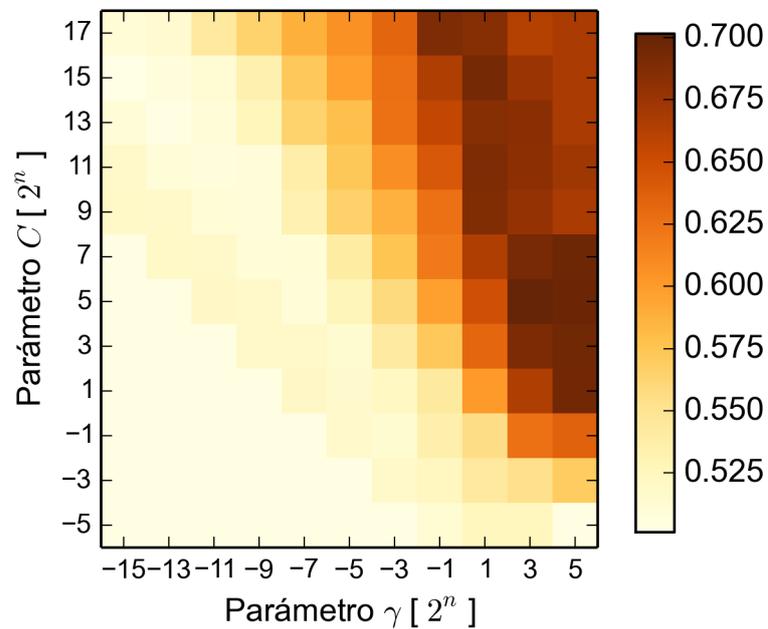


FIGURA 4.24: Eficiencias sobre el conjunto de validación de la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos. A medida que los parámetros aumentan, la eficiencia crece hasta determinado punto donde empieza a disminuir, comprobando que hay problemas de sesgo con parámetros bajos y de varianza con parámetros altos.

de voluntarios divididos entre los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba. Para clasificar los datos se utilizó la clase `sklearn.svm.SVC` (Pedregosa y col., 2011) de Python configurada con un núcleo gaussiano, se ilustrará la implementación de la clasificación con el caso 3, sin considerar anomalías y utilizando los ejercicios R03, R04, R07, R08, R11 y R12 de los EEG reconstruidos.

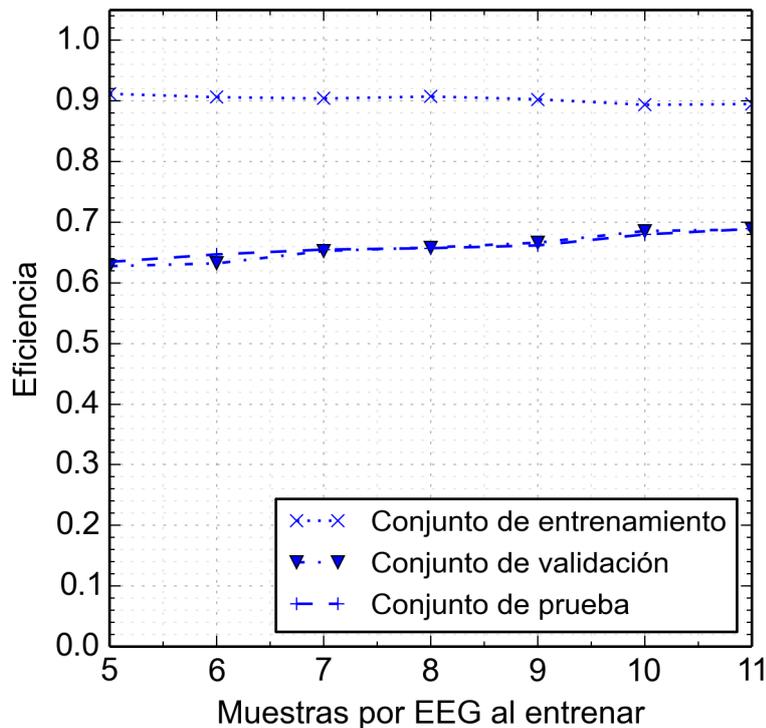


FIGURA 4.25: Curvas de aprendizaje sobre los tres conjuntos de la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos. Las eficiencias se mantienen sobre el conjunto de prueba y su curva de aprendizaje es estable, por lo que la clasificación es aceptable.

Para la clasificación individual se realizaron pruebas con diferentes combinaciones de los parámetros C y γ , una vez entrenado el clasificador, se clasificaron de forma independiente las mismas muestras del conjunto de entrenamiento y las muestras del conjunto de validación. En la Figura 4.20 se muestran las eficiencias de todas las combinaciones ejecutadas para el conjunto de entrenamiento, se puede observar que a medida que los parámetros C y γ aumentan, la eficiencia del clasificador crece hasta alcanzar el 100% de eficiencia, esto se debe a que el clasificador se ajusta cada vez más al conjunto de entrenamiento, sin embargo, como se muestra en la Figura 4.21, esto no sucede con el conjunto de validación ya que la eficiencia disminuye cuando el clasificador se sobreajusta, es decir, los clasificadores con parámetros C o γ demasiado altos tuvieron problemas de varianza. También se puede notar que si los parámetros C o γ son demasiado bajos, la eficiencia disminuye para ambos conjuntos, es

decir, los clasificadores con parámetros C o γ demasiado bajos tuvieron problemas de sesgo. Tomando en cuenta lo anterior, la mejor opción fue elegir clasificadores que hayan mostrado una buena eficiencia sobre el conjunto de prueba aunque esta no haya sido la mejor sobre el conjunto de entrenamiento. Los parámetros seleccionados fueron $C = 2^{13}$ y $\gamma = 2$.

Posteriormente, se verificó si la selección anterior fue adecuada mediante el cálculo de la curva de aprendizaje, donde el número de segmentos de EEG de cada ejercicio asignados al conjunto de entrenamiento se incrementó de uno en uno desde cinco hasta los once disponibles para este conjunto. En estas pruebas también se clasificó al conjunto de prueba para comprobar si la eficiencia del clasificador se mantenía. En la Figura 4.22 se muestran las curvas de aprendizaje para los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba utilizando parámetros $C = 2^{13}$ y $\gamma = 2$, se puede apreciar que las eficiencias sobre los conjuntos de validación y de prueba son similares, además aumentan ligeramente a medida que el tamaño del conjunto de entrenamiento crece y probablemente se mantendrían estables si el conjunto de entrenamiento siguiera creciendo, con lo que ya no sería necesario aumentar las muestras del conjunto de entrenamiento. Se puede concluir que los parámetros seleccionados funcionan correctamente y que además el tamaño del conjunto de entrenamiento es adecuado.

En el caso de la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos, en las Figuras 4.23 y 4.24 se muestran las eficiencias de los clasificadores para el conjunto de entrenamiento y de validación respectivamente, al igual que en la clasificación individual, el clasificador se sobreajusta si los parámetros C o γ son demasiado altos, mientras que se sesga si los parámetros son bajos. Los parámetros $C = 2^{13}$ y $\gamma = 2$ también tuvieron un buen rendimiento en esta clasificación general, por lo que fueron los que se seleccionaron.

En el ejercicio anterior las eficiencias también se mantienen sobre el conjunto de prueba y la curva de aprendizaje tiende a estabilizarse a medida que el número de muestras en el conjunto de entrenamiento aumenta como se muestra en la Figura 4.25, por lo que se pueden considerar los parámetros seleccionados y el tamaño del conjunto de entrenamiento como aceptables. Adicionalmente, en el Cuadro 4.4 se muestra la matriz de confusión de las clasificaciones ejecutadas para obtener la curva de aprendizaje, en esta matriz los valores de precisión y cobertura son similares a los de la eficiencia, de manera que tampoco hay una tendencia por clasificar incorrectamente en una clase más que en la otra.

Se realizaron pruebas similares para la clasificación general con voluntarios divididos entre los tres conjuntos, en las Figuras 4.26 y 4.27 se muestran las eficiencias de los conjuntos de entrenamiento y validación. A diferencia de las dos clasificaciones anteriores, las eficiencias en el conjunto de validación no son estables a medida que se varían los parámetros. Si bien los parámetros $C = 2^{13}$ y $\gamma = 2$ no dieron la mejor eficiencia, sí se ubican en la región donde las eficiencias tienden a mejorar. Para utilizar la misma configuración en los

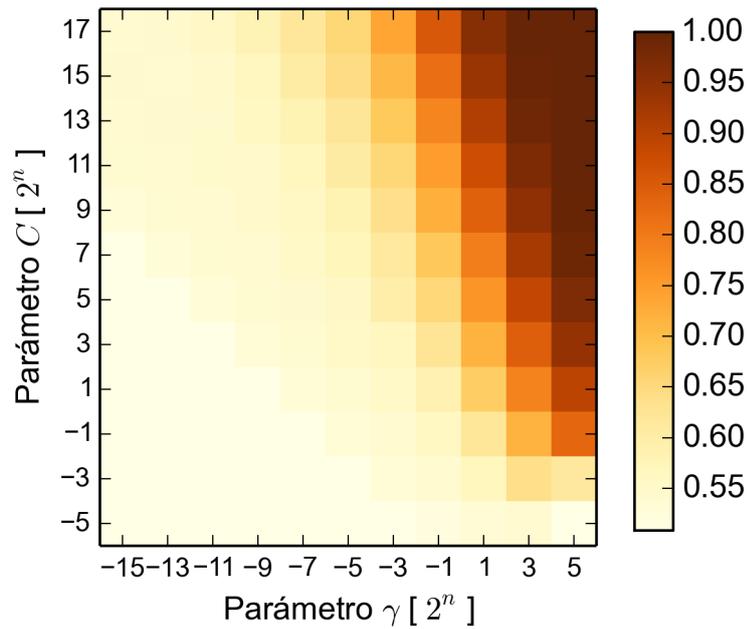


FIGURA 4.26: Eficiencias sobre el conjunto de entrenamiento de la clasificación general con los voluntarios divididos entre los tres conjuntos. A medida que los parámetros aumentan, la eficiencia crece hasta alcanzar el 100%.

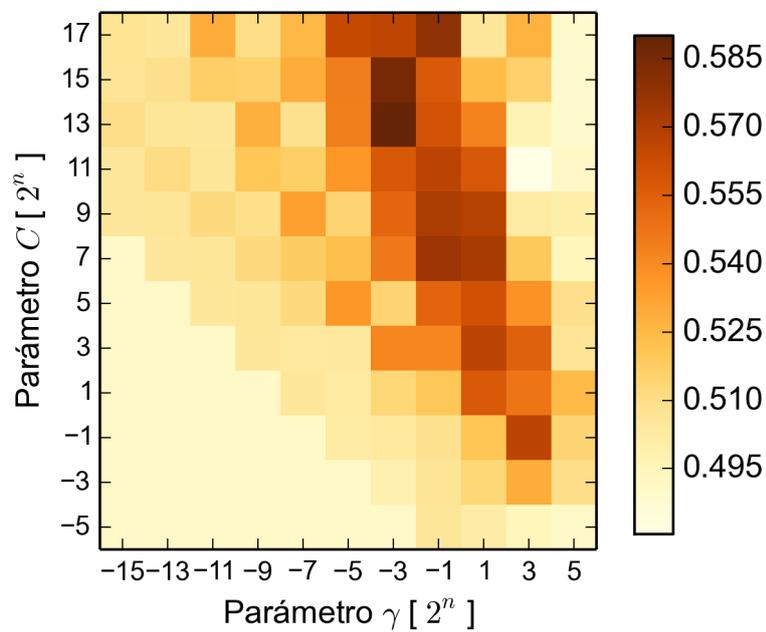


FIGURA 4.27: Eficiencias sobre el conjunto de validación de la clasificación general con los voluntarios divididos entre los tres conjuntos. Las eficiencias son inestables y no se puede identificar una región hacia los parámetros tiendan a mejorar la eficiencia.

tres tipos de clasificación, se seleccionaron también éstos parámetros C y γ .

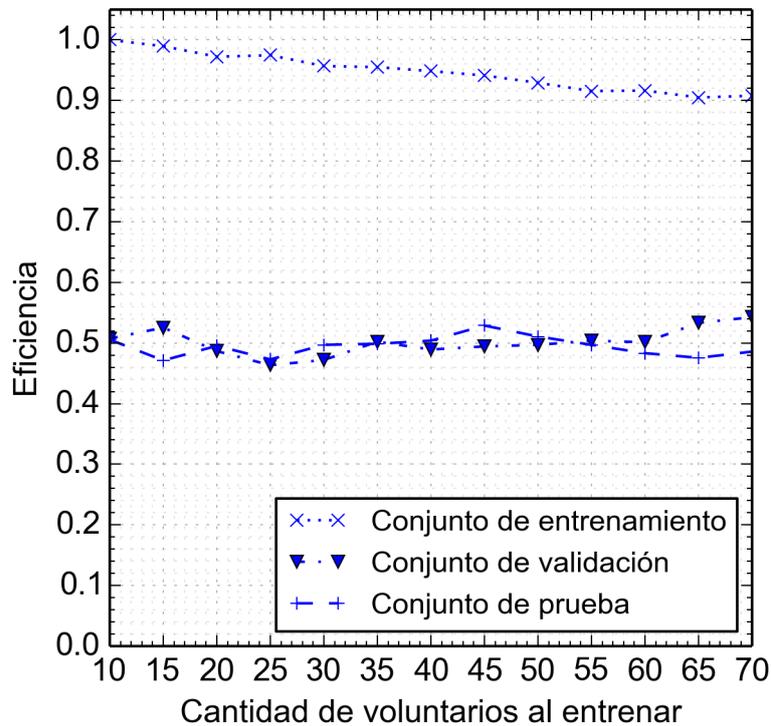


FIGURA 4.28: Curvas de aprendizaje sobre los tres conjuntos de la clasificación general con los voluntarios divididos entre los tres conjuntos. Las eficiencias varían moderadamente sobre el conjunto de prueba y su curva de aprendizaje no tiene una tendencia clara, por lo que esta clasificación aún tiene problemas.

La curva de aprendizaje mostrada en la Figura 4.28 revela variaciones moderadas entre las eficiencias de los conjuntos de validación y de prueba, la única tendencia clara es el descenso de la eficiencia sobre el conjunto de entrenamiento a medida que el tamaño de éste aumenta, debido a esto, es posible que se requieran más datos para esta prueba (los cuales no se tienen), de cualquier forma las eficiencias sobre los conjuntos de validación y prueba son muy inferiores en esta curva de aprendizaje, probablemente esto sea porque se intentaron clasificar muestras de voluntarios que no formaron parte del conjunto de entrenamiento. Las matrices de confusión de las clasificaciones ejecutadas para obtener esta curva de aprendizaje se muestran en el Cuadro 4.5, los valores de precisión y cobertura son similares a los de eficiencia, por lo que en esta clasificación tampoco existe una tendencia por clasificar incorrectamente en una clase más que en la otra.

Al término de esta etapa de clasificación, se han hecho las pruebas necesarias para seleccionar los parámetros adecuados del algoritmo clasificador, se ha verificado que estos parámetros mantienen su eficiencia lo mejor posible sobre los conjuntos de prueba y que el tamaño de los conjuntos de entrenamiento es aceptable. En el Capítulo 5 se utilizará esta configuración para clasificar las

muestras bajo los diferentes casos de combinaciones significativas, así como algunas variaciones para comprobar si las técnicas utilizadas en las diferentes etapas del desarrollo de este trabajo contribuyen a mejorar la eficiencia del clasificador.

Segmentos	Conjunto	VP	FP	FN	VN	Prec.	Cob.	Efic.
5	Entrenamiento	1048	102	98	1022	0.91	0.91	0.91
5	Validación	293	179	148	258	0.62	0.66	0.63
5	Prueba	303	170	152	256	0.64	0.67	0.63
6	Entrenamiento	1245	127	128	1222	0.91	0.91	0.91
6	Validación	291	173	150	264	0.63	0.66	0.63
6	Prueba	307	163	148	263	0.65	0.67	0.65
7	Entrenamiento	1429	130	175	1446	0.92	0.89	0.90
7	Validación	286	150	155	287	0.66	0.65	0.65
7	Prueba	305	154	150	272	0.66	0.67	0.65
8	Entrenamiento	1630	144	191	1652	0.91	0.89	0.90
8	Validación	294	153	147	284	0.65	0.66	0.65
8	Prueba	311	158	144	268	0.66	0.68	0.65
9	Entrenamiento	1812	161	234	1859	0.91	0.88	0.90
9	Validación	289	141	152	296	0.67	0.65	0.66
9	Prueba	307	150	148	276	0.67	0.67	0.66
10	Entrenamiento	1979	186	294	2056	0.91	0.87	0.89
10	Validación	301	136	140	301	0.68	0.68	0.68
10	Prueba	318	145	137	281	0.68	0.69	0.67
11	Entrenamiento	2179	209	312	2263	0.91	0.87	0.89
11	Validación	301	134	140	303	0.69	0.68	0.68
11	Prueba	317	136	138	290	0.69	0.69	0.68

CUADRO 4.4: Matriz de confusión de la curva de aprendizaje correspondiente a la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos. Los valores de cobertura y precisión son similares a los de eficiencia por lo que no existe una tendencia incorrecta por clasificar en una clase más que en la otra.

Voluntarios	Conjunto	VP	FP	FN	VN	Prec.	Cob.	Efic.
15	Entrenamiento	478	7	3	469	0.98	0.99	0.98
15	Validación	281	263	288	329	0.51	0.49	0.52
15	Prueba	221	254	362	328	0.46	0.37	0.47
20	Entrenamiento	638	16	20	625	0.97	0.96	0.97
20	Validación	296	323	273	269	0.47	0.52	0.48
20	Prueba	252	257	331	325	0.49	0.43	0.49
25	Entrenamiento	804	20	21	776	0.97	0.97	0.97
25	Validación	295	349	274	243	0.45	0.51	0.46
25	Prueba	245	276	338	306	0.47	0.42	0.47
30	Entrenamiento	974	42	45	952	0.95	0.95	0.95
30	Validación	305	349	264	243	0.46	0.53	0.47
30	Prueba	275	278	308	304	0.49	0.47	0.49
35	Entrenamiento	1085	48	52	1045	0.95	0.95	0.95
35	Validación	314	323	255	269	0.49	0.55	0.50
35	Prueba	288	289	295	293	0.49	0.49	0.49
40	Entrenamiento	1261	67	67	1205	0.94	0.94	0.94
40	Validación	336	360	233	232	0.48	0.59	0.48
40	Prueba	306	301	277	281	0.50	0.52	0.50
45	Entrenamiento	1424	80	95	1380	0.94	0.93	0.94
45	Validación	326	344	243	248	0.48	0.57	0.49
45	Prueba	291	257	292	325	0.53	0.49	0.52
50	Entrenamiento	1507	104	124	1486	0.93	0.92	0.92
50	Validación	313	328	256	264	0.48	0.55	0.49
50	Prueba	270	257	313	325	0.51	0.46	0.51
55	Entrenamiento	1647	127	179	1672	0.92	0.90	0.91
55	Validación	323	330	246	262	0.49	0.56	0.50
55	Prueba	278	281	305	301	0.49	0.47	0.49
60	Entrenamiento	1714	131	183	1727	0.92	0.90	0.91
60	Validación	321	331	248	261	0.49	0.56	0.50
60	Prueba	271	290	312	292	0.48	0.46	0.48
65	Entrenamiento	1836	163	225	1861	0.91	0.89	0.90
65	Validación	313	286	256	306	0.52	0.55	0.53
65	Prueba	279	307	304	275	0.47	0.47	0.47
70	Entrenamiento	1998	168	237	1993	0.92	0.89	0.90
70	Validación	308	270	261	322	0.53	0.54	0.54
70	Prueba	270	286	313	296	0.48	0.46	0.48

CUADRO 4.5: Matriz de confusión de la curva de aprendizaje correspondiente a la clasificación general dividiendo a los voluntarios entre los tres conjuntos. Los valores de cobertura y precisión son similares a los de eficiencia por lo que no existe una tendencia incorrecta por clasificar en una clase más que en la otra.

Capítulo 5

Resultados

Se ejecutaron los tres tipos de clasificación considerando los cinco casos de combinaciones significativas previamente planteados. En el Cuadro 5.1 se muestran las eficiencias de estas clasificaciones. Se denotará la clasificación general con todos los voluntarios en los tres conjuntos como *Clasificación General 1* y la clasificación general dividiendo los voluntarios entre los tres conjuntos como *Clasificación General 2*.

	Característica	Canales	Clas. Ind.	Clas. Gen. 1	Clas. Gen. 2
1	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta$	C3, Cz, C4	81.4 %	62.8 %	48.0 %
2	A_G, M_G, C_G	C3, Cz, C4	86.0 %	65.1 %	47.4 %
3	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$	C3, Cz, C4	86.9 %	68.8 %	48.5 %
4	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$	F3, Fz, F4	85.7 %	61.6 %	50.5 %
5	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$	P3, Pz, P4	89.7 %	65.9 %	48.1 %

CUADRO 5.1: Eficiencias de las tres clasificaciones sobre los cinco casos planteados.

De acuerdo a los resultados anteriores, el mejor resultado se obtiene mediante el caso 3. Para verificar que en las diferentes etapas de este de trabajo se tomaron decisiones adecuadas, se plantearon algunas variaciones sobre el mejor de los casos, mismas que se muestran en el Cuadro 5.2.

Cambio	Clas. Ind.	Clas. Gen. 1	Clas. Gen. 2
Sin remoción de ruido	67.8 %	57.1 %	55.4 %
Considerando anomalías	86.8 %	63.0 %	51.2 %
Ej. R05, R06, R09, R10, R13 y R14	90.2 %	71.1 %	47.4 %
Todos los ejercicios	82.3 %	66.4 %	50.7 %
Clasificando con red neuronal	83.3 %	59.2 %	51.9 %

CUADRO 5.2: Eficiencias con variaciones sobre el mejor caso.

Adicionalmente, un experimento de clasificación relacionado con este trabajo ha sido reportado en Sleight, Pillai y Mohan, 2009, las pruebas presentadas ahí con las que se pudo hacer una comparación en este trabajo son:

- Clasificación individual sin tratamiento de ruido.

- Clasificación general con los voluntarios divididos entre los tres conjuntos de entrenamiento, validación y prueba (*Clasificación general 2*) sin tratamiento de ruido.
- Clasificación individual con tratamiento de ruido.
- Clasificación general con los voluntarios divididos entre los tres conjuntos de entrenamiento, validación y prueba (*Clasificación general 2*) con tratamiento de ruido.

En todos los casos se normalizaron los datos y no se descartaron anomalías (únicamente se excluyeron los seis voluntarios con variaciones en sus registros), las comparaciones se muestran en el Cuadro 5.3, donde se puede notar que en nuestro caso 1 la eficiencia sobre la clasificación individual con tratamiento de ruido mejoró en un 10.6 %, mientras que para el caso 3 se mejoró en un 17.5 %. En cuanto a la clasificación general con tratamiento, en ambos casos nuestros resultados son inferiores en un 4 %. Entre los resultados reportados, no hay una clasificación general dividiendo los voluntarios entre los tres conjuntos (*Clasificación general 1*), por lo que no es posible presentar una comparación de estos resultados en particular.

Prueba	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta$	$A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$	Reportados
Clas. ind. s/tratamiento	65.3 %	70.1 %	69.0 %
Clas. gen. 2 s/tratamiento	55.8 %	54.0 %	53.6 %
Clas. ind c/tratamiento	74.6 %	81.5 %	64.0 %
Clas. gen. 2 c/tratamiento	52.1 %	52.0 %	56.0 %

CUADRO 5.3: Comparación con resultados reportados en Sleight, Pillai y Mohan, 2009. Se puede notar que en nuestros casos 1 y 3, la eficiencia sobre la clasificación individual con tratamiento de ruido mejoró. En cuanto a la clasificación general con tratamiento, nuestros resultados son inferiores.

En la Figura 5.1 se muestra una gráfica donde se comparan nuestras eficiencias con las eficiencias reportadas.

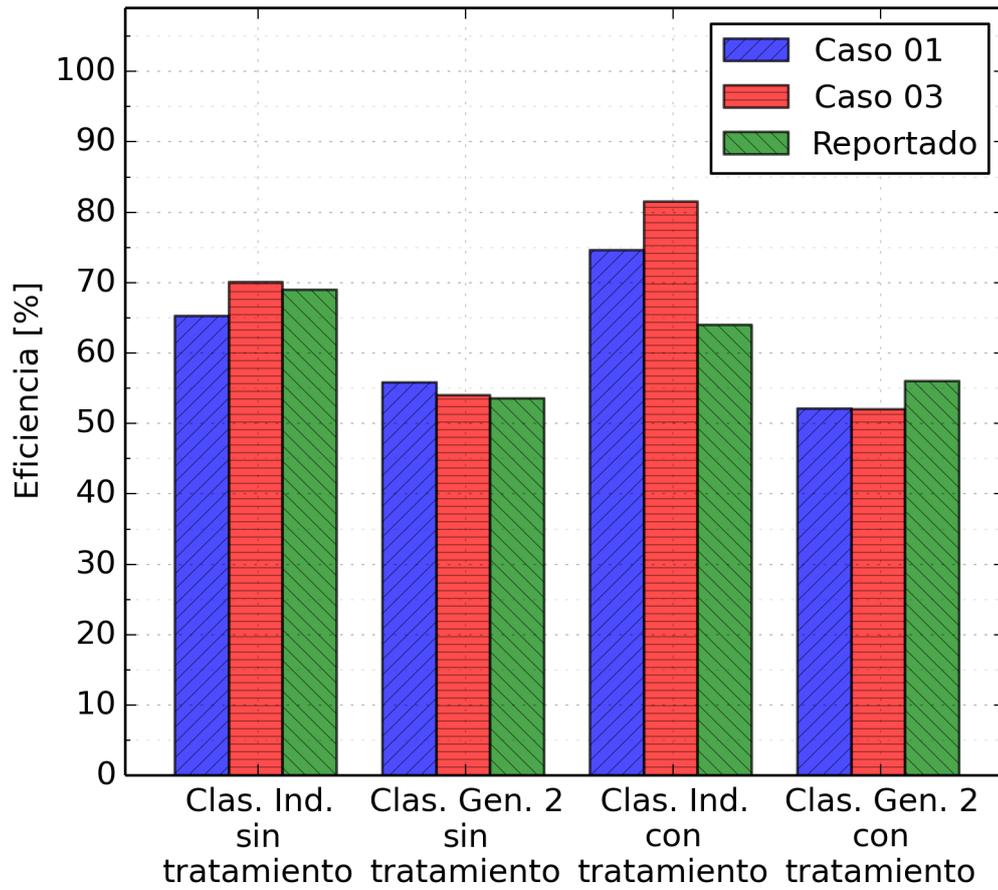


FIGURA 5.1: Resumen de la comparación de resultados. Se comparan nuestros casos 1 ($A_\theta, A_\alpha, A_\beta$) y 3 ($A_\theta, A_\alpha, A_\beta, M_G, C_G$) versus los resultados reportados.

Capítulo 6

Conclusiones

Después de haber ejecutado las diferentes pruebas con los casos de combinaciones significativas planteados durante el proceso metodológico, se puede concluir que las características con las que mejor eficiencia se obtiene al clasificar segmentos de EEG correspondientes a actividades motoras reales e imaginarias son la energía promedio de los segmentos de EEG sobre las bandas theta, alfa y beta; así como la movilidad y complejidad de los EEG sin filtrar, todas ellas obtenidas de los canales C3, Cz y C4.

Entre los tres tipos de clasificación que se ejecutaron, es decir, clasificación individual por voluntario; clasificación general con muestras de todos los voluntarios en los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba; y clasificación general con muestras de diferentes voluntarios en los tres conjuntos, en las primeras dos clasificaciones se obtuvieron resultados aceptables, mientras que en la tercera los resultados fueron malos (en algunos casos por debajo del 50%), una forma en la que se podría mejorar la eficiencia de esta clasificación es aumentando el número de muestras del conjunto de entrenamiento (más voluntarios); o bien utilizando técnicas más avanzadas. En un problema real es más común utilizar la metodología de la segunda clasificación.

En cuanto a las técnicas computacionales, los filtros utilizados en las etapas de tratamiento de ruido y extracción de características conservaron adecuadamente los componentes de frecuencia deseados. Prescindir totalmente del uso de filtros en estas etapas puede tener un impacto negativo sobre la eficiencia de la clasificación.

El tratamiento de ruido mediante el análisis de componentes independientes resultó ser la técnica que mayor impacto tuvo sobre la eficiencia de los clasificadores ya que ésta se incrementó de manera considerable, esta mejora se debe en parte al criterio de selección de componentes propuesto para esta etapa, por lo que el criterio de selección cumplió su objetivo al reducir información no deseada.

En los ejercicios donde no se consideraron las anomalías hubo poco incremento sobre la eficiencia, por ejemplo, en la clasificación individual sólo hubo un incremento del 0.1 %, esto pudo ser porque las máquinas de soporte vectorial tienen su propio mecanismo de control sobre las anomalías, adicionalmente, el hecho de que un voluntario tenga registros con valores poco comunes, no significa que biológicamente haya algo anormal. La eliminación de anomalías

podría ser omitida sin afectar considerablemente las eficiencias de los clasificadores.

Respecto al método de clasificación, entre las redes neuronales y las máquinas de soporte vectorial, con el segundo algoritmo se obtuvo una aceptable mejora. Además, las redes neuronales suelen ser impredecibles en cuanto al ajuste de parámetros, situación que no sucede con las máquinas de soporte vectorial donde son muy claras las direcciones hacia donde se deben ajustar los parámetros.

Además, al realizar la clasificación considerando únicamente los seis ejercicios restantes que cada voluntario ejecutó, así como con los doce ejercicios; las eficiencias no tuvieron cambios significativos, es decir, el clasificador funcionó con conjuntos de datos parcial o totalmente diferentes a los que se utilizaron en la prueba principal.

En general la clasificación de EEG es todo un desafío, las actividades que se clasificaron son sencillas, pero si en lugar de dos actividades motoras se intentaran clasificar, por ejemplo, variantes de alguna enfermedad como epilepsia o números que se estén pensando, se tendría que hacer un estudio mucho más profundo e involucrar técnicas más avanzadas.

6.1 Aportaciones

- Herramienta implementada para la visualización, análisis y clasificación de EEG.
- Metodología de extracción de características en la cual se utilizan los descriptores de Hjorth, el de actividad sobre segmentos de EEG descompuestos en tres bandas de frecuencia y los descriptores de movilidad y complejidad en los EEG sin filtrar.
- Criterio de selección de componentes independientes basado en la distribución de energías, este criterio es muy útil para resaltar regiones de interés sobre el resto de las regiones cerebrales y se podría utilizar en problemas similares para hacer tratamiento de ruido.

6.2 Trabajo a futuro

Entre las mejoras que podrían incorporarse a este trabajo están:

- Obtener electroencefalogramas propios para comprobar las eficiencias sobre nuevos conjuntos de datos, esto también abriría la posibilidad de realizar nuevos experimentos con voluntarios o pacientes ejecutando actividades diferentes.
- Realizar experimentos que involucren más de dos clases (actividades motoras, enfermedades o condiciones), con lo que se tendrían que utilizar métodos de clasificación (incluyendo máquinas de soporte vectorial) más completos.
- Analizar detalladamente con especialistas la morfología de los EEG, espectrogramas y mapeos cerebrales con el objetivo de comprobar si existen patrones que puedan mejorar la extracción de características.
- Hacer pruebas con otros métodos para analizar las señales en dominio del tiempo-frecuencia, por ejemplo, las onduletas.
- Analizar con los expertos si efectivamente deberían establecerse umbrales a partir de los cuales un EEG no sea útil.
- Examinar detalladamente los componentes independientes seleccionados y descartados, con esto se podría mejorar la selección de componentes y el tratamiento de ruido. Además sería útil hacer pruebas con algoritmos de análisis de componentes independientes más avanzados.

Apéndice A

Fisiología celular básica y potenciales de acción

El ser humano tiene alrededor de 100 billones de células, cada una de ellas es una estructura viva y compleja. En este anexo se describirán algunos procesos básicos que ocurren a nivel celular, en el caso específico de las células cerebrales o *neuronas*, es importante conocer estos mecanismos ya que gracias a ellos es como se genera la **actividad eléctrica cerebral** registrada por los electroencefalogramas (EEG).

A.1 Fisiología celular básica

Los *iones* son partículas cargadas eléctricamente y a nivel celular son necesarios para la transmisión de impulsos electroquímicos, cuando la neurona está en estado de reposo hay una mayor concentración de iones de *sodio* en el *líquido extracelular* de la neurona que en el *líquido intracelular* de la neurona, sucede lo contrario con los iones de *potasio* que están más concentrados en el interior que en el exterior de la célula. Algo similar ocurre con los iones de *cloro* (mayor concentración en el exterior), así como con los *fosfatos* y *proteínas* (mayor concentración en el interior). Estas diferencias en las concentraciones provocan que se genere una diferencia de potencial entre el interior y el exterior de la *membrana celular*, a esta diferencia de potencial también se le conoce como *potencial de membrana*.

Existen varios mecanismos para que una sustancia pueda pasar de un lado de la membrana al otro, algunos iones como los de sodio y potasio pueden penetrar la membrana celular a través de los *canales iónicos*, estos canales son muy selectivos con el tipo de sustancia que permiten pasar y no todo el tiempo están abiertos. Los canales de sodio y potasio se abren en función del potencial de membrana (*activación por voltaje*), por ejemplo, si el potencial de membrana es muy negativo, las compuertas de los canales de sodio permanecen cerradas; si el potencial de membrana aumenta, entonces las compuertas de los canales de sodio se abren y permiten la entrada de iones de sodio, esto es muy importante porque es la forma en la que se inician los **potenciales de acción**; cuando el potencial de membrana alcanza su máximo, los canales de potasio se activan y el potasio comienza a fluir hacia el exterior, provocando que el potencial de membrana vuelva a bajar y finalice el potencial de acción generado.

Otro mecanismo con el que una sustancia atraviesa la membrana es el *transporte activo* mediante el cual, por ejemplo, los iones de sodio pueden regresar al exterior (mediante *bombas de sodio*) después de haber pasado al interior mediante los canales iónicos y los iones de potasio pueden hacer lo propio (mediante *bombas de potasio*) para regresar al interior. Gracias a este mecanismo se restablecen las concentraciones originales de los iones y la neurona regresa a su estado de reposo.

En Guyton y Hall, 2011, Capítulos 2 y 4, se puede encontrar información detallada acerca de la fisiología celular.

A.2 Potenciales de acción

Las señales nerviosas se transmiten mediante *potenciales de acción*, que son cambios en el potencial de membrana y se extienden a lo largo de ella. Los potenciales de acción comienzan con un cambio en el voltaje de la membrana que pasa de ser negativo a positivo y terminan con otro cambio para regresar de nuevo al potencial de membrana inicial.

A.2.1 Fases

Los potenciales de acción se dividen en varias fases: reposo, despolarización, repolarización e hiperpolarización.

I **Fase de reposo:** Voltaje de membrana negativo antes del potencial de acción, se dice que la membrana está *polarizada* en esta fase, el voltaje varía en diferentes especies, para el ser humano usualmente se maneja en -70 mV, durante esta fase se pueden recibir estímulos, sólo si se supera el *umbral de activación* se pasará a la siguiente fase.

II **Fase de despolarización:** Mediante *activación por voltaje*, los canales de sodio se activan y la membrana se hace permeable a los iones de sodio, es decir, los iones con carga positiva entran al interior del *axón* y el voltaje de membrana comienza a subir, o sea, la membrana se *despolariza* pudiendo llegar a los 30 mV.

III **Fase de repolarización:** También por *activación por voltaje*, los canales de sodio comienzan a cerrarse y los de potasio se abren, provocando que los iones de potasio vayan hacia el exterior, es decir, la membrana se *repolariza* y el voltaje de membrana puede caer hasta los -90 mV.

IV **Fase de hiperpolarización:** Al término de la fase anterior la membrana se encuentra *hiperpolarizada*, las bombas de sodio y potasio comienzan a normalizar las concentraciones de sus respectivos iones, es decir, los iones de potasio regresan al interior y los de sodio al exterior, la importancia de esta fase es que en este periodo no se generarán más potenciales de acción. Finalmente se alcanza el voltaje de reposo de -70 mV.

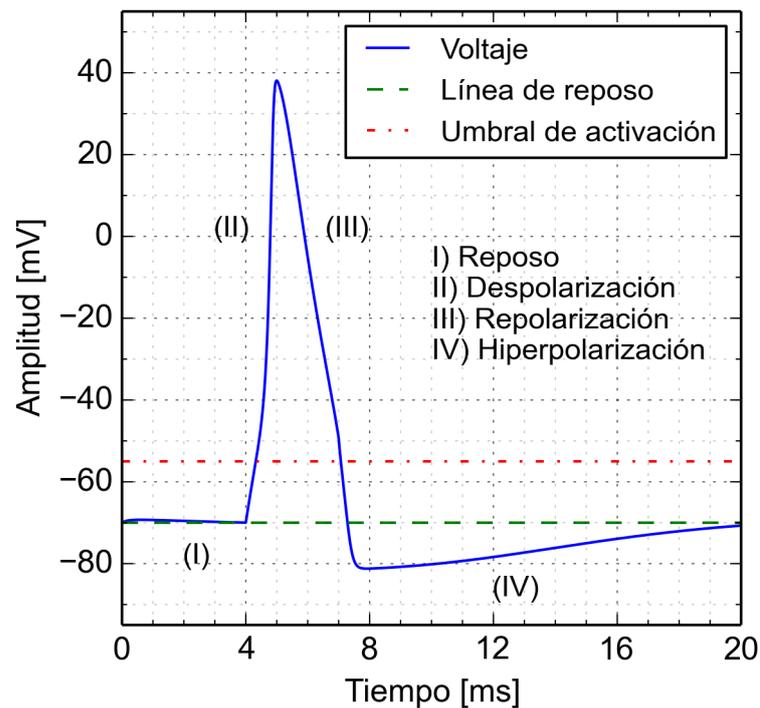


FIGURA A.1: Fases del potencial de acción. Entre la primera y la segunda fase, el voltaje de membrana supera el umbral de activación, generando un potencial de acción.

La duración de un potencial de acción es de alrededor de 4 milisegundos. En la Figura A.1 se muestran las fases del potencial de acción.

No siempre se logra generar un potencial de acción, si en la fase de despolarización no se alcanza el umbral de activación, entonces el voltaje de membrana regresará a su nivel de reposo, usualmente el umbral de activación se ubica entre -60 mV y -50 mV.

Cuando se hicieron los primeros experimentos para medir los voltajes de los potenciales de acción a principios del siglo XX, se contaba con poca tecnología y se tuvieron que utilizar calamares ya que sus fibras nerviosas eran lo suficientemente gruesas como para poder insertar los electrodos con los que se contaba en aquel entonces, Hodgkin y Huxley fueron de los primeros en hacer estas pruebas, además crearon un modelo computacional para generar potenciales de acción, este modelo puede ser consultado en el Anexo B.

A.2.2 Generación y propagación

Se explicará la generación de los potenciales de acción desde una perspectiva experimental, para excitar un *nervio* se debe aplicar electricidad a la superficie del mismo, esto se hace utilizando dos electrodos, uno con carga positiva y otro con carga negativa, la membrana se estimula con el electrodo negativo.

Lo anterior provoca que en el exterior disminuya la carga positiva y que haya una menor diferencia de voltaje respecto a la carga interior, haciendo que el voltaje de membrana aumente y que finalmente se abran los canales de sodio que inician el potencial de acción. Si, por el contrario, se utiliza el electrodo positivo, la carga en el exterior aumentará y la diferencia de potencial será aun más negativa, produciendo un estado de hiperpolarización, es decir, reduciendo la excitabilidad.

Los estímulos positivos y negativos que se mencionaron en el párrafo anterior pueden ser producidos de manera natural dependiendo de las conexiones sinápticas de las que provengan los estímulos, algunas son excitatorias y producen *potenciales postsinápticos excitatorios* (EPSP. Equivalentes al electrodo negativo) y otras son inhibitorias que producen *potenciales postsinápticos inhibitorios* (IPSP. Equivalentes al electrodo positivo).

En la sección anterior se mencionó que un potencial de acción se produce solamente cuando el umbral de activación es superado. Una membrana puede recibir una excitación y no generar el potencial de acción, sin embargo sí habrá un ligero aumento en el voltaje de membrana, a este cambio se le conoce como *potencial local agudo* y, si no se produce el potencial de acción, se le llama *potencial subliminal agudo*, en la Figura A.2 se muestra un ejemplo de este tipo de potenciales. Los estímulos pueden acumularse (excitarse o inhibirse) y el voltaje cambiará en función de ellos, pudiendo o no superar el umbral para general el potencial de acción.

Cuando se genera un potencial de acción en cualquier punto de la membrana, las cargas positivas fluyen hacia el interior y en distancias de hasta 3 mm a lo largo de la fibra habrá un aumento en el voltaje de membrana que causará la apertura de los canales de sodio ubicados en esas zonas, provocando que se generen nuevos potenciales de acción, es decir, los potenciales de acción se propagan hacia todas las direcciones posibles, este efecto es conocido como *impulso nervioso* y es la forma en que se transmiten las señales en los seres humanos.

En Guyton y Hall, 2011, capítulo 5 y en Sanei y Chambers, 2007, capítulo 1 se proporciona más información acerca de los potenciales de acción.

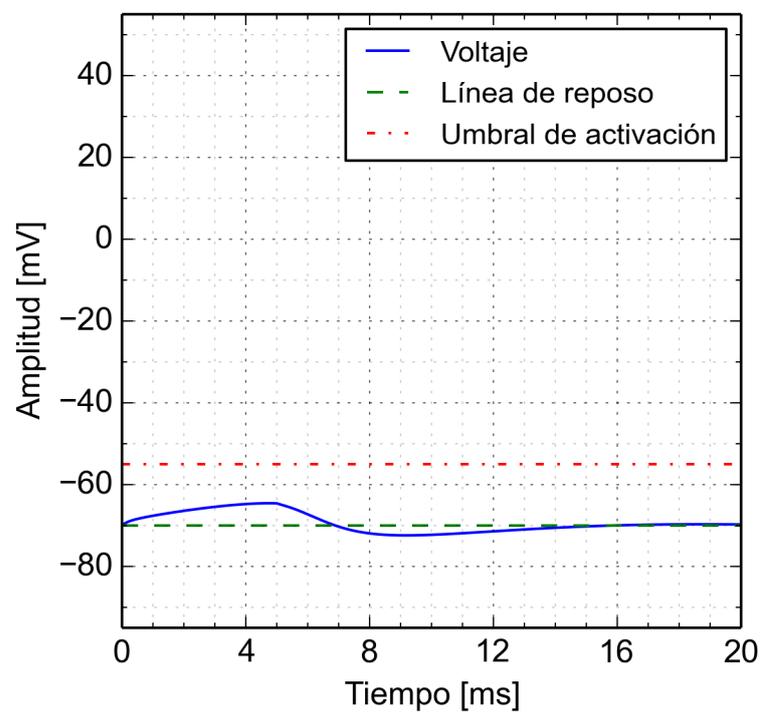


FIGURA A.2: Potencial subliminal agudo. El voltaje de membrana no alcanza el umbral de activación y no se genera el potencial de acción.

Apéndice B

Modelado de potenciales de acción y ritmo alfa

Si bien a lo largo de este trabajo se utilizaron datos reales, es interesante conocer el enfoque del *modelado*, los modelos actuales aún tienen mucho camino por recorrer para generar *bioseñales cerebrales* cercanas a las señales reales, el cerebro es un órgano muy complejo, tan sólo el comprender cómo funciona biológicamente es una actividad que requiere años de estudio.

Una ventaja de los modelos es que nos ayudan a comprender mejor cómo funciona el cerebro, en este anexo se revisarán dos trabajos donde se han modelado los *potenciales de acción* y el *ritmo alfa*.

B.1 Modelo de Hodgkin y Huxley

Uno de los primeros trabajos para modelar *potenciales de acción* fue el modelo de Hodgkin y Huxley, este modelo les valió el premio nobel de fisiología en 1963. Se trata de un modelo aún vigente, incluso algunos modelos más recientes han tomado ideas del modelo de Hodgkin y Huxley.

B.1.1 Descripción del modelo

La *membrana celular* que separa los líquidos exteriores de los interiores actúa como un *capacitor*, es decir, si se aplica una corriente $I_{membrana}(t)$ en la célula, ésta se puede almacenar y aumentar la carga del *capacitor* o se puede distribuir a través de los canales de la *membrana celular*. Además, debido a los mecanismos de transporte, la concentración de iones será diferente en el interior y en el exterior de la célula.

Se planteará lo anterior con ecuaciones matemáticas, la conservación de cargas eléctricas implica que la corriente $I_{membrana}(t)$ aplicada se distribuye entre la *corriente capacitiva* $I_{capacitor}(t)$ y los componentes $I_{canal}(t)$ que pasan a través de los canales:

$$I_{membrana}(t) = I_{capacitor}(t) + \sum_{canal} I_{canal}(t) \quad (B.1)$$

En el modelo estándar de Hodgkin y Huxley, se consideran tres tipos de canales: Un canal de sodio, uno de potasio y el otro de fuga:

$$\sum_{canal} I_{canal}(t) = I_{sodio}(t) + I_{potasio}(t) + I_{fuga}(t) \quad (B.2)$$

La capacitancia C está definida como $C = Q/V$, donde Q es la carga y V es el voltaje a través del capacitor, despejando Q se tiene que:

$$Q = CV \quad (B.3)$$

En general, una corriente instantanea I está definida como la diferencia de carga en un instante de tiempo, es decir, $I = \frac{dQ}{dt}$, si se diferencia B.3 con respecto al tiempo, se obtiene:

$$I = C \frac{dV}{dt} \quad (B.4)$$

Aplicando B.4 en B.1 se llega a:

$$C_{membrana} \frac{dV}{dt} = - \sum_{canal} I_{canal}(t) + I_{membrana}(t) \quad (B.5)$$

donde V es el voltaje a través de la membrana. Los tres canales pueden ser caracterizados por sus *conductancias* máximas, en el caso del canal de fuga, la conductancia g_{fuga} es independiente del voltaje, lo cual no sucede con las conductancias g_{sodio} y $g_{potasio}$ de los otros dos canales ya que dependen del voltaje y del tiempo. No siempre los canales están abiertos, para esto se introducen variables de activación, el canal del sodio depende de la variable de activación a_{sodio} y de la variable de inactivación h_{sodio} , mientras que el canal del potasio depende de la variable de activación $a_{potasio}$, es decir, estas tres variables modelan las compuertas de los canales de sodio y potasio:

$$I_{sodio} = g_{sodio} a_{sodio}^3 h_{sodio} (V - E_{sodio}) \quad (B.6)$$

$$I_{potasio} = g_{potasio} a_{potasio}^4 (V - E_{potasio}) \quad (B.7)$$

$$I_{fuga} = g_{fuga} (V - E_{fuga}) \quad (B.8)$$

Las variables E_{sodio} , $E_{potasio}$ y E_{fuga} son *potenciales de inversión* en los que no hay flujo de iones desde un lado de la membrana hacia el otro, las diferencias entre el *voltaje de la membrana* y los *potenciales de inversión* dan como resultado las *fuerzas impulsoras* con las que los iones pasan de un lado a otro. Tanto las *conductancias* como los *potenciales de inversión* tienen los siguientes valores asignados empíricamente: $E_{sodio} = 115$, $E_{potasio} = -12$, $E_{fuga} = 10.6$, $g_{sodio} = 120$, $g_{potasio} = 36$ y $g_{fuga} = 0.3$.

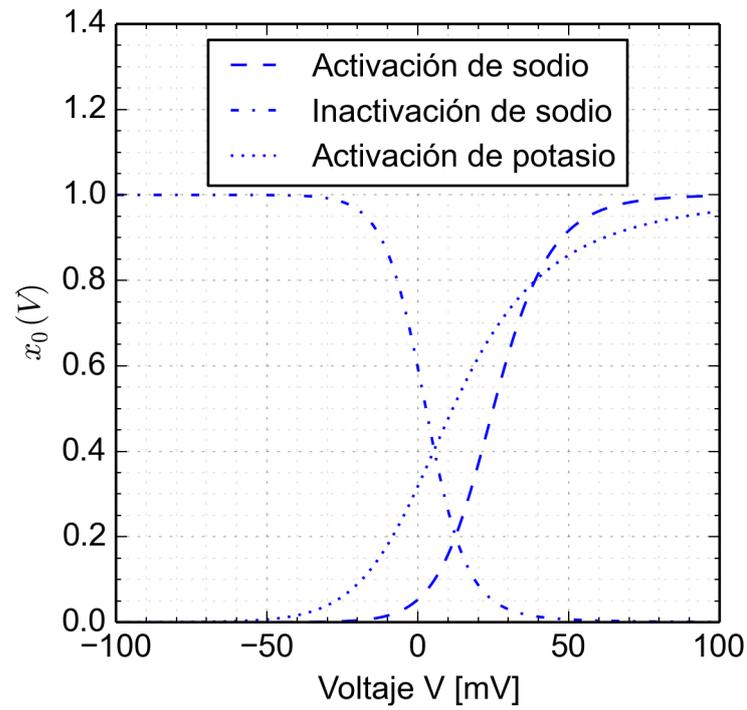


FIGURA B.1: Comportamientos de las variables de activación.

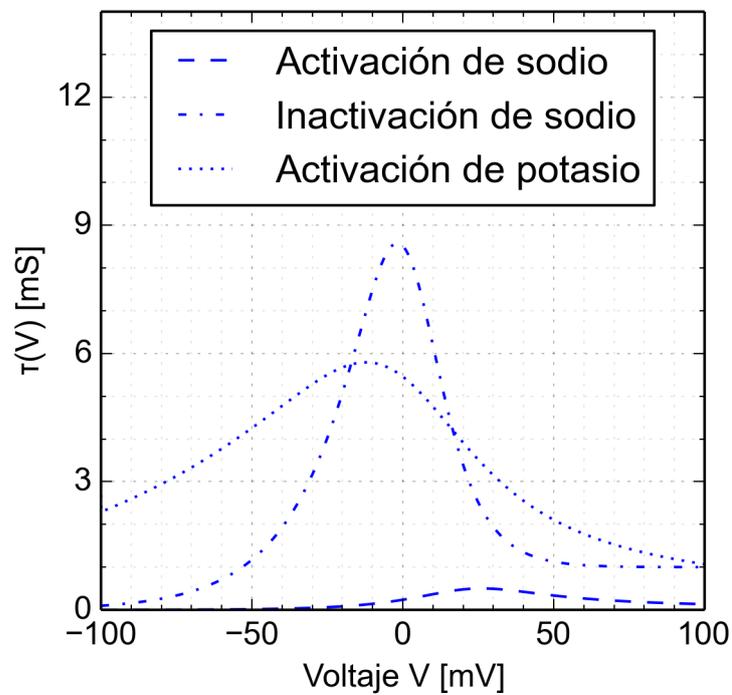


FIGURA B.2: Tiempos de respuesta de las variables de activación.

Las variables de activación evolucionan de acuerdo a las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{da_{sodio}}{dt} = \alpha_{a_{sodio}}(V)(1 - a_{sodio}) - \beta_{a_{sodio}}(V)a_{sodio} \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{dh_{sodio}}{dt} = \alpha_{h_{sodio}}(V)(1 - h_{sodio}) - \beta_{h_{sodio}}(V)h_{sodio} \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{da_{potasio}}{dt} = \alpha_{a_{potasio}}(V)(1 - a_{potasio}) - \beta_{a_{potasio}}(V)a_{potasio} \quad (\text{B.11})$$

Las funciones alfa y beta se establecieron empíricamente:

$$\alpha_{a_{sodio}}(V) = 0.1 \times \frac{25 - V}{e^{(25-V)/10} - 1} \quad (\text{B.12})$$

$$\beta_{a_{sodio}}(V) = 4 \times e^{-V/18} \quad (\text{B.13})$$

$$\alpha_{h_{sodio}}(V) = 0.07 \times e^{-V/20} \quad (\text{B.14})$$

$$\beta_{h_{sodio}}(V) = \frac{1}{e^{(30-V)/10} + 1} \quad (\text{B.15})$$

$$\alpha_{a_{potasio}}(V) = 0.01 \times \frac{10 - V}{e^{(10-E)/10} - 1} \quad (\text{B.16})$$

$$\beta_{a_{potasio}}(V) = 0.125 \times e^{-V/80} \quad (\text{B.17})$$

Para entender mejor las Ecuaciones **B.9**, **B.10** y **B.11**, se pueden reescribir con la *variable de activación* x , donde x puede ser a_{sodio} , h_{sodio} o $a_{potasio}$:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{\tau_x(V)}[x - x_0(V)] \quad (\text{B.18})$$

Haciendo algunos pasos algebraicos se llega a:

$$x_0(V) = \frac{\alpha_x(V)}{\alpha_x(V) + \beta_x(V)} \quad (\text{B.19})$$

$$\tau_x(V) = \frac{1}{\alpha_x(V) + \beta_x(V)} \quad (\text{B.20})$$

Es decir, considerando la Ecuación **B.18**, la variable x se aproxima al valor $x_0(V)$ con un tiempo constante $\tau_x(V)$. En la Figura **B.1** se muestra el comportamiento de $x_0(V)$ en función del voltaje, se puede observar que en voltajes muy bajos no hay flujo de iones, a partir de -50 V se empieza a activar el canal del potasio y, de forma menos sutil, la inactivación del canal de sodio comienza a disminuir, si el voltaje aumenta más, la variable de activación del sodio comienza a crecer, en voltajes más elevados se maximiza el flujo de iones de

sodio y potasio. Por otro lado, en la Figura B.2 se muestran los tiempos de respuesta correspondientes a las variables de activación en función del voltaje.

Las ecuaciones anteriores y los valores numéricos fueron tomados de Gerstner y Kistler, 2002, también pueden ser consultados en Sanei y Chambers, 2007, capítulo 2 y en Deutsch y Deutsch, 1992, capítulo 3, algunos valores numéricos varían, sin embargo los resultados son similares. El modelo original se describe en Hodgkin y Huxley, 1952.

B.1.2 Implementación del modelo

Se comenzará modelando un sólo potencial de acción utilizando los valores numéricos de las *capacitancias* y de los *potenciales de inversión* mencionados en la sección anterior. Además, se asignará $C_{membrana} = 1$ y se va a aplicar una corriente $I_{membrana} = 50$ durante los primeros 5 ms, el resto del tiempo no se aplicará corriente, es decir, $I_{membrana} = 0$. En el Algoritmo 1 se muestran los pasos implementados para modelar el potencial de acción y en la Figura B.3 se muestra la gráfica correspondiente.

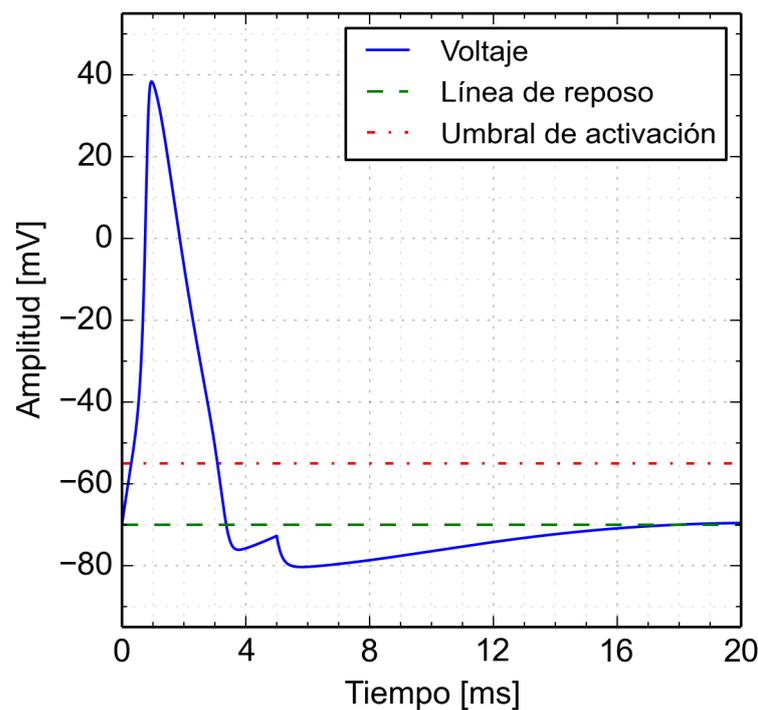


FIGURA B.3: Modelado de un potencial de acción.

¿Qué pasaría si se aplicara a la membrana una corriente muy baja? Si la corriente no es suficientemente alta, no se generará el potencial de acción, sin embargo sí habrá un incremento en el *voltaje de membrana*, es decir, se generará un *potencial subliminal agudo* como se muestra en la Figura B.4 al aplicar una corriente $I_{membrana} = 2$ durante los primeros 5 ms.

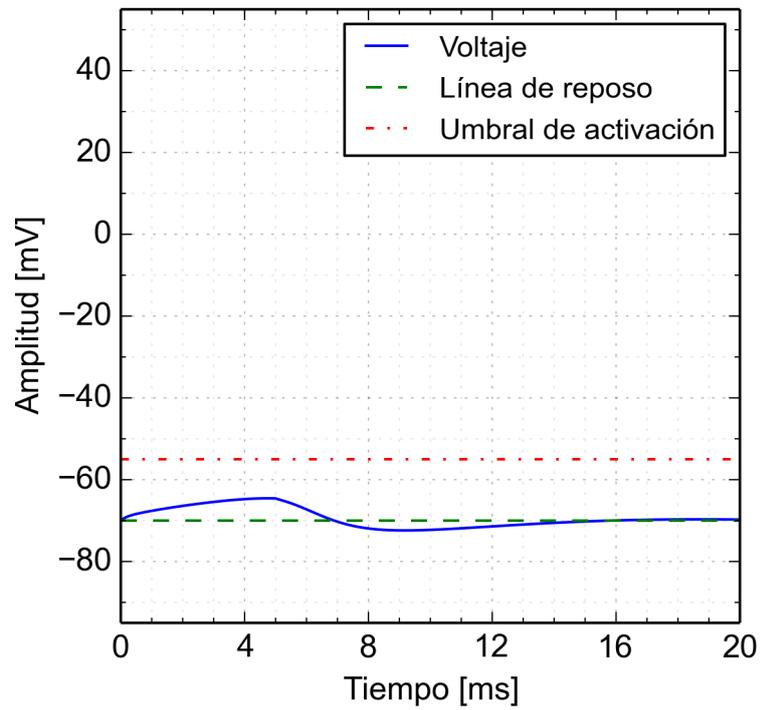


FIGURA B.4: Modelado de un potencial subliminal agudo.

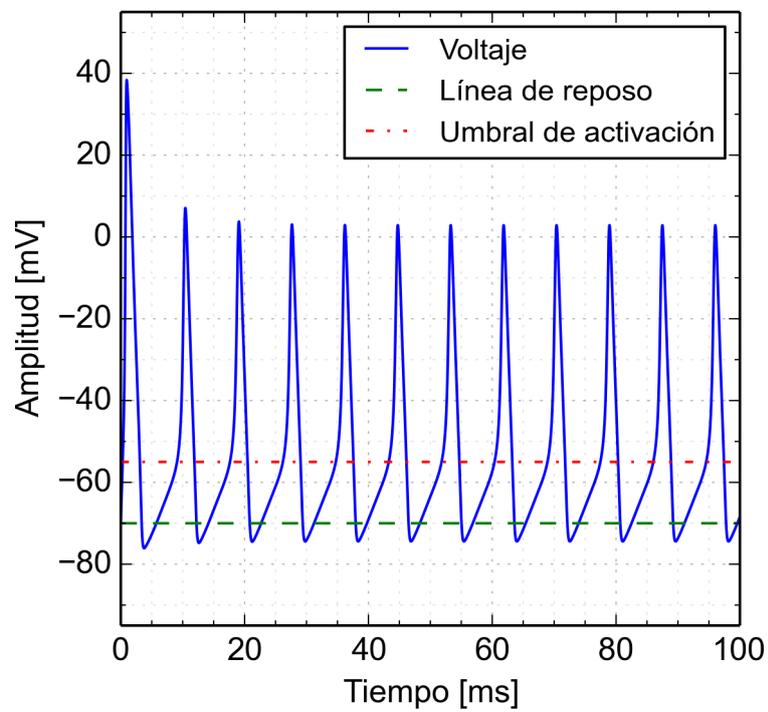


FIGURA B.5: Modelado de un tren de potenciales de acción.

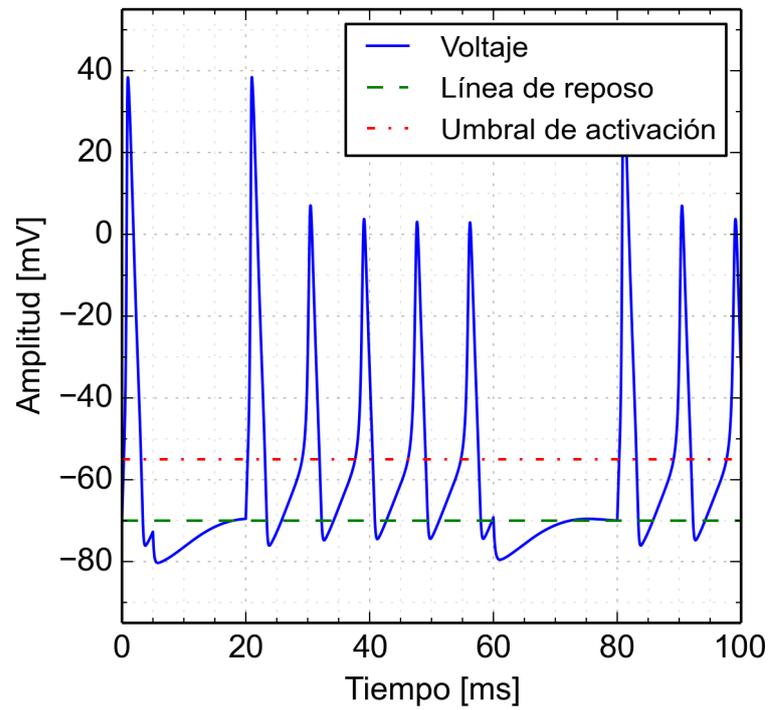


FIGURA B.6: Efecto de interrumpir la corriente en intervalos de tiempo.

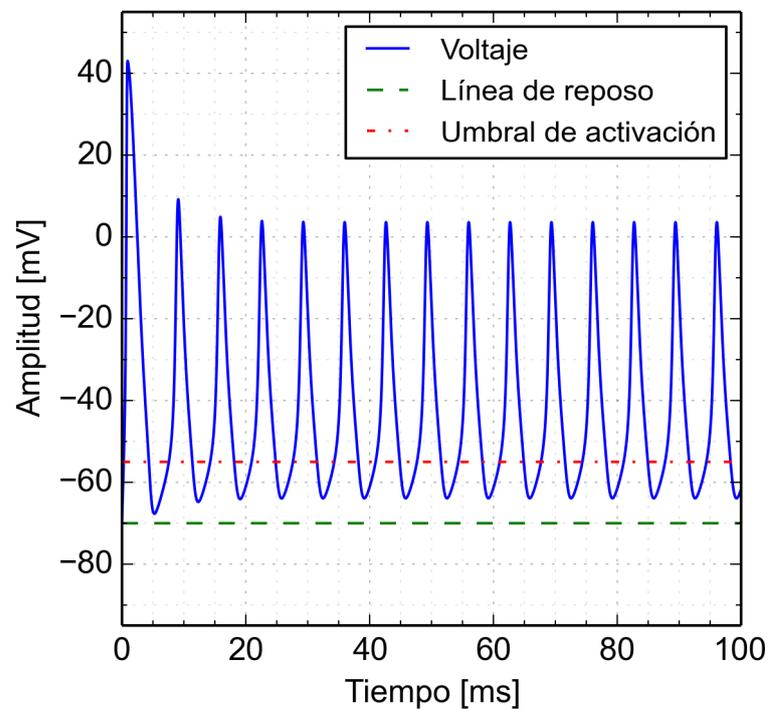


FIGURA B.7: Tren con mayor número de potenciales de acción.

```

Inicializar  $E_{sodio}$ ,  $E_{potasio}$ ,  $E_{fuga}$ ,  $g_{sodio}$ ,  $g_{potasio}$  y  $C_{membrana}$ ;
Inicializar arreglo de tiempo (ms)  $tiempo = [0, 0.01, 0.02, \dots, 19.99, 20]$  ( $\Delta tiempo = 0.01$ );
Inicializar arreglo de la corriente aplicada  $I_{membrana} = [50, 50, \dots, 50, 0, 0, \dots, 0]$ ;
Inicializar arreglo de voltaje  $voltaje = [0]$ ;
 $a_{sodio} = \frac{\alpha_{a_{sodio}}(0)}{\alpha_{a_{sodio}}(0) + \beta_{a_{sodio}}(0)}$ ,  $h_{sodio} = \frac{\alpha_{h_{sodio}}(0)}{\alpha_{h_{sodio}}(0) + \beta_{h_{sodio}}(0)}$ ,  $a_{potasio} = \frac{\alpha_{a_{potasio}}(0)}{\alpha_{a_{potasio}}(0) + \beta_{a_{potasio}}(0)}$ ;
for  $j = 0 : longitud(tiempo) - 1$  do
     $I_{sodio} = g_{sodio} \times a_{sodio}^3 \times h_{sodio} \times (voltaje[j] - E_{sodio})$ ;
     $I_{potasio} = g_{potasio} \times a_{potasio}^4 \times (voltaje[j] - E_{potasio})$ ;
     $I_{fuga} = g_{fuga} \times (voltaje[j] - E_{fuga})$ ;
     $I_{canales} = I_{membrana}[j] - I_{sodio} - I_{potasio} - I_{fuga}$ ;
     $voltaje[j + 1] = voltaje[j] + \Delta tiempo \times I_{canales} / C_{membrana}$ ;
     $k = \alpha_{a_{sodio}}(voltaje[j]) \times (1 - a_{sodio}) - \beta_{a_{sodio}}(voltaje[j]) \times a_{sodio}$ ;
     $a_{sodio} = a_{sodio} + \Delta tiempo \times k$ ;
     $k = \alpha_{h_{sodio}}(voltaje[j]) \times (1 - h_{sodio}) - \beta_{h_{sodio}}(voltaje[j]) \times h_{sodio}$ ;
     $h_{sodio} = h_{sodio} + \Delta tiempo \times k$ ;
     $k = \alpha_{a_{potasio}}(voltaje[j]) \times (1 - a_{potasio}) - \beta_{a_{potasio}}(voltaje[j]) \times a_{potasio}$ ;
     $a_{potasio} = a_{potasio} + \Delta tiempo \times k$ ;
end
Graficar  $tiempo$  contra  $voltaje$ ;

```

Algoritmo 1: Modelado de potenciales de acción.

Para modelar un tren de potenciales de acción, es necesario aplicar una corriente $I_{membrana} = 50$ durante todo el intervalo de tiempo. En la Figura B.5 se muestran los potenciales de acción. Incluso si se interrumpe la corriente durante algunos intervalos se puede observar que los potenciales de acción también se dejan de generar como se muestra en la Figura B.6.

Se pueden hacer otros ajustes, por ejemplo, si se reduce la capacitancia del canal de potasio ($g_{potasio} = 12$), entonces saldrán menos iones de potasio y el voltaje alcanzado al final de la *fase de repolarización* no será tan bajo, por lo que si se aplica corriente todo el tiempo, los potenciales de acción se generarán más rápido. En la Figura B.7 se puede ver este efecto.

B.2 Modelado de ritmo alfa

Se han propuesto modelos para generar EEG normales y anormales, uno de ellos fue propuesto por Silva, 1974, en ese modelo se utilizan neuronas simuladas, particularmente *talamocorticales* e *interneuronas*, para generar ritmos alfa. Al igual que el modelo de Hodgkin y Huxley, es uno de los primeros modelos en su tipo, sin embargo las ideas detrás de ambos modelos siguen vigentes y han sido utilizadas en modelos más recientes.

B.2.1 Descripción del modelo

El principio fundamental de interacción en el que se basa este modelo es que las células *talamocorticales* (TCR) excitan una o más *interneuronas* (IT) por medio del *colateral* de su axón. En cambio las IT inhiben o retroalimentan negativamente a un grupo de TCR. Por simplicidad, al principio no se asume *retroalimentación positiva*, o sea, TCR excitando a otras TCR, tampoco se asumen entradas directas a cualquier IN.

Se colocan 144 TCR y 36 IN en una matriz sin fronteras, es decir, una neurona del lado derecho interactúa con neuronas del lado izquierdo y viceversa, lo mismo sucede con las neuronas de los lados superior e inferior. La distribución de las neuronas es como la que se muestra en la Figura B.8.

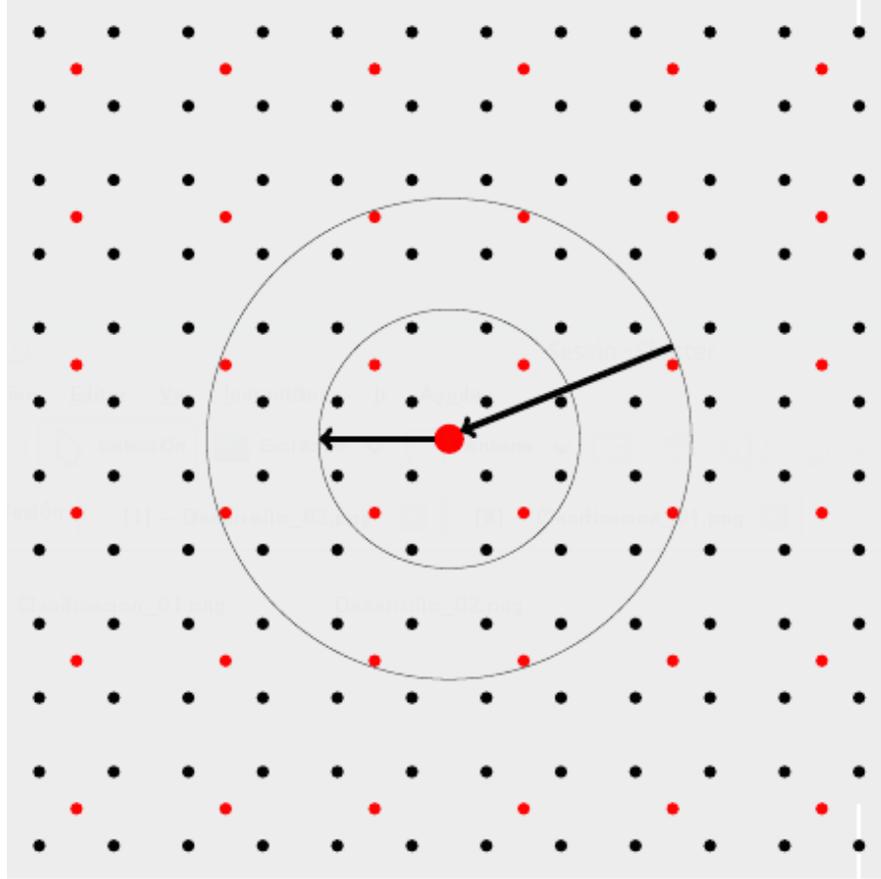


FIGURA B.8: Distribución de las 144 TCR y las 36 IT

En este modelo, el *voltaje de membrana* en reposo es de -60 mV y no puede ser inferior que $V_{min} = -80$, ni mayor que $V_{max} = 30$, ambos en mV. Una onda de despolarización, en función del tiempo (los superíndices D y H denotan *despolarización* e *hiperpolarización* respectivamente, no deben tomarse como exponentes), se da por:

$$V_{t+1}^D = aV_t^D + n_t^D Y \quad (B.21)$$

donde $n_t^D Y$ es el número n_t^D de ondas de despolarización originadas en el tiempo t , mientras que a e Y son constantes y se seleccionan de tal manera que en:

$$V_{t+1}^D = aV_t^D + \frac{V_{max} - V_t^D}{V_{max}} n_t^D Y \quad (B.22)$$

se genere un *potencial postsináptico excitatorio* (EPSP). En este trabajo se utilizaron los valores $Y = 1$ y $a = 0.8$.

Para modelar una onda de hiperpolarización, se utilizó:

$$V_{t+1}^H = bV_t^H + \frac{V_{min} - V_t^H}{V_{min}} \sum_{j=0}^6 n_{t-j}^H Z_j \quad (\text{B.23})$$

donde $b = 0.9$ y los parámetros $Z_j, j = 0, 1, \dots, 6$ se seleccionan de tal manera que en la Ecuación B.23 se genere un *potencial postsináptico inhibitorio* (IPSP). En este trabajo se asignó $Z_j = -1.62$ para $j = 0, 1, \dots, 6$.

Para un valor de $n_t^D = 1$ y $n_t^H = 1$ en la primera unidad de tiempo y de cero el resto del tiempo, así como voltajes iniciales $V_t^D = 0$ y $V_t^H = 0$, la Ecuación B.22 debe evolucionar de manera similar a como se muestra en la Figura B.9 para generar un EPSP. Bajo las mismas condiciones, la Ecuación B.23 genera un IPSP como se muestra en la Figura B.10.

El *voltaje de membrana* V_t en cada unidad de tiempo se obtiene mediante la suma del voltaje de reposo con los voltajes de despolarización e hiperpolarización:

$$V_t = -60 + V_t^D + V_t^H \quad (\text{B.24})$$

También se asume lo siguiente:

1. Las unidades de tiempo son de 4 ms.
2. Si un EPSP coincide en tiempo con un IPSP, se deben sumar sus voltajes.
3. El umbral de activación es de $V_{umb} = 54$ (mV), si se supera, el *voltaje de membrana* alcanza V_{max} para luego descender. Con el fin de evitar que se generen nuevos potenciales de acción, V_{umb} toma el valor V_{max} y desciende exponencialmente durante las siguientes tres unidades de tiempo hasta regresar a su valor original.
4. Una IN recibe excitaciones de todas las TCR que se encuentren dentro de un radio r_E , el círculo externo de la Figura B.8 encierra a las 32 TCR de las que una IN puede recibir excitaciones.
5. Una IN puede inhibir a las TCR dentro de un radio r_I , el círculo interno de la Figura B.8 encierra a las 12 TCR que pueden recibir inhibiciones de una IN.

En cada unidad de tiempo, la salida será el promedio de la suma de todos los voltajes de las TCR:

$$\bar{V}_t = \frac{\sum_{TCR} V_t}{144} \quad (\text{B.25})$$

La entrada del modelo sólo afecta a las TCR, quienes reciben potenciales de acción de forma aleatoria. En cada unidad de tiempo se generan P potenciales de acción, donde P toma valores a lo largo del tiempo de acuerdo a la *distribución de Poisson*. En promedio, una TCR debe recibir 0.8 potenciales de acción, por lo que la media de la *distribución de Poisson* es $\mu = 115.2$ potenciales de

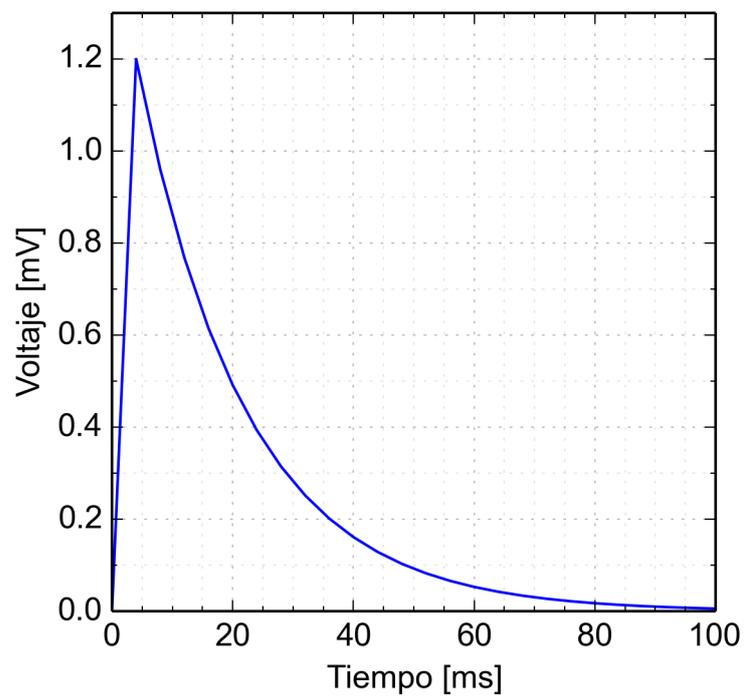


FIGURA B.9: Potencial postsináptico excitatorio (EPSP).

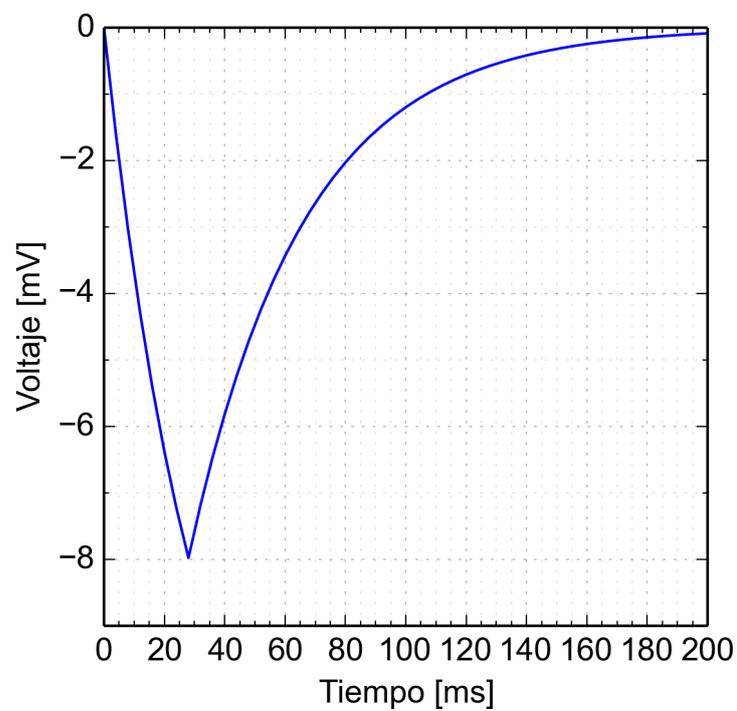


FIGURA B.10: Potencial postsináptico inhibitorio (IPSP).

acción generados por unidad de tiempo, una TCR puede recibir cero, uno o más potenciales de acción ya que éstos se reparten aleatoriamente entre todas las TCR.

B.2.2 Implementación del modelo

En el Algoritmo 2 se muestra el procedimiento para modelar el *ritmo alfa*, el resultado se muestra en Figura B.11.

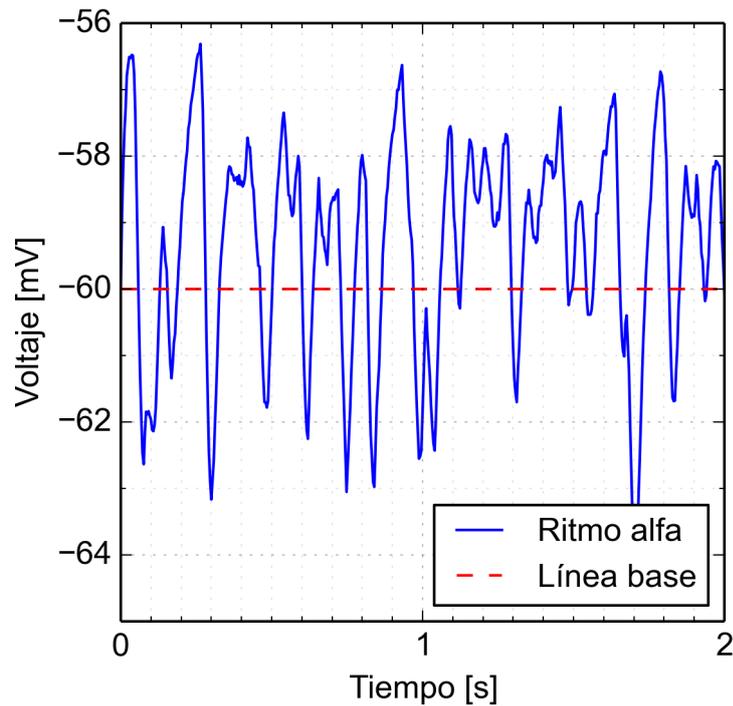


FIGURA B.11: Modelado de ritmo alfa.

Inicializar a, b, Y y $Z = [\dots]$ de acuerdo a los valores descritos en la sección anterior;
 Inicializar arreglo de tiempo (ms) $tiempo = [0, 4, \dots]$;
 Inicializar matriz TCR de 12×12 y matriz IN de 6×6 ;
 Generar $P = [\dots]$ con el numero de potenciales de accion por unidad de tiempo con distribución de Poisson;
 Distribuir en $Excitaciones = [\dots]$ los $P[0]$ potenciales, cada posición corresponde a una TCR;
for $celula$ en TCR **do**
 $celula.n_0^D = Excitaciones[celula]$;
 $celula.V_0^D = 0$;
 $celula.n_0^H = 0$;
 $celula.V_0^H = 0$;
 $celula.umbral = -54$;
 $c.V_0 = -60 + celula.V_0^D + celula.V_0^H$;
end
 $\bar{V}_0 = \frac{\sum_{TCR} celula.V_0}{144}$;
for $celula$ en IN **do**
 $celula.n_0^D = 0$;
 $celula.V_0^D = 0$;
 $celula.n_0^H = 0$;
 $celula.V_0^H = 0$;
 $celula.V_0 = -60 + celula.V_0^D + celula.V_0^H$ $celula.umbral_0 = -54$
end
for $t = 1, \dots$ **do**
 Distribuir en $Excitaciones = [\dots]$ los $P[t]$ potenciales, cada posición corresponde a una TCR;
 for $celula$ en TCR **do**
 $celula.n_t^D = Excitaciones[celula]$;
 $celula.V_t^D = a \times celula.V_{t-1}^D + celula.n_{t-1}^D \times Y \times \frac{V_{max} - celula.V_{t-1}^D}{V_{max}}$;
 $celula.n_t^H = 0$;
 for $vecino$ en IN tal que $celula$ puede ser inhibida por vecino **do**
 if $vecino.V_{t-1}^D > vecino.umbral$ **then**
 $celula.n_t^H += 1$;
 end
 end
 $celula.V_t^H = b \times celula.V_{t-1}^H + \frac{V_{min} - celula.V_{t-1}^H}{V_{min}} \sum_{j=0}^6 celula.n_{t-j-1}^H \times Z[j]$;
 $celula.V_t = -60 + celula.V_t^D + celula.V_t^H$;
 Actualizar $celula.umbral_t$ de acuerdo a $celula.V_t$ o $celula.umbral_{t-1}$
 end
 $\bar{V}_t = \frac{\sum_{TCR} celula.V_t}{144}$;
 for $celula$ en IN **do**
 $celula.n_t^D = 0$;
 for $vecino$ en TCR tal que $celula$ puede ser excitada por vecino **do**
 if $vecino.V_t^D > vecino.umbral$ **then**
 $celula.n_t^D += 1$;
 end
 end
 $celula.V_t^D = a \times celula.V_{t-1}^D + celula.n_{t-1}^D \times Y \times \frac{V_{max} - celula.V_{t-1}^D}{V_{max}}$;
 $celula.n_t^H = 0$;
 $celula.V_t^H = 0$;
 $celula.V_0 = -60 + celula.V_0^D + celula.V_0^H$;
 Actualizar $celula.umbral_t$ de acuerdo a $celula.V_t$ o $celula.umbral_{t-1}$
 end
end
 Graficar $tiempo$ contra \bar{V} ;

Algoritmo 2: Modelado de ritmo alfa.

Bibliografía

- AL, Goldberger y col. (2000). «PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals». En: *Circulation* 101, e215-e220. URL: "[\url{http://circ.ahajournals.org/content/101/23/e215.full}](http://circ.ahajournals.org/content/101/23/e215.full)".
- Al-Fahoum, Amjed S. y Ausilah A. Al-Fraihat (2014). «Method of EEG Signal Features Extraction Using Linear Analysis in Frequency and Time-Frequency Domains». En: *ISRN Neuroscience* 2014.
- Deecke, L., H. Weinberg y P. Brickett (1982). «Magnetic Fields of the Human Brain Accompanying Voluntary Movement: Bereitschaftsmagnetfeld». En: *Experimental Brain Research* 48, págs. 144-148.
- Delamónica, Enrique A. (1984). *Electroencefalografía*. 2.^a ed. Buenos Aires, Argentina: El Ateneo.
- Deutsch, Sid y Alice Deutsch (1992). *Understanding the Nervous System*. 1.^a ed. Piscataway, Estados Unidos: IEEE Press.
- Gandhi, Tapan, Bijay Ketan y Sneh Anand (2011). «A comparative study of wavelet families for EEG signal classification». En: *Neurocomputing* 74.
- Gerstner y Kistler (2002). *Hodgkin-Huxley Model*. "<http://icwww.epfl.ch/~gerstner/SPNM/node14.html>". [Cambridge University Press; En línea; accedido el 02-abril-2016].
- González-Vellón, Bruno, Saeid Sanei y Jonathon A. Chambers (2004). «Support Vector Machines for Seizure Detection». En: *Centre for Digital Signal Processing Research*.
- Guyton y Hall (2011). *Tratado de fisiología médica*. 12.^a ed. Barcelona, España: Elsevier España, S.L.
- Han, Jiawei, Micheline Kamber y Jian Pei (2012). *Data Mining Concepts and Techniques*. 3.^a ed. Waltham, Estados Unidos: Morgan Kaufmann.
- Hodgkin, A. L. y A. F. Huxley (1952). «A Quantitative Description of Membrane Current and its Application to Conduction and Excitation in Nerve». En: *J. Physiol., University of Cambridge* 117, págs. 500-544.
- Hsu, Chih-Wei, Chih-Chung Chang y Chih-Jen Lin (2010). «A Practical Guide to Support Vector Classification». En: *Department of Computer Science, National Taiwan University*.
- Hung, Chih-I y col. (2004). «Recognition of Motor Imagery Electroencephalography Using Independent Component Analysis and Machine Classifiers». En: WSCG.
- Hunter, John D. (2007). «Matplotlib: A 2D Graphics Environment». En: *Computing in Science & Engineering* 9, págs. 90-95.
- Hyvärinen, Aapo, Juha Jarhunen y Erkki Oja (2001). *Independent Component Analysis*. 1.^a ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Islam, Tamanna (2000). *Interpolation of Linear Prediction Coefficients for Speech Coding*. "<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?>

- [doi=10.1.1.114.1944&rep=rep1&type=pdf](#)". [En línea; accedido el 04-mayo-2016].
- Navin, Thomas y col. (2004). «Support Vector Channel Selection in BCI». En: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 51, págs. 1003-1010.
- Oh, Seung-Hyeon, Yu-Ri Lee y Hyoung-Nam Kim (2014). «A Novel EEG Feature Extraction Method Using Hjorth Parameter». En: *International Journal of Electronics and Electrical Engineering* 2.
- Palaniappan, Ramaswamy (2010). *Biological Signal Analysis*. 1.^a ed. Ventus Publishing ApS.
- Pedregosa, F. y col. (2011). «Scikit-learn: Machine Learning in Python». En: *Journal of Machine Learning Research* 12, págs. 2825-2830.
- Sanei, Saeid y J.A. Chambers (2007). *EEG Signal Processing*. West Sussex, England: John Wiley & Sons, Ltd.
- Schalk, G. y col. (2004). «BCI2000: a general-purpose brain-computer interface (BCI) system». En: *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 51. URL: "[url{http://circ.ahajournals.org/content/101/23/e215.full}](http://circ.ahajournals.org/content/101/23/e215.full)".
- Schalk, Gerwin (2016). *BCI2000*. "www.bci2000.org". [En línea; accedido el 15-abril-2016].
- Shumway, Robert H. y David S. Stoffer (2000). *Time Series Analysis and Its Applications*. 1.^a ed. Estados Unidos: Springer.
- Silva, F. H. Lopes da (1974). «Model of Brain Rhythmic Activity». En: *Kybernetik* 15, págs. 27-37.
- Sleight, Jason, Preeti Pillai y Shiwali Mohan (2009). «Classification of Executed and Imagines Motor Movement EEG Signals». En: *Computer Science and Engineering, University of Michigan, Ann Arbor* 2009.
- Statnikov, Alexander y col. (2009). *A Gentle Introduction to Support Vector Machines in Biomedicine*. "<http://www.med.nyu.edu/chibi/sites/default/files/chibi/Final.pdf>". [En línea; accedido el 14-mayo-2016].
- Strayhorn, David (2016). *The Atlas of Adult Electroencephalography*. "<http://eegatlas-online.com/index.php/en/>". [En línea; accedido el 22-marzo-2016].
- UNICEN (2006). *Introducción a la Transformada Wavelet*. "<http://www.exa.unicen.edu.ar/escuelapav/cursos/wavelets/apunte.pdf>". [En línea; accedido el 02-mayo-2016].
- Vidacurre, Carmen y col. (2009). «Time Domain Parameters as a feature for EEG-based Brain-Computer Interfaces». En: *Neural Networks* 22.
- Walt, Stéfan van der, S. Chris Colbert y Gaël Varoquaux (2011). «The NumPy Array: A Structure for Efficient Numerical Computation». En: *Computing in Science & Engineering* 13, págs. 23-30.
- Winston, Patrick (2014). *16. Learning: Support Vector Machines*. "https://www.youtube.com/watch?v=_PwhiWxHK8o". [En línea; accedido el 14-mayo-2016].