



Instituto Politécnico Nacional

Centro de Investigación en Computación

**Modelado de las propiedades estilizadas y
fractales que se dan en un mercado de valores**

TESIS

Que para obtener el grado de maestría en ciencias de la computación

Presenta

Manuel Alejandro Paredes Hernández

Directores de tesis

M. en C. Germán Téllez Castillo

Dr. Mordejai Zvi Retchkiman Konigsberg



México D.F

Diciembre de 2014



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D.F. siendo las 12:00 horas del día 24 del mes de noviembre de 2014 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del:

Centro de Investigación en Computación

para examinar la tesis titulada:

“Modelado de las propiedades estilizadas y fractales que se dan en un mercado de valores”

Presentada por el alumno:

PAREDES

Apellido paterno

HERNÁNDEZ

Apellido materno

MANUEL ALEJANDRO

Nombre(s)

Con registro:

B	1	2	1	0	7	8
---	---	---	---	---	---	---

aspirante de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

LA COMISIÓN REVISORA

Directores de Tesis

M. en C. Germán Téllez Castillo

Dr. Mordechai Zvi Retchkiman Konigsberg

Dr. Sergio Suárez Guerra

Dr. Grigori Sidorov

Dr. Luis Pastor Sánchez Fernández

Dr. Carlos Fernando Aguilar Ibañez

PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INVESTIGACION
EN COMPUTACION
DIRECCION

Dr. Luis Alfonso Villa Murgas



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 3 del mes de diciembre del año 2014, el (la) que suscribe Manuel Alejandro Paredes Hernández alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias de la Computación con número de registro B121078, adscrito a Centro de Investigación en Computación, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de M. en C. Germán Téllez Castillo y Dr. Mordejai Zvi Retchkiman Konigsberg y cede los derechos del trabajo intitulado Modelado de las propiedades estilizadas y fractales que se dan en un mercado de valores, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección pareddess@hotmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Manuel Alejandro Paredes Hernández

Dedicatoria

A mis padres Ángel Paredes y Ma de los Ángeles Hernández por ser los mejores maestros que he tenido en mi vida, quienes siempre me han enseñado a ver el lado bueno de las cosas aun en situaciones adversas, a quienes debo todo lo que soy

A mis hermanas Marycarmen, Gabriela y Raquel por su apoyo en todo momento, pero sobre todo a Raque por siempre estar conmigo en los buenos y malos momentos durante este tiempo.

Agradecimientos

A Dios por permitirme alcanzar esta meta en mi proyecto de vida

A mi director M. en C. German Téllez por su apoyo en todo momento, por sus buenos consejos no solo en lo académico, sino en lo personal; por enseñarme a hacer investigación

Al Dr. Mordejai Zvi Retchkiman Konigsberg por las sugerencias hechas durante la realización de este trabajo

Al Dr. Isaac D. Scherson por darme la oportunidad de realizar una estancia de investigación y colaborar en su equipo de trabajo en la Donald Bren School of Information and Computer Science, University of California, Irvine, Estados Unidos.

Al Consejo Mexiquense de Ciencia y Tecnología, a la Coordinación de Cooperación Académica del IPN y al Centro de Investigación en Computación por el apoyo económico otorgado durante mi estancia de investigación en UC Irvine, Estados Unidos.

A todas aquellas personas que me brindaron su apoyo y amistad durante mi estancia en el CIC.

Al CONACyT por el apoyo económico para realizar este posgrado.

Índice general

Contenido

Dedicatoria.....	III
Agradecimientos	IV
Índice general.....	V
Índice de figuras	VIII
Índice de tablas.....	X
Resumen	XI
Abstract.....	XII
Capítulo I Introducción	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Planteamiento del problema a resolver.....	2
1.3 Justificación	2
1.4 Hipótesis.....	3
1.5 Objetivos	3
1.5.1 Objetivo general	3
1.5.2 Objetivo particular.....	3
1.6 Alcance	3
1.7 Contribuciones.....	4
1.8 Metodología y desarrollo utilizado	4
1.9 Estructura de la tesis.....	4
Capítulo 2. Marco conceptual.....	6
2.1 Hechos estilizados observados en los mercados de valores	6
2.1.1 Datos financieros	6
2.1.2 Hechos estilizados en series de tiempo financieras	11
2.2 Autómatas celulares.....	18
2.2.1. Historia.....	19
2.2.2. Componentes de un AC	19

2.3. Mercado de valores	23
2.3.1 Definición del mercado de valores.....	24
2.3.2 Mercado.....	24
2.3.3 Agente	24
2.3.4 Interacción entre agentes.....	24
2.3.5 Formación del precio	25
2.4. Fractales.....	25
2.4.1 Origen.....	25
2.4.3 Los primeros monstruos y algunos rasgos	26
2.4.4 Dimensión	27
Capítulo 3. Estado del arte	33
3.1. Modelos no basados en AC.....	33
3.1.1. Modelo de Cont-Bouchaud.....	33
3.1.2. Modelo de Bak.....	34
3.2. Modelos basados en AC.....	35
3.2.1. Modelo de Wei.....	35
3.2.2. Modelo de Bartolozzi	36
3.2.3. Modelo de Bandini.....	37
3.2.4. Modelo de Qiu	39
Capítulo 4 Propuesta de solución	42
4.1 Lattice	43
4.2 Vecindad	43
4.3 Estados	43
4.4 Función de transición	44
4.4.1 decisión de transición.....	45
4.5 Influencia externas	46
4.6 Preferencias de inversión	48
4.7 Actualización del precio.....	49
4.8 Medidas de estabilidad del modelo de mercado.....	50
4.8.1 Curtosis	51

4.8.2 Exponente de Hurst	51
Capítulo 5 Simulación y resultados	53
5.1 Visión general de la aplicación	53
5.2 Influencia de los parámetros	57
5.2.1 Sensibilidad al ajuste de precio.....	57
5.2.2 Influencia de los imitadores en la volatilidad.....	60
5.2.3 Influencia de los oportunistas en la volatilidad	65
5.2.4 Correlación de retornos	69
5.3 Exponente de Hurst y dimensión fractal.....	71
Capítulo 6 Productos obtenidos.....	74
Capítulo 7 Conclusiones y trabajo futuro.....	75
7.1 Conclusiones	75
7.2 Trabajo futuro.....	75
Referencias	77
Glosario.....	81

Índice de figuras

Figura 2.1 Tiempo de evolución del índice S&P500, de 00:00:01 a.m. a las 23:59:59 p.m. del 1 de septiembre de 2004. Los datos son muestreados sobre la base tick-by-tick.	7
Figura 2.2 Evolución en el tiempo de los precios del índice S&P500 de diciembre de 1969 a diciembre de 2014. Los datos fueron muestreados diariamente.	9
Figura 2.3 Serie de tiempo de los retornos diarios de S&P500 de enero de 1970 a 2005.	10
Figura 2.4 Comparación entre a) serie de tiempo del retorno de S&P500 y, b) serie de tiempo de un variable Gaussiana.....	12
Figura 2.5 PDF de los retornos diarios de S&P500 de enero de 1970 a septiembre de 2005 (cruces) junto con una PDF Gaussiana (línea punteada).	13
Figura 2.6 PDF de los retornos en una escala tick de datos de S&P500 de 1 de septiembre de 2005 (cruces) junto a una PDF Gaussiana (línea punteada).	13
Figura 2.7 Función de auto correlación de los retornos diarios de S&P500	15
Figura 2.8 Función de auto correlación de los retornos tick de S&P500.....	16
Figura 2.9 Función de auto correlación de los retornos diarios y los retornos diarios absolutos de S&P500.....	17
Figura 2.10 Funciones de auto correlación de los valores y valores absolutos de un conjunto de datos siguiendo una distribución Gaussiana. Se muestra que las correlaciones no temporales existen tanto en los valores como en los valores absolutos.....	18
Figura 2.11 Distintas configuraciones de celdas para una cuadrícula bidimensional.	20
Figura 2.12 Visualización de la frontera cerrada para (a) una y, (b) dos dimensiones.....	21
Figura 2.13 Vecindad de (a) Von Neumann, y (b) Moore.....	21
Figura 2.14 Ejemplo de la configuración global \mathbf{S} en una lattice unidimensional.....	22
Figura 2.15 Construcción del Conjunto de Cantor.....	26
Figura 2.16 Construcción de la Curva de von Koch (izquierda) junto a la construcción del triángulo de Sierpinski (derecha).....	26
Figura 2.17 Conjunto de Julia	27
Figura 2.18 División de conjuntos en cuatro partes	28
Figura 2.19 Análisis de R/S para calcular el exponente de Hurst para dos y cuatro periodos	32
Figura 3.1 Ejemplo de la configuración del modelo de Cont-Bouchaud con 5 subgrafos y los valores 0, +1 y -1, denotando su actividad: abstenerse, comprar o vender, respectivamente.....	34
Figura 3.2 Evolución de precio considerando un radio de vecindad de Moore de (a) 1 y (b) 2.	39

Figura 3.3 Distribución de rendimiento diario de S&P500 en el periodo de junio de 1950 a junio de 2005 (a) y resultados de simulación (b), comparadas con la PDF Gaussiana y una PDF Lorentziana.	40
Figura 3.4 Trayectorias de precio obtenidas por distintos valores de c_p (0.1, 0.9 y 1.02).....	41
Figura 4.1 Algoritmo para calcular el exponente de Hurst	52
Figura 5.1 Interfaz gráfica de la aplicación.	53
Figura 5.2 Resultado de la simulación.(a) Precio. (b) Retornos. (c) Variable aleatoria Gaussiana. (d) Distribución de retornos y variable aleatoria gaussiana. (e) ACF de retornos (línea azul), ACF de volatilidad (rojo) y ACF cuadrada de volatilidad (verde). (f) Volumen de operación. (g) Actividad de los agentes. (h) Coeficiente de Hurst para los retornos del índice S&P500. (i) Coeficiente de Hurst para los retornos de nuestro modelo.	56
Figura 5.3 (a) Evolución del precio para $C_p=0.1$, (b) retornos obtenidos a partir de (a).....	58
Figura 5.4 (a) Evolución del precio para $C_p=0.9$, (b) retornos obtenidos a partir de (a).....	59
Figura 5.5 (a) Evolución del precio para $C_p=10$, (b) retornos obtenidos a partir de (a).....	60
Figura 5.6 (a) Retornos generados con 0% de Imitadores, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.....	62
Figura 5.7 (a) Retornos generados con 50% de Imitadores, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.....	63
Figura 5.8 (a) Retornos generados con 90% de Imitadores, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.....	64
Figura 5.9 (a) Retornos generados con 0% de oportunistas, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.....	66
Figura 5.10 (a) Retornos generados con 50% de oportunistas, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.....	67
Figura 5.11 (a) Retornos generados con 90% de oportunistas, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.....	68
Figura 5.12 ACF de los retornos (azul), ACF de volatilidad (rojo), ACF cuadrática de volatilidad (verde), para $k=100$	70
Figura 5.13 ACF de los retornos (azul), ACF de volatilidad (rojo), ACF cuadrática de volatilidad (verde), para $k=300$	70
Figura 5.14 ACF de los retornos (azul), ACF de volatilidad (rojo), ACF cuadrática de volatilidad (verde), para $k=400$	71
Figura 5.15 Exponente de Hurst del índice S&P500.	71
Figura 5.16 Exponente de Hurst para nuestro modelo.	72

Índice de tablas

Tabla 5.1 Plataforma de implementación del modelo.....	63
Tabla 5.2 Escenario de simulación para sensibilidad del precio variable.....	67
Tabla 5.3 Escenario de simulación para porcentaje de imitadores variable.....	70
Tabla 5.4 Valores del coeficiente de curtosis de la distribución de probabilidad de los retornos para diferentes porcentajes de imitadores.....	74
Tabla 5.5 Escenario de simulación para porcentaje de oportunistas variable.....	74
Tabla 5.6 Valores del coeficiente de curtosis de la distribución de probabilidad de los retornos.....	78
Tabla 5.7 Escenario de simulación para intervalos de tiempo variable.....	79
Tabla 5.8 Escenario de simulación para cálculo del exponente de Hurst.....	81

Resumen

En este trabajo de tesis se diseñó e implementó un modelo basado en un autómata celular capaz de reproducir las propiedades estilizadas y fractales presentes en un mercado de valores, a partir del comportamiento típico de los agentes participantes. En este modelo, el mercado de valores es representado por una *lattice* bidimensional, en la cual cada vértice representa un agente dentro del mercado.

Dentro del diseño del modelo se consideraron aspectos importantes como: la sensibilidad de ajuste del precio como política macro, la oferta y demanda como evolución del precio del activo, la influencia de noticias como factores macro, y diferentes tipos de inversores considerando su comportamiento y posibilidades de operación.

Con base en los experimentos realizados, el modelo puede reproducir tres dinámicas del comportamiento de los agentes participantes en el mercado de valores, estos son: fundamentalistas, imitadores y oportunistas. Además, este modelo está basado en la interacción local adoptando un conjunto de reglas para la representación del comportamiento de los agentes y una regla para la actualización del precio. Este modelo puede reproducir las principales características observadas en las series de tiempo financieras empíricas.

Abstract

In this thesis we designed and implemented a model-based on cellular automaton able to reproduce the stylized and fractal properties present in a stock market, by the typical behavior of the participating agents model. In this model, the market is represented by a two-dimensional lattice, in which each vertex represents an agent within the market.

Within the design we considered some important aspects as: sensibility of price adjustment as macro policy, supply and demand as evolution of the asset price, influence of news as macro factors, and different kinds of investors considering their behavior and operation possibilities.

Based on the experiments, the model can reproduce three dynamic behavior of the participants in the stock market agents, they are fundamentalists, imitators and opportunists. Furthermore, this model is based on local interaction by adopting a set of rules for the representation of agent behavior and a rule for updating the price. This model can reproduce the main characteristics observed in empirical financial time series.

Capítulo I Introducción

La dinámica de los mercados de valores es compleja. Dicha complejidad aun no es del todo explicada satisfactoriamente por las diferentes teorías financieras que existen. La complejidad de la dinámica es ser caracterizada por propiedades estilizados, e.g., la distribución de retornos no Gaussiana (colas pesadas), la caída relativamente rápida de la auto correlación de retornos, la auto correlación a largo plazo de la volatilidad y la agrupación de volatilidad.

El análisis tradicional de las series de tiempo financieras (basadas en técnicas estadísticas) falla a la hora de dar una respuesta sobre la presencia de los hechos estilizados [39]. Los mercados financieros están formados por muchos agentes heterogéneos y diferentes tipos de activos. La complejidad de la dinámica de los mercados de valores no es debida únicamente a su gran número de elementos y a su compleja estructura con respecto a cómo los elementos son localizados y asociados entre ellos, sino también al comportamiento colectivo de los elementos interactuando bajo la influencia de factores externos. El no considerar la interacción no lineal a nivel microscópico, hace difícil describir apropiadamente la dinámica de agregación de los mercados de valores. En esta tesis se utilizó el enfoque microscópico que basado en autómatas celulares nos permite obtener propiedades estilizadas y fractales inherentes en las series de tiempo de los mercados de valores.

1.1 Antecedentes

En los últimos años la técnica de micro simulación usando Autómatas Celulares, ha sido aplicada exitosamente en ciencias naturales, sociales, física, economía y finanzas, entre otras. Con esta técnica, comenzamos el modelado del mercado de valores, el comportamiento de los agentes y la interacción entre ellos. Entonces podemos simular la dinámica que nos interesa y estudiar la complejidad de la dinámica de abajo hacia arriba, es decir, de lo micro a lo macro. Ya que la micro simulación ha mostrado sus ventajas, en el capítulo 3 se muestran algunos modelos desarrollados en los últimos años que son capaces de confirmar algunos de los principales hechos estilizados.

Es importante mencionar que todavía existen problemas con algunos modelos desarrollados hasta el momento en este campo, esto es, no pueden generar algunos hechos estilizados importantes. Por otro lado, aunque muchos modelos pueden generar los principales hechos estilizados, estos difieren entre sí en aspectos fundamentales tales como el modelado del mercado y su dinámica. Esto implica que la comprensión común de los mecanismos que

llevan a cabo la dinámica compleja de los mercados de valores aún no ha sido lograda en este campo[40].

1.2 Planteamiento del problema a resolver

Las crisis financieras de los últimos años ha motivado la necesidad de estudiar e investigar los orígenes, desarrollo y desenlace de las dinámicas del mercado de valores con el objetivo de poder diseñar mejores estrategias de inversión.

Las series de tiempo financieras empíricas presentan propiedades inherentes que se manifiestan en la actividad bursátil del mercado. Determinar el mejor momento para comprar, vender o abstenerse en la transacción de activos en el mercado financiero es fundamental y es el mayor reto para tener una estrategia de inversión exitosa. Una forma de obtener conocimiento y de esta forma tomar mejores decisiones es la modelación matemática del problema, dado que nos permite crear escenarios virtuales del mercado de valores y que a través de la simulación del modelo podemos ver desenlaces de dichos escenarios.

En el presente trabajo se modela la dinámica de una acción, obteniéndose propiedades estilizadas y fractales presentes en las series de tiempo financieras empíricas..

1.3 Justificación

Una de las ventajas que ofrece la globalización es el crecimiento de los capitales en las bolsas de valores que operan en el mundo. Sin embargo, entender la dinámica del mercado es complejo por el número de factores que intervienen, la interrelación entre ellos, además de eventos fortuitos que influyen en el precio de las acciones. Actualmente, existen esfuerzos en modelar y simular el comportamiento del mercado de valores para obtener conocimiento de su dinámica.

Un análisis sobre las series de tiempo financieras ha mostrado la existencia de *propiedades estilizadas y fractales* presentes en los instrumentos financieros y mercados. La mayoría de estas *propiedades estilizadas* son contra intuitivos y contrarios a las expectativas de las teorías financieras tradicionales.

Un sistema complejo tal como un mercado de valores es ideal para ser modelado mediante un autómatas celular, ya que se obtiene una relación directa entre los agentes que operan en el

mercado y las células del AC, sus interacciones como reglas de vecindad y la toma de decisiones como regla de evolución.

El presente trabajo obtiene a través de la modelación microscópica, las propiedades estilizadas y fractales presentes en los mercados de valores para así, tener una mejor comprensión sobre la dinámica del mercado.

1.4 Hipótesis

La obtención de propiedades estilizadas y fractales de las series de tiempo financieras pueden ser obtenidas a partir de la modelación de las interacciones locales entre diferentes tipos de inversionistas e incorporando factores externos.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Diseñar un algoritmo que basado en autómatas celulares sea capaz de reproducir propiedades estilizadas y fractales presentes en un mercado de valores, a partir del comportamiento de agentes inversionistas y tomando en cuenta la oferta, demanda, el ajuste de precio y factores externos.

1.5.2 Objetivo particular

- Diseñar un algoritmo tal que basado en autómatas celulares modele la dinámica de una acción.
- Diseñar un algoritmo que modele la dinámica de tres tipos de inversores: Fundamentalista, imitador y oportunista.
- Diseñar un algoritmo que reproduzca las propiedades estilizadas y fractales de la dinámica de un mercado de valores con los 3 tipos de inversores mencionados en el punto anterior.
- Validar los resultados obtenidos en nuestro modelo con los datos empíricos publicados a la fecha.

1.6 Alcance

En el presente trabajo se diseñará e implementará un modelo basado en autómatas celulares que permita simular las propiedades estilizadas y fractales mediante el despliegue de gráficas.

La función principal del sistema será la de simular diferentes escenarios en la dinámica del mercado de valores para así, observar y obtener conocimiento sobre el impacto que tienen en las propiedades estilizadas y fractales los diferentes parámetros considerados en el modelo.

1.7 Contribuciones

- Sistema que permite modelar diferentes escenarios del mercado de valores mediante una interfaz gráfica
- Modelo basado en autómatas celulares capaz de reproducir las propiedades estilizadas y fractales que se dan en un mercado de valores

1.8 Metodología y desarrollo utilizado

La metodología seguida en este trabajo de tesis se presenta a continuación, se presentan las partes principales de la misma así como los elementos que la componen.

- Revisión del estado del arte: modelos no basados en autómatas celulares y modelos basados en AC, fractales, dimensión fractal
- Diseño del modelo: determinación del tipo de agentes a considerar en la dinámica del mercado
- Diseño de algoritmos: determinación del comportamiento de cada uno de los agentes que forman parte de la dinámica del mercado de valores
- Implementación del modelo: implementación de los algoritmos diseñados en el lenguaje de programación Java
- Validación de resultados: comparación de los resultados obtenidos por nuestro modelo contra las series de tiempo financieras empíricas del índice *Standard&Poor's500*

1.9 Estructura de la tesis

En este capítulo se ha presentado una breve introducción, los objetivos y justificación de este trabajo de tesis. A continuación se da una breve descripción del contenido los siguientes capítulos:

- Capítulo 2 presenta los antecedentes y fundamentos necesarios para la comprensión y desarrollo de la tesis.
- Capítulo 3 muestra un estudio de los trabajos desarrollados hasta el momento para el modelado del mercado de valores.

- Capítulo 4 se describe de manera detallada el modelo propuesto.
- Capítulo 5 muestra los resultados obtenidos de del modelo propuesto.
- Capítulo 6 muestra los productos obtenidos durante el desarrollo de este trabajo.
- Capítulo 7 presenta las conclusiones del trabajo, además de las propuestas de trabajo futuro y las referencias.

Capítulo 2. Marco conceptual

En este capítulo se mencionan y describen todos los conceptos necesarios que sirven de base para el entendimiento del presente trabajo: Las propiedades estilizadas en el mercado de valores, asentadas en la literatura como *hechos estilizados*; los autómatas celulares como instrumento de simulación microscópica; el mercado de valores junto con sus principales actores: fundamentalistas, imitadores y oportunistas; y los fractales.

En las últimas décadas algunas teorías, técnicas y herramientas de diferentes disciplinas, i.e., economía, matemáticas, física, ciencias de la computación, etc., han sido aplicadas para investigar y analizar la dinámica de los mercados financieros. Específicamente, gracias a los avances en la tecnología computacional, cantidades masivas de datos financieros pueden ser obtenidos a diferentes frecuencias, haciéndolos disponibles y altamente accesibles. El análisis de las series de tiempo financieras han contribuido en gran medida a mejorar el entendimiento de la dinámica compleja. Obviamente, un estudio minucioso de los datos financieros empíricos es un buen punto de partida para modelar mercados financieros. Por esta razón, en este capítulo daremos una breve descripción de los datos disponibles en los mercados financieros y, en particular, examinaremos las principales propiedades estilizadas y fractales observadas en las series de tiempo financieras.

2.1 Hechos estilizados observados en los mercados de valores

2.1.1 Datos financieros

Los mercados financieros modernos generan una cantidad inmensa de datos, esto es, decenas de miles de transacciones son registradas por segundo. Además, la mayoría de los conjuntos de datos son registrados en diferentes escalas de tiempo y en diferentes formatos. Los datos financieros históricos han sido grabados a diferentes frecuencias de muestreo [1]:

1. Diariamente, desde la mitad del siglo XIX;
2. Minuto a minuto, desde 1984;
3. tick-by-tick (el tiempo de muestreo corresponde al tiempo de las transacciones reales), desde 1993.

Además de la frecuencia de muestreo, los diferentes conjuntos de datos son obtenidos en diferentes lapsos de tiempo. El lapso de tiempo esta típicamente basada en el tiempo de

operación del correspondiente mercado financiero. Por ejemplo la hora típica de apertura del mercado de valores es de 9:00 a 17:00 horas. Un caso extremo es el mercado de divisas, el cual está abierto las 24 horas. En un conjunto de datos financieros usualmente existe información del precio de apertura, precio de cierre, precio máximo y mínimo, además del precio durante el día.

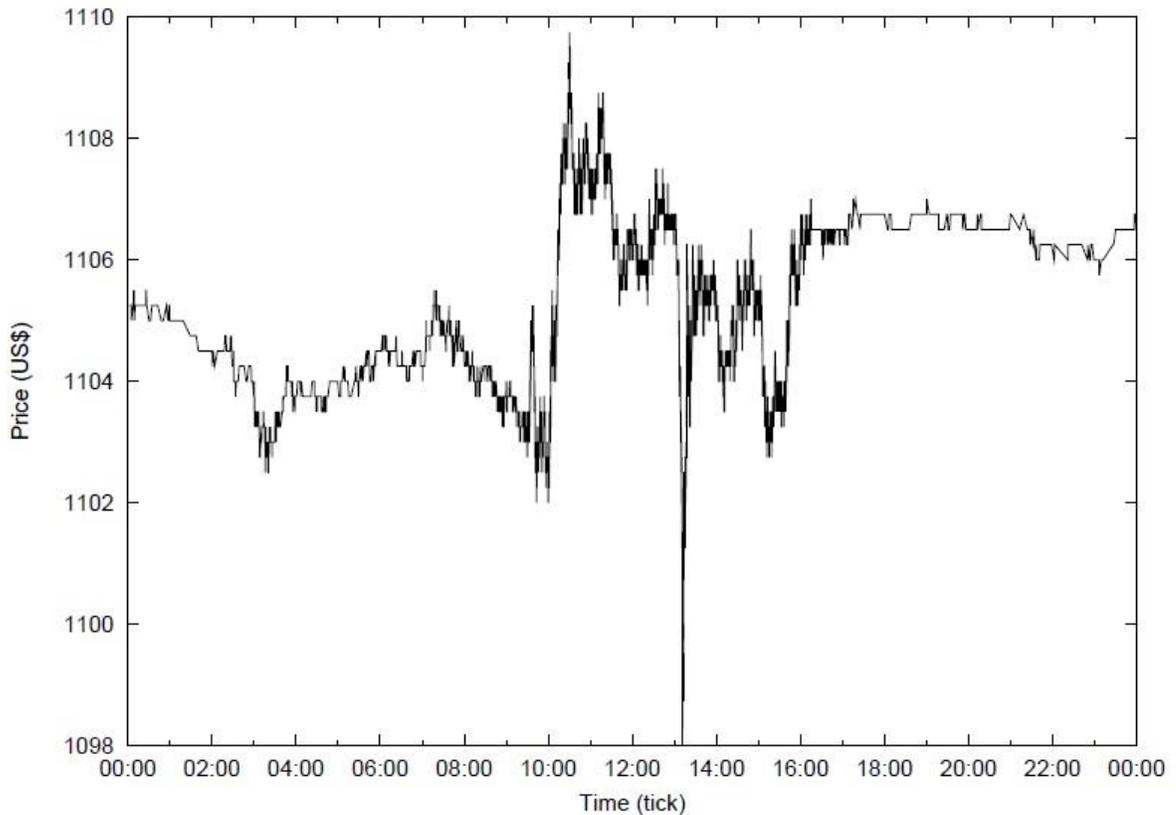


Figura 2.1 Tiempo de evolución del índice S&P500, de 00:00:01 a.m. a las 23:59:59 p.m. del 1 de septiembre de 2004. Los datos son muestreados sobre la base tick-by-tick.

2.1.1.1 Precio y cambios de precio

Comenzamos este trabajo con el análisis de los datos históricos¹ del índice² *Standard & Poor's 500 (S&P500)*. Estudiamos dos conjuntos de datos basados en diferentes escalas de

¹ “El índice Standard&Poor’s 500 (S&P500) es usualmente considerado el punto de referencia para el desempeño de las acciones de Estados Unidos. Como su nombre lo dice, el S&P500 consiste de 500 compañías de un diverso rango de industrias y representa aproximadamente el 70% del valor de las acciones del mercado de EUA. La investigación se basa en este índice clásico el cual dará un buen inicio en el desarrollo del presente trabajo.”[36]

tiempo. Una contiene datos con alta frecuencia de muestreo durante el día 1 de septiembre de 2004, dicha frecuencia es menor a una transacción por 30 segundos. La otra contiene registro diario de un periodo de 45 años, esto es, 1969 a 2014. Las figuras 2.1 y 2.2 muestran las trayectorias de precios basadas en estos dos conjuntos de datos.

Existen diferentes formas de describir los cambios de precio en las series de tiempo financieras. La más sencilla es usar el cambio de precio en sí.

$$\Delta P(t) = P(t + \Delta t) - P(t) \quad 2.1$$

El problema con esta definición es que no toma en cuenta el cambio de precio debido a la inflación o el pago de intereses. Una definición más precisa es incluir un parámetro de corrección,

$$Z(t) = [P(t + \Delta t) - P(t)]D(t) \quad 2.2$$

donde $D(t)$ puede ser un factor de deflación o un factor de descuento. Los méritos de este enfoque son (i) no es necesaria una transformación lineal y (ii) los precios son dados en términos de ganancias de dinero constantes con bajo riesgo de inversión tomando en cuenta un factor $D(t)$. Los problemas asociados a esta definición son que el deflactor y el factor de descuento son impredecibles en el tiempo, y no hay una única elección para $D(t)$ [6]. Para este trabajo nos enfocaremos en conjuntos de datos de alta frecuencia para intervalos cortos de tiempo (un día o más pequeño) y por lo tanto, estos efectos antes mencionados pueden ser ignorados.

² “Un índice en el mercado de valores es una lista de valores, estadísticamente reflejando el valor compuesto de sus componentes. Es utilizado como una herramienta para representar las características de sus acciones que lo componen, las cuales todas poseen algo en común tal como la negociación en el mismo mercado de intercambio, perteneciendo a la misma industria o teniendo capitalizaciones de mercado similares. Muchas índices recopilados por agencias de noticias o servicios financieros son usados como puntos de referencia del rendimiento de cartera tales como fondos mutuos.”

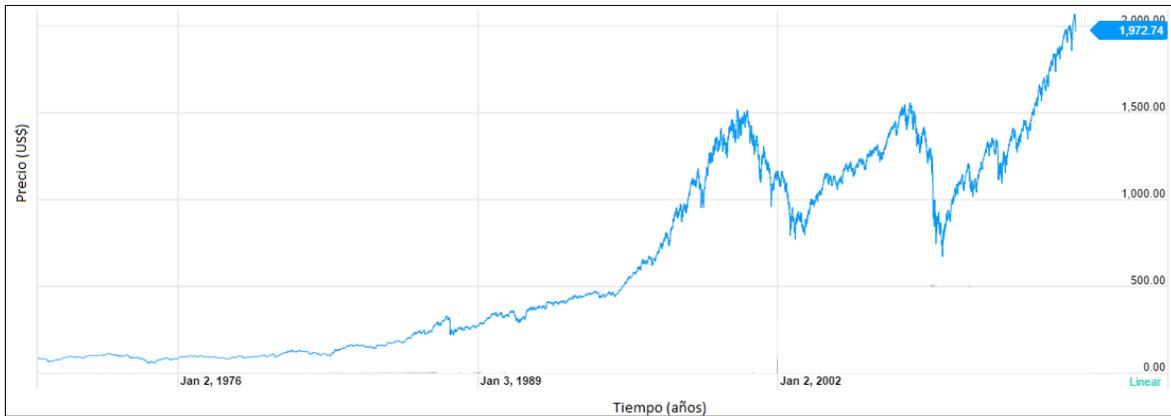


Figura 2.2 Evolución en el tiempo de los precios del índice S&P500 de diciembre de 1969 a diciembre de 2014. Los datos fueron muestreados diariamente.

Otro problema en esta descripción es que define cambios de precio en un sentido absoluto, mientras que es más apropiado usar una norma relativa. La medida más usada para medir el cambio de precio, i.e., rentabilidad, y que además está libre de este problema es el *retorno*.

2.1.1.2 Retorno

En finanzas, el término *retorno sobre inversión*, o simplemente *retorno*, es usado para referirse a la medida del cambio de un activo o un valor acumulado de cartera sobre un periodo de tiempo. Usualmente denotado por $R(t)$ o $r(t)$, el retorno puede ser descrito por las siguientes cantidades:

- Retorno bruto $R(t) = \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)}$ 2.3
- Retorno neto $R(t) = \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{P(t)}$ 2.4
- Retorno log $R(t) = \ln P(t + \Delta t) - \ln P(t)$ 2.5

El mérito de las dos primeras definiciones es que proveen un porcentaje directo de pérdida o ganancia en un periodo de tiempo dado. El problema de estas es su sensibilidad a cambios de escala para horizontes de mucho tiempo. Obsérvese que la ecuación (2.4) también puede ser escrita como:

$$P(t + \Delta t) = P(t)(1 + R(t)) \quad 2.6$$

Ahora bien, supongamos que la *frecuencia de capitalización*³ es m veces por año. Entonces esta ecuación puede ser escrita como:

³ La capitalización es el proceso de acumular el valor temporal del dinero hacia adelante en el tiempo. El número de periodos de capitalización en un año se llama *frecuencia de capitalización*.

$$P(t + \Delta t) = P(t)(1 + R(t)/m)^m \quad 2.7$$

Aplicando *capitalización continua*⁴, la ecuación puede ser aproximada a:

$$P(t + \Delta t) = P(t)e^{R(t)} \quad 2.8$$

De la cual se obtiene la ecuación (2.5). Al ser relativos y adimensionales, esta puede ser usada directamente para comparar activos con diferentes precios.

Para datos muestreados a alta frecuencia, esto es, datos que son registrados en escalas de tiempo cortas y débilmente influenciadas por la inflación, todas las medidas comúnmente usadas y enlistadas anteriormente guardan cierta equivalencia. Sin embargo, para investigaciones sobre periodos de tiempo largos, la ecuación (2.5) es más comúnmente usada. La figura 2.3 muestra la distribución de retornos logarítmicos de los datos diarios del índice S&P500. Se puede observar que existen grandes picos relacionados con grandes retornos.

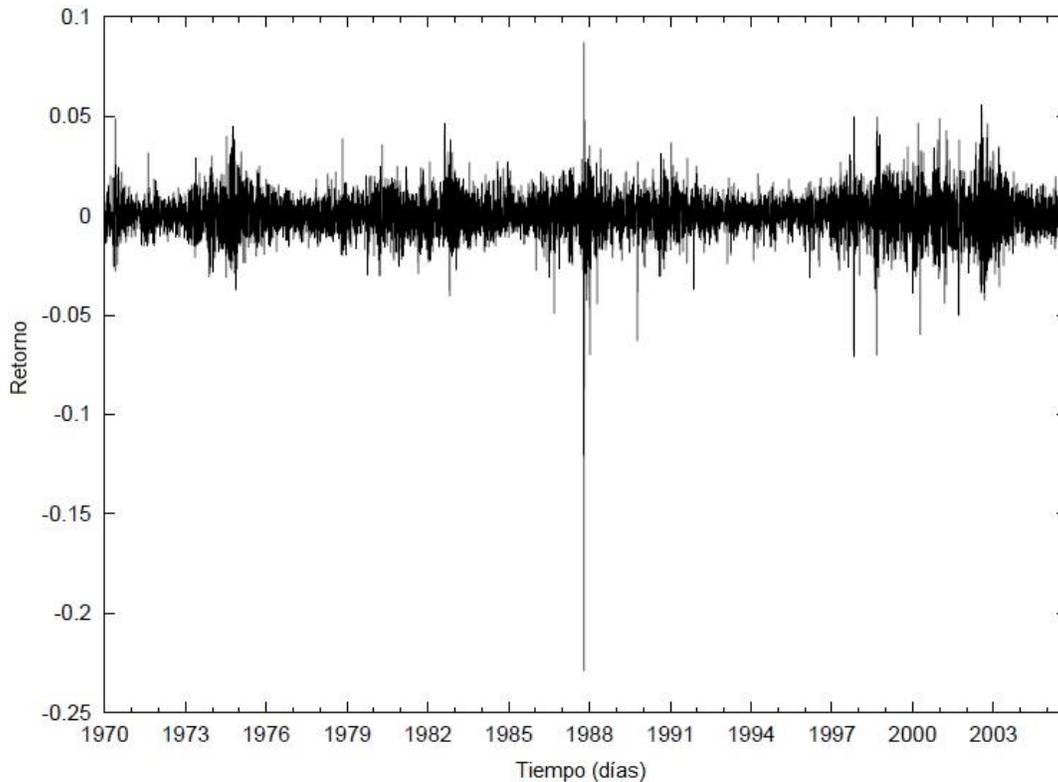


Figura 2.3 Serie de tiempo de los retornos diarios de S&P500 de enero de 1970 a 2005.

⁴ Es un proceso de capitalización cuando m tiende a infinito.

2.1.2 Hechos estilizados en series de tiempo financieras

Existen algunas propiedades estadísticas no triviales en las series de tiempo financieras de diferentes mercados, tipos de activos y periodos de tiempo. Estas características comunes son llamados *hechos estilizados* [2].

En esta sección trataremos algunas series de tiempo financieras empíricas, además de describir los principales hechos estilizados denominados: distribución no Gaussiana de retornos, correlación de los retornos a corto plazo y, auto correlación a largo plazo de la volatilidad relacionada con la agrupación de volatilidad.

2.1.2.1 Distribución no Gaussiana de retornos

El estudio estadístico del retorno de activos financieros se puede remontar a los primeros años del siglo XX, en los cuales los retornos financieros eran considerados como un proceso aleatorio [3]. Incluso en la actualidad, algunos modelos económicos importantes están basados en la suposición de que los cambios relativos de precio siguen una distribución Gaussiana. Un ejemplo es el modelo de *Black-Scholes* para la valoración de opciones. En 1963, Mandelbrot señaló que para modelar los retornos de los activos no era válida una distribución normal en general [5]. Esto es debido a la característica de colas pesadas (*heavy-tailed*) en las distribuciones de retornos financieros. Por esta razón, Mandelbrot sugirió que los retornos financieros deberían ser descritos por la distribución estable de Levi [4]. Desde entonces, se ha estudiado intensivamente por qué las distribuciones de los retornos no siguen una distribución Gaussiana. En la figura 2.4 se muestra la serie de tiempo para los retornos diarios del índice S&P500 junto a una serie de tiempo de una variable que sigue una distribución Gaussiana. Comparado con la serie de tiempo Gaussiana, las series de tiempo financieras empíricas exhiben algunos cambios importantes y agrupamiento de gran volatilidad. Por ejemplo, hay un cambio muy notorio en la serie a finales de 1987, el cual denota el desplome del llamado *lunes negro*, ocurrido el 19 de octubre de 1987 cuando el índice S&P500 perdió el 20.5%. Existen también algunas turbulencias a finales de 2001, cuando un 15% del precio cayó en las siguientes semanas después del 11 de septiembre.

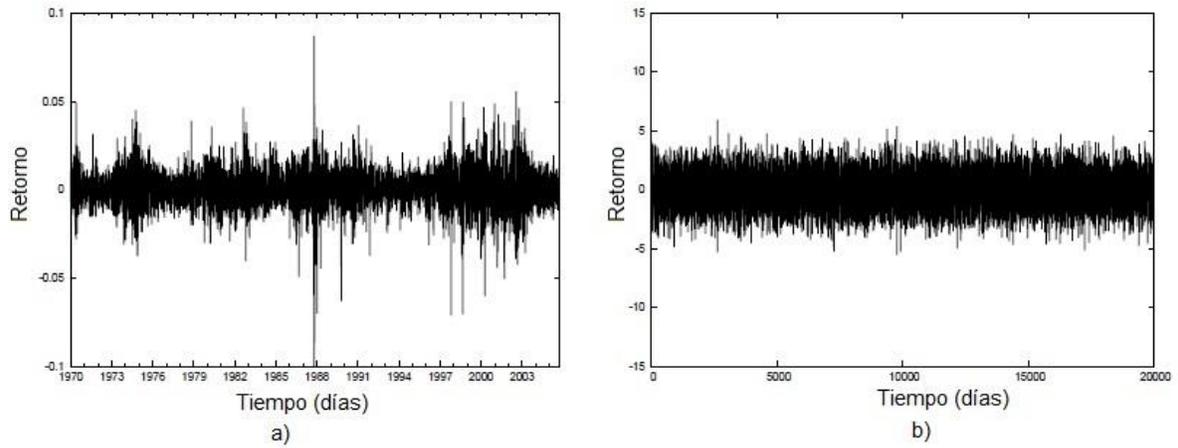


Figura 2.4 Comparación entre a) serie de tiempo del retorno de S&P500 y, b) serie de tiempo de un variable Gaussiana.

La función de densidad de probabilidad (PDF – Probability Density Function) de los retornos es caracterizada por un pico más alto y más angosto y colas más pesadas comparadas con una distribución Gaussiana. La figura 2.5 muestra un histograma de los retornos diarios del índice S&P500 de Enero de 1970 hasta Septiembre de 2005. Nótese que se está usando una escala logarítmica para el eje y . Un resultado similar también se puede observar en la figura 2.6, la cual muestra un histograma de los retornos del índice S&P500 sobre una escala tick.

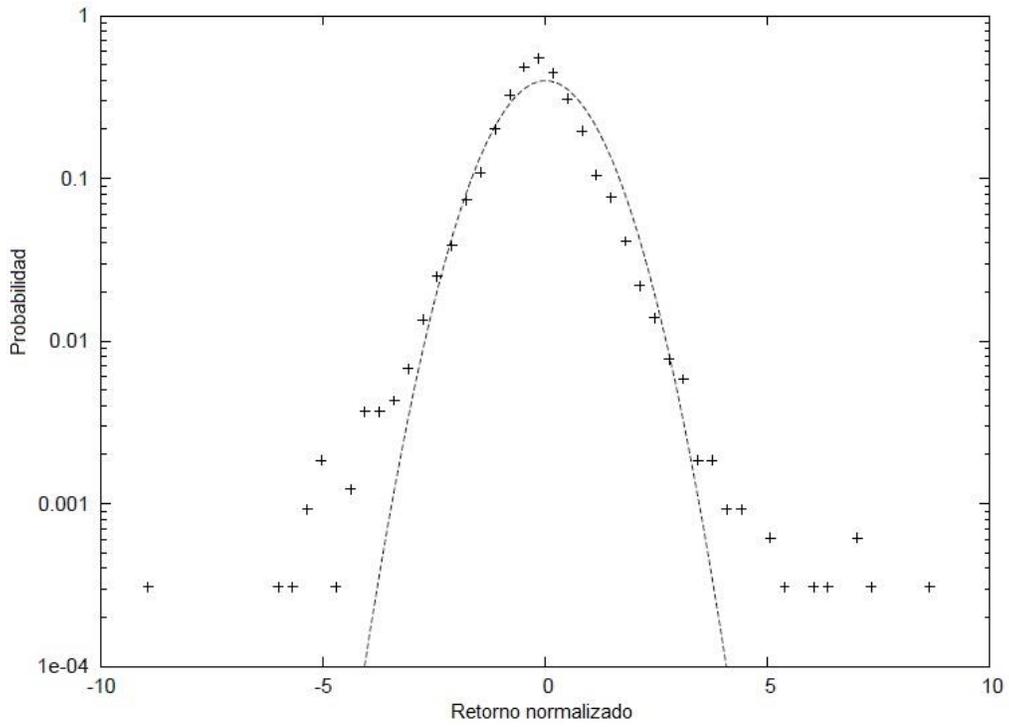


Figura 2.5 PDF de los retornos diarios de S&P500 de enero de 1970 a septiembre de 2005 (cruces) junto con una PDF Gaussiana (línea punteada).

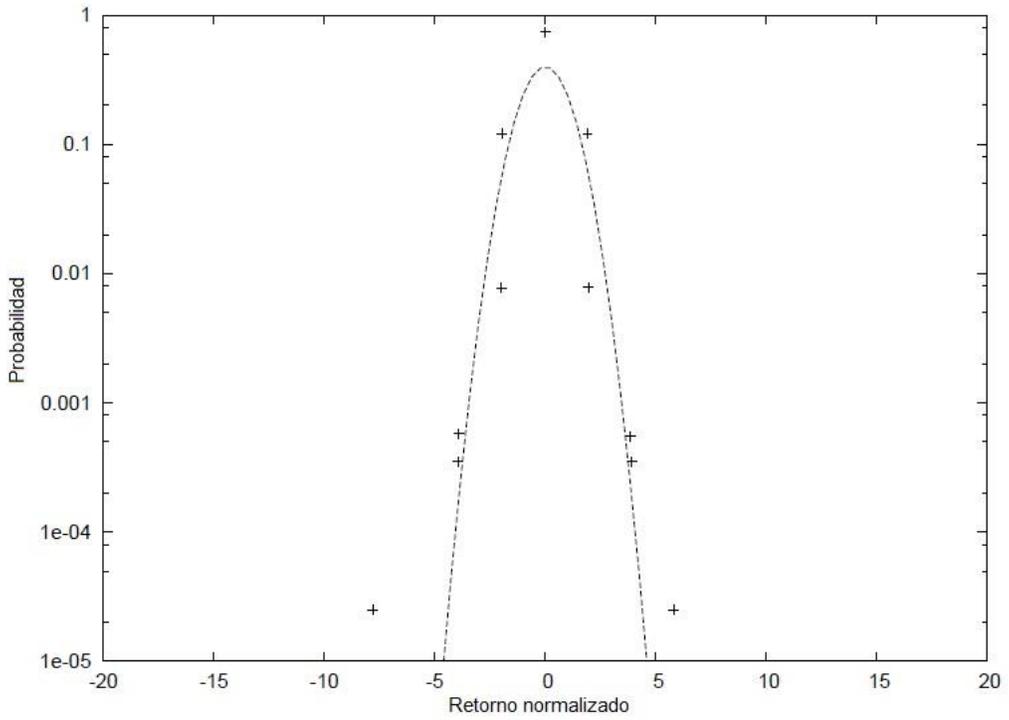


Figura 2.6 PDF de los retornos en una escala tick de datos de S&P500 de 1 de septiembre de 2005 (cruces) junto a una PDF Gaussiana (línea punteada).

Una forma de medir la normalidad de una distribución es su kurtosis, k , la cual es definida como:

$$k = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad 2.9$$

donde μ_4 es el cuarto momento central y σ es la desviación estándar de la distribución.

Un conjunto de dato con un alto valor de curtosis tendrá un pico distintivo cerca de la media, decreciendo rápidamente alrededor de la media, y entonces decae lentamente generando colas pesadas. La curtosis de una distribución normal es 3. Un valor de curtosis menor a 3 indica una distribución que es plana en la media y decae rápidamente, mientras que un valor de curtosis mayor a 3, indica una distribución con forma de pico y colas pesadas.

2.1.2.2 Auto correlación a corto plazo de los retornos

Tradicionalmente la gente pensaba que los precios no tenían dependencia en el tiempo. Esto había sido tomado como un fuerte apoyo a la “Hipótesis del Mercado Eficiente”⁵. Es fácil entender que si hay correlaciones entre los cambios de precio, habrá cierto *arbitraje estadístico*⁶ que atrae árbitros. Estos árbitros estadísticos eliminarán eventualmente las correlaciones, excepto en escalas de tiempo muy pequeñas que representa la cantidad de tiempo que el mercado toma en reaccionar ante la llegada de información.

La independencia temporal de los retornos puede ser cuantificada por el análisis de su función de correlación (ACF – AutoCorrelation Function):

⁵ “Un mercado ‘eficiente’ es definido como un mercado donde existe un gran número de maximizadores de beneficios que compiten activamente, cada uno tratando de predecir el valor futuro de mercado de valores concretos, y donde todos los participantes disponen libremente de información actual importante. En un mercado eficiente, la competencia entre los numerosos participantes conduce a una situación en la que, en cualquier punto en el tiempo, los precios reales de los valores individuales ya reflejan los efectos de la información basados tanto en los eventos que ya han ocurrido y en acontecimientos que, a partir de ahora, el mercado espera que tengan lugar en el futuro. En otras palabras, en un mercado eficiente en cualquier punto en el tiempo el precio real será la garantía de una buena estimación de su valor intrínseco.”[37]

⁶ Es un intento de beneficiarse de las ineficiencias en los precios que se identifican mediante el uso de modelos matemáticos. El *arbitraje estadístico* intenta sacar provecho de la probabilidad de que los precios tenderán hacia una norma histórica. A diferencia del arbitraje puro, el arbitraje estadístico no está exenta de riesgos.”[38]

$$c(\tau) = \frac{\sum_{t=1}^{N-\tau} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+\tau} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^N (Y_t - \bar{Y})^2} \quad 2.10$$

donde N denota el total de pasos de tiempo, Y_t el retorno en el tiempo t , y \bar{Y} la media de los retornos.

El resultado de la función de auto correlación de los retornos diarios y retornos *tick* del índice S&P500 es mostrado en la figura 2.7 y figura 2.8, respectivamente. Para fines de comparación, en esta y en todas las figuras subsecuentes se incluirán los resultados correspondientes obtenidos a partir de una serie de variables independientes normalmente distribuidas.

El resultado indica que la auto correlación de los retornos diarios rápidamente cae al rango de ruido. Sin embargo, para las auto correlaciones observadas en los retornos tick, esto ocurre para un lapso de tiempo de 0 a 25 ticks (alrededor de pocos minutos). Esto sugiere que los retornos financieros tienen “memoria” a muy corto plazo.

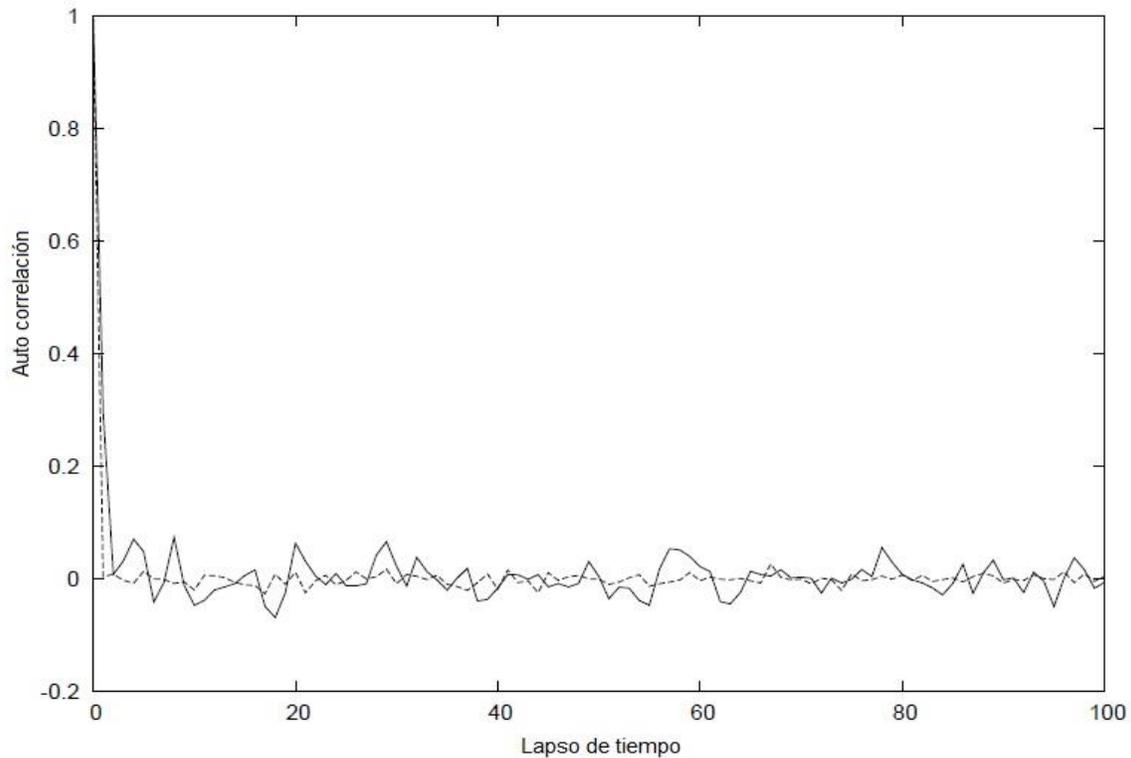


Figura 2.7 Función de auto correlación de los retornos diarios de S&P500

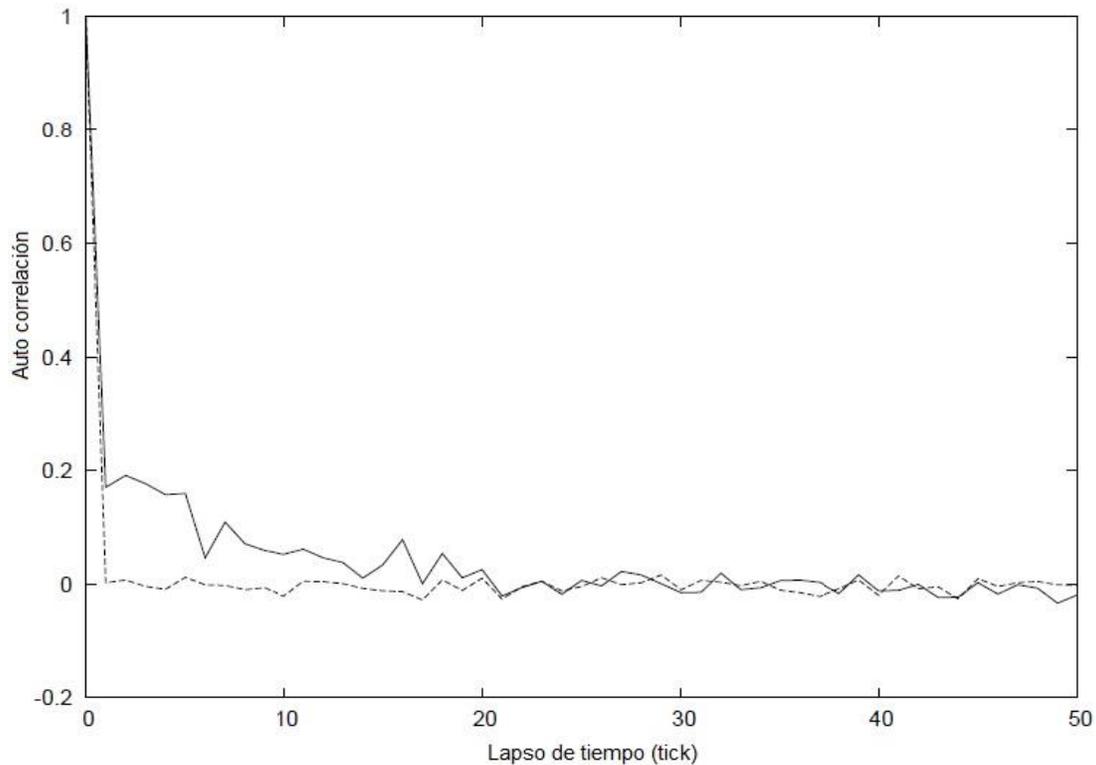


Figura 2.8 Función de auto correlación de los retornos tick de S&P500

2.1.2.3 Auto correlación a largo plazo de la volatilidad

La auto correlación a corto plazo en los retornos no implica la independencia de retornos. Esto último requiere que cualquier función no lineal de retorno este sin auto correlación [2]. Ahora bien, consideremos una función no lineal de retorno, i.e., la volatilidad, la cual en principio es la desviación estándar de los cambios de precio durante un periodo de tiempo apropiado [7].

Existen algunas razones para considerar las propiedades estadísticas de volatilidad:

- La volatilidad puede estar directamente relacionada a la cantidad de información que llega al mercado.
- La volatilidad puede ser usada directamente en el modelado del proceso estocástico que gobierna los cambios de precio.
- Desde un punto de vista práctico, la volatilidad es un indicador clave de medición de riesgo en las inversiones financieras [6].

Entre los métodos alternativos para estimar la volatilidad, adoptaremos únicamente el retorno absoluto.

La ACF de los retornos diarios absolutos de S&P500 se muestra en la figura 2.9 junto con la ACF de los retornos diarios. El rango de tiempo de los datos es de enero de 1970 a septiembre de 2004. La gran correlación positiva de los retornos absolutos se puede observar en la figura. En contraste, tanto la auto correlación de un conjunto de datos Gaussianos y sus respectivos valores absolutos, los cuales se muestran en la figura 2.10 (con línea sólida y línea punteada, respectivamente), inmediatamente caen al rango de ruido. Esto implica que no hay correlación temporal ni en los datos ni en sus valores absolutos.

La ausencia de correlaciones lineales y la presencia de correlaciones no lineales a largo plazo en los retornos, confirma que los signos de los retornos están débilmente correlacionados en el tiempo, mientras las correlaciones a largo plazo existen en las amplitudes de los retornos [9].

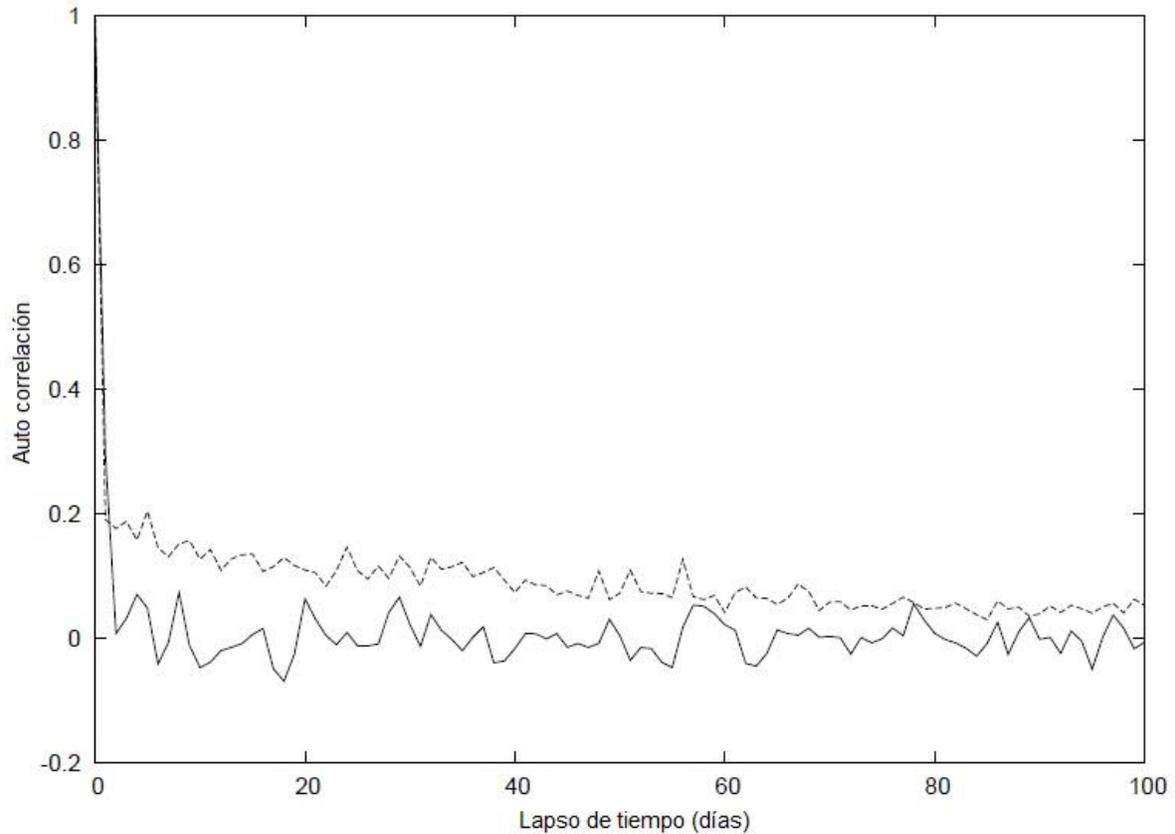


Figura 2.9 Función de auto correlación de los retornos diarios y los retornos diarios absolutos de S&P500.

La auto correlación a largo plazo de la volatilidad está relacionada directamente a un fenómeno característico – la agrupación de volatilidad, i.e., “periodos de inactividad y

turbulencia tienden a agruparse juntos” [8]. Recordando la distribución de los retornos mostrada en la figura 2.3, es claro observar como algunos retornos altos tienden a quedar agrupados juntos.

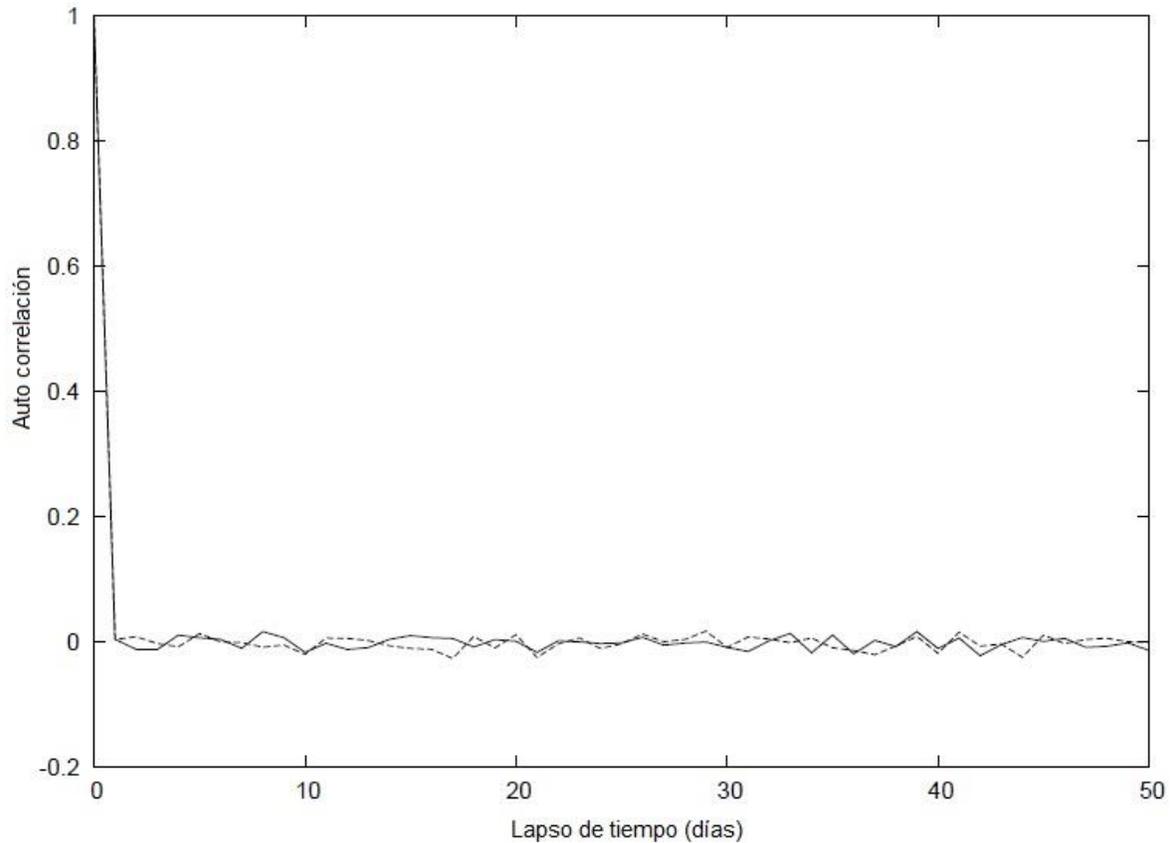


Figura 2.10 Funciones de auto correlación de los valores y valores absolutos de un conjunto de datos siguiendo una distribución Gaussiana. Se muestra que las correlaciones no temporales existen tanto en los valores como en los valores absolutos.

2.2 Autómatas celulares

El estudio de estos sistemas ha generado gran interés a través de los años por su capacidad de generar un amplio espectro de patrones de comportamiento complejos a partir de conjuntos de funciones subyacentes. Más aun, capturan muchas de las características esenciales del comportamiento cooperativo de auto-organización que se observa en sistemas reales [10].

De acuerdo con Wuenshe [11], un autómata celular es un “sistema dinámico discreto que evoluciona por la iteración de una función determinista; como en cualquier otro sistema dinámico, las variables del sistema cambia en función de sus valores actuales”.

Por otro lado, Ilachinski[10] define a los autómatas celulares como “una clase de sistemas matemáticos deterministas, discretos en tiempo y espacio, y caracterizados por tener interacción local y una forma inherentemente paralela de evolución”.

2.2.1. Historia

Los autómatas celulares se han estudiado como parte de la teoría abstracta de la computación desde tiempos en que John Von Neumann se interesó en la posibilidad de construir fabricas automáticas auto reproducibles. Von Neumann los presenta por primera vez a principios de los 50's como modelos simples de auto reproducción biológica. Desarrolló un esquema para tal autómata, en términos de un espacio celular en un arreglo bidimensional, en el que cada celda se encontraría en uno de 29 estados distintos [12].

El conocimiento público de los autómatas celulares puede atribuirse en su mayoría al interés de John Horton Conway por encontrar una configuración más simple que la de Von Neumann y la exploración de sus capacidades. Algunos de sus resultados se presentaron en 1970 como un juego ecológico llamado *Life*, en la columna mensual de Martin Gardner “Mathematical Games” en la revista Scientific American.

Aunque Von Neumann y Conway estaban conscientes de que existían distintas alternativas para las funciones de evolución, ambos se concentraron en una sola regla que sirviera para su propósito, explorando sus consecuencias a detalle. Wolfram, por el contrario, fue uno de los primeros en comparar las historias evolutivas de un gran número de reglas diferentes. De hecho, parece haber inspirado su trabajo en la teoría de sistemas dinámicos, particularmente el descubrimiento de “atractores extraños” de Stephen Smale, y los posibles paralelos que pudieron tener en teoría de autómatas.

2.2.2. Componentes de un AC

En general, un autómata celular se especifica como [13]:

$$A = \{L, H, S, f\} \tag{2.11}$$

donde:

$L = \{(i, j) | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq M\}$ es una lattice regular de $N \times M$, con condiciones de frontera definidas;

H , es un conjunto finito de celdas que definen la vecindad de interacción de cada celda;

S , es un conjunto finito de valores de estado de la celda;

$f: S \times S^{|H|} \rightarrow Q$, es la función de transición de estado.

A continuación se describen cada uno de los componentes que integran un autómata celular.

2.2.2.1. Lattice

Una de las propiedades fundamentales de un AC es el tipo de cuadrícula de celdas en el que se construye. La forma más simple es una línea unidimensional. En dos dimensiones, se puede considerar una teselación con la que solo se tienen tres polígonos regulares posibles cubriendo de manera uniforme el plano: triángulos, cuadrados y hexágonos; aunque es posible también utilizar polígonos irregulares o tener configuraciones con el plano cubierto de forma irregular. En la figura 2.3 se muestran distintas configuraciones para un arreglo de celdas bidimensional.

Una lattice regular d-dimensional \mathbf{Z}^d es una opción más común para la construcción de AC[14], permitiendo que el arreglo tenga cualquier número finito de dimensiones, aunque lo más común sea trabajar con valores entre 1 y 4.

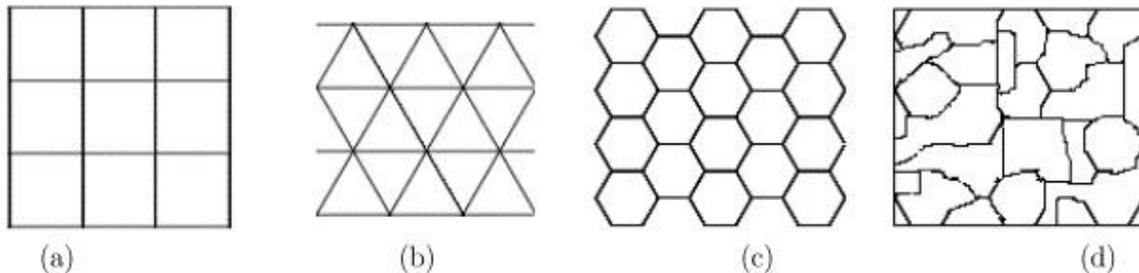


Figura 2.11 Distintas configuraciones de celdas para una cuadrícula bidimensional.
a) cuadrada, b) triangular, c) hexagonal, d) irregular.

2.2.2.2. Condiciones de frontera

Los AC se exploran con experimentos computacionales en los que la lattice tiene que considerarse finita. Por esto, para las lattices finitas, es necesario imponer condiciones que definan el conjunto de vecinos para las células en las fronteras de la lattice, esto es, condiciones de frontera.

En una lattice, las fronteras opuestas se pueden unir y se obtiene lo que se llama *frontera cerrada o periódica*. En una dimensión esto conduce a un anillo, en dos dimensiones conduce a un toroide (Figura 2.4). Si se toma la vecindad con el mismo valor de las celdas en la frontera, se tiene una frontera reflejante. Si cuando un individuo se sale de la lattice, este se

pierde para siempre, se tienen condiciones de frontera absorbente o abierta. Además, pueden definirse distintas configuraciones híbridas de acuerdo a las necesidades del problema en cuestión.

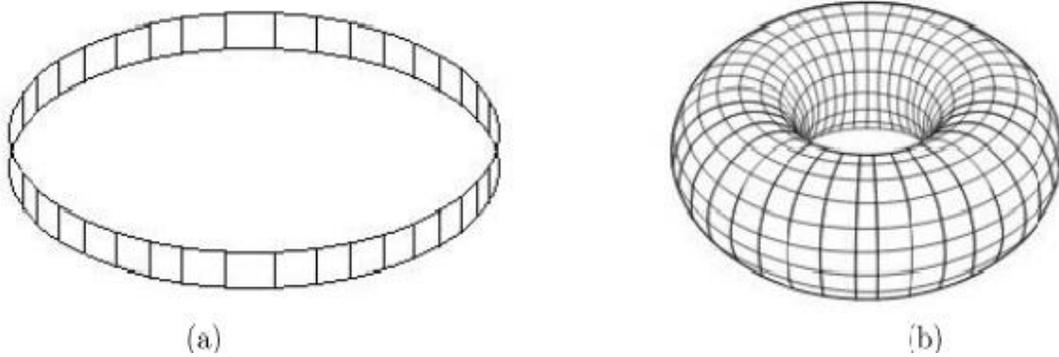


Figura 2.12 Visualización de la frontera cerrada para (a) una y, (b) dos dimensiones.

2.2.2.3. Vecindad

La vecindad de interacción de una celda r especifica un conjunto de celdas de la lattice que influncian el estado de la celda r a cada paso del tiempo. Su tamaño y su topología no dependen de cada celda de la lattice, sino del problema a modelar. La vecindad se define como un conjunto ordenado:

$$N_b^I(r) = \{r + c_i : c_i \in N_b^I\} \in L \quad 2.12$$

Donde N_b^I es una plantilla de vecindad que puede escogerse de muchas maneras. Ejemplos comunes son la vecindad de Von Neumann y la vecindad de Moore, la primera con 4 elementos (norte, sur, este, oeste) y la segunda con 8 (los 8 más cercanos), las cuales se muestran respectivamente en la figura 2.5.

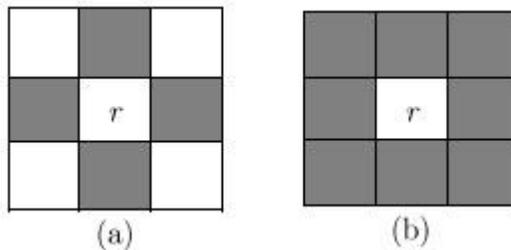


Figura 2.13 Vecindad de (a) Von Neumann, y (b) Moore.

2.2.2.4 Estados

A cada celda $r \in L$ se le asigna un valor de estado $s(r) \in S$ que se escoge de un conjunto finito de estados elementales S , *i.e.*

$$s : L \rightarrow S \tag{2.13}$$

Los elementos de S pueden ser números, símbolos u otros objetos.

Una configuración global $s \in S^{|L|}$ del autómata se determina por lo valores de estado de todas las células de la lattice. La figura 2.6 muestra un ejemplo de la configuración global para una lattice unidimensional con condiciones de frontera periódicas.

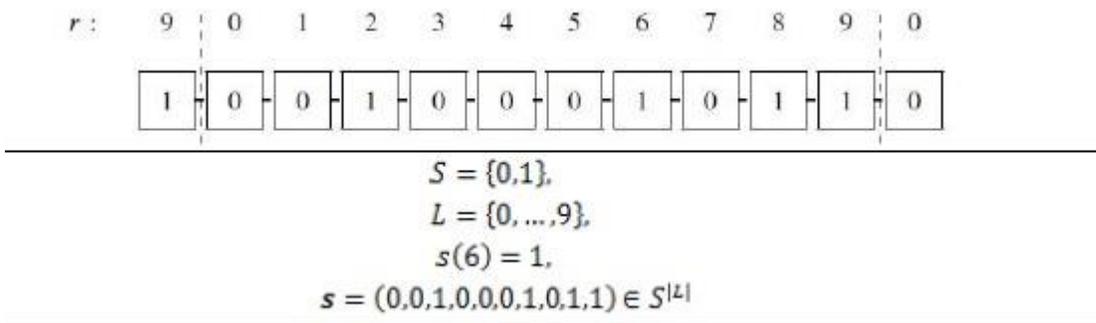


Figura 2.14 Ejemplo de la configuración global S en una lattice unidimensional

2.2.2.5. Función de transición de estado

La dinámica del autómata se determina por una función de transición local f , la cual especifica el nuevo estado de la celda como una función de su configuración de vecindad, *i.e.*,

$$f = S^H \rightarrow S, \quad \text{donde} \quad H = |N_b^l| \tag{2.14}$$

La función es espacialmente homogénea, *i.e.*, no depende explícitamente de la posición de la celda r en la lattice.

En los AC deterministas la función local es determinista; *i.e.*, la función de transición local produce un único estado siguiente para cada celda. Por lo tanto, para condiciones iniciales fijas la evolución futura del autómata es predecible y determinada de manera única.

En un AC probabilístico la función de transición local es especificada por una distribución de la probabilidad independiente del tiempo y espacio de los estados siguientes para cada configuración de vecindad posible. De esta manera, cualquier regla local determinista puede verse como un caso especial de una regla probabilística con probabilidad 1 para la regla definida.

Asumiendo una actualización síncrona del AC, la función local aplica simultáneamente a cada celda de la lattice. Entonces, la dinámica global se especifica por una función global $F_g: S^{|L|} \rightarrow S^{|L|}$ de modo que para cada configuración global $s \in S^{|L|}$,

$$F_g(s)(r) = F(s_{N(r)}) \forall r \in L \quad 2.15$$

La dinámica global, entonces, queda completamente definida por la función local F .

La configuración global en pasos discretos subsecuentes queda definida como:

$$S(t) = (s(r_1, t), \dots, s(r_{|L|}, t)) \in S^{|L|} \quad 2.16$$

donde

$s(r_i, t) \in S$ es el espacio de la celda r_i en el paso de tiempo t .

La configuración local de la celda r en el tiempo t está dada por $s_{N(r)}(t)$. Para cada configuración global, el desarrollo temporal del sistema está determinado por:

$$S(t+1) = F_g(s(t)), \quad 2.17$$

Y, la dinámica de un estado $s(r, t)$ es seguida por:

$$S(r, t+1) = F(s_{N(r)}(t)) \quad 2.18$$

2.3. Mercado de valores

La importancia del mercado financiero radica en que desempeña un papel central en el funcionamiento y desarrollo de la economía. Está integrado principalmente por diferentes intermediarios y mercados financieros, a través de los cuales una variedad de instrumentos movilizan el ahorro hacia sus usos más productivos. Los bancos son quizá los intermediarios financieros más conocidos, puesto que ofrecen directamente sus servicios al público y forman parte medular del sistema de pagos. Sin embargo, en el sistema financiero participan muchos

otros intermediarios y organizaciones que ofrecen servicios de gran utilidad para la sociedad [15][42][44].

2.3.1 Definición del mercado de valores

La definición de mercado, en el campo de las finanzas, depende mucho del punto de vista del inversionista, que se enfoca en un determinado grupo de activos [16].

Para un agente de futuros del eurodólar, el mercado son “rojos”, “verdes”, “azules” y “dorados” (nombres dados a los contratos que expiran en uno, dos, tres o cuatro días, respectivamente). Para un jubilado, el mercado es un conjunto de fondos mutuos.

De manera más general, definimos a los mercados financieros como aquellos en los que se intercambian activos con el propósito principal de movilizar dinero a través del tiempo [15][43].

Aunque la historia de las finanzas es relativamente corta, muchos modelos de micro simulación han sido desarrollados en la literatura financiera. La mayoría de ellos se centra en el entendimiento del mercado de valores como sistema complejo. Estos modelos comparten algunos principios comunes para modelar el mercado, agentes, interacción entre agentes, actualización del precio, etc.

2.3.2 Mercado

La mayoría de los modelos de micro simulación adoptan construcciones simples de sus modelos de mercados, con uno o pocos tipos de agentes o activos. Algunos usan una lattice para representar al mercado, mientras que otros modelan el mercado como una alberca de agentes.

2.3.3 Agente

Una ventaja de la micro simulación es que, bajo este paradigma de modelado, tenemos mucha más libertad de adoptar agentes heterogéneos. Sin embargo, hay muchos modelos basados en agentes con características homogéneas.

2.3.4 Interacción entre agentes

En este sentido el modelado es mucho más diverso entre los diferentes modelos de micro simulación, es decir, se puede representar el comportamiento de manada de diferentes formas. Por ejemplo, en el modelo de Bak[17] el movimiento en manada es denotado como un comportamiento de los agentes de derivar su precio a partir del precio actual o elegir el precio de algún otro agente. Por otro lado, en el modelo de Lux[18] el movimiento en

manada implica la tendencia de los agentes a seguir a otros agentes que tienen mayor éxito en sus estrategias.

2.3.5 Formación del precio

La mayoría de los modelos adopta una regla simple de actualización del precio, mientras que otros usan algunas fórmulas que involucra la formación del precio.

La micro simulación ha mostrado una gran sencillez para estudiar la dinámica compleja de los mercados de valores. Esto es claro partiendo del hecho de que muchos modelos de micro simulación pueden confirmar exitosamente algunas de las características estilizadas observadas en series de tiempo financieras empíricas.

2.4. Fractales

La palabra fractal proviene de la palabra latina *fractus* que significa irregular, interrumpido y fue acuñada en 1975 por el matemático de origen polaco Benoit B. Mandelbrot (1924 – 1910) del Centro de Investigación de la I.B.M. Thomas J. Watson en Yorktown Height New York, para describir objetos que son irregulares para la geometría tradicional [19] [20].

En el pasado las matemáticas habían estado relacionadas con conjuntos y funciones para los cuales los métodos del cálculo clásico podían ser aplicados. Conjuntos y funciones que no eran lo suficientemente suaves (lisos) o regulares tendían a ser ignorados como “patológicos” y no dignos de estudio, fueron considerados como curiosidades particulares [19].

Actualmente esta actitud ha cambiado. Los conjuntos irregulares dan una mejor representación de los fenómenos de la naturaleza que la dada por las figuras de la geometría clásica. La geometría fractal da una estructura general para el estudio de los conjuntos irregulares, ie., da una descripción y un modelo matemático de muchas de las formas y patrones de la naturaleza y las ciencias [21][41].

2.4.1 Origen

Históricamente el estudio de los fractales fue impulsado por el descubrimiento de estructuras matemáticas que no encajaban con la matemática clásica, ie., con las estructuras geométricas regulares de Euclides y la dinámica de Newton. Estas nuevas estructuras fueron registradas como “patológicas”, y consideradas como “galería de monstruos”, relacionadas con los pintores cubistas y la música atónica que, sin embargo, trastornó los estándares establecidos. Los matemáticos que crearon estos monstruos, después los miraron como una gran

demostración de que el mundo de las matemáticas puras contiene una riqueza de posibilidades, llevando lejos a las estructuras simples [22][41].

2.4.3 Los primeros monstruos y algunos rasgos

Existen diferentes conjuntos que representan fractales entre los que destacan: el conjunto de Cantor, la curva de von Koch, el triángulo de Sierpinski, el conjunto de Julia, entre otros. Estos conjuntos tienen la característica que son auto similares a diferentes escalas. Las figuras 2.11, 2.12 y 2.13 muestran los conjuntos antes mencionados, respectivamente:

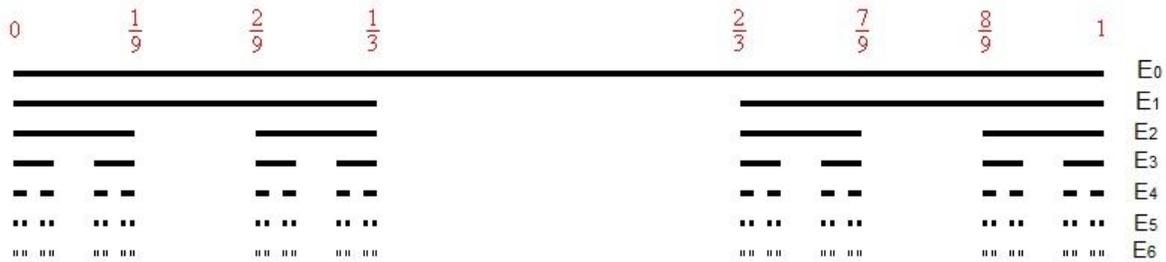


Figura 2.15 Construcción del Conjunto de Cantor

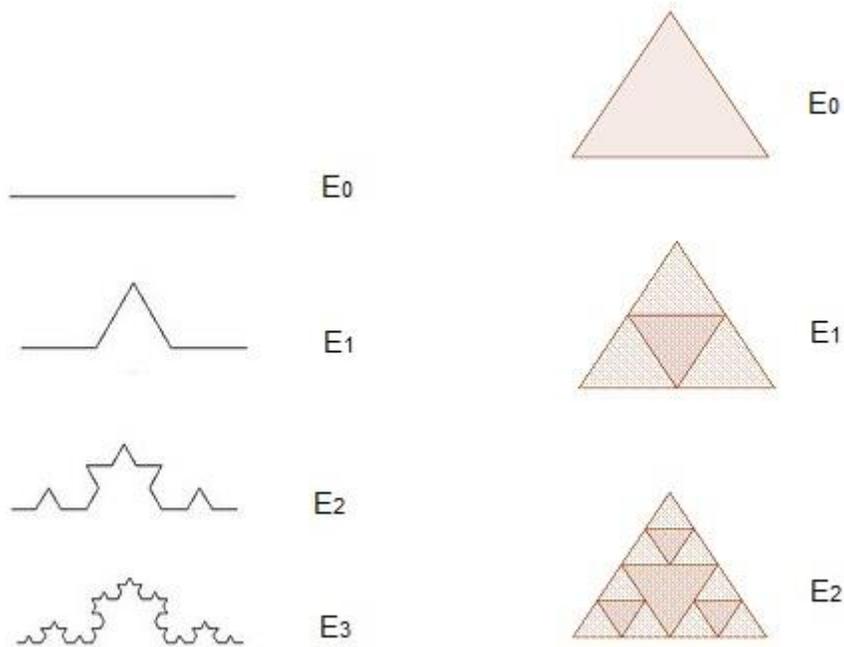


Figura 2.16 Construcción de la Curva de von Koch (izquierda) junto a la construcción del triángulo de Sierpinski (derecha)

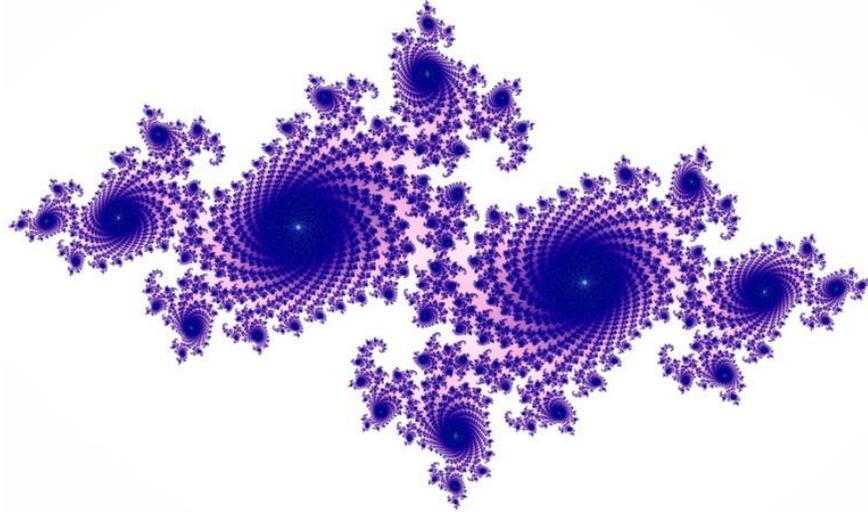


Figura 2.17 Conjunto de Julia

Aun cuando el conjunto de Julia no es estrictamente auto-similar en el sentido del *Conjunto de Cantor* y la *Curva de von Koch*, es “casi auto similar”, en el sentido de que, porciones arbitrariamente pequeñas del conjunto pueden ser ampliadas y entonces la distorsión coincide con una parte del conjunto.

2.4.4 Dimensión

La herramienta principal de la geometría fractal es la *Dimensión*. Es posible definir la “dimensión” de un conjunto de varias formas. Definiciones diferentes pueden dar valores diferentes de la dimensión para el mismo conjunto y puede también tener propiedades diferentes. La dimensión fractal da un recurso objetivo para comparar fractales [23].

Cuanto mayor sea la dimensión de un objeto fractal, mayor será la probabilidad de que una región dada del espacio contenga una porción del objeto fractal. Esta dimensión fue descrita por el matemático alemán Félix Hausdorff (1868 – 1942) en 1919 y completada más tarde por el ruso Besicovitch. Mandelbrot la adoptó para definir a los objetos fractales y la denominó *dimensión fractal* [24].

Una de las finalidades del término “fractal” es eliminar las dificultades generalmente asociadas al término “fraccionario”. La dimensión fractal puede ser una fracción simple, por ejemplo $\frac{1}{2}$ o $\frac{5}{3}$, o un número irracional como $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.2618 \dots$ ó π .

Existen entre los fractales objetos irregulares o interrumpidos cuya dimensión fractal es 1 o 2 y, sin embargo, no se parecen a una recta o a un plano [25].

2.4.4.1 Similaridad

Estamos familiarizados con la idea de que una curva (suave, lisa) es un objeto *1-dimensional* y una superficie es *2-dimensional*. Es menos claro que el *conjunto de Cantor* tenga dimensión $\frac{\log 2}{\log 3} \approx 0.631$ y que la *curva de von Koch* tenga dimensión $\frac{\log 4}{\log 3} \approx 1.262$. Este último número es, al menos, consistente con la *curva de von Koch* siendo mayor que *1-dimensional* (tiene longitud infinita) y menor que *2-dimensional* (tiene área cero).

En la figura 3.7, un segmento de línea está hecho de cuatro copias de sí mismo, escaladas por un factor de $\frac{1}{4}$, por lo que el segmento tiene dimensión:

$$D = \frac{\log 4}{\log(\frac{1}{1/4})} = 1$$

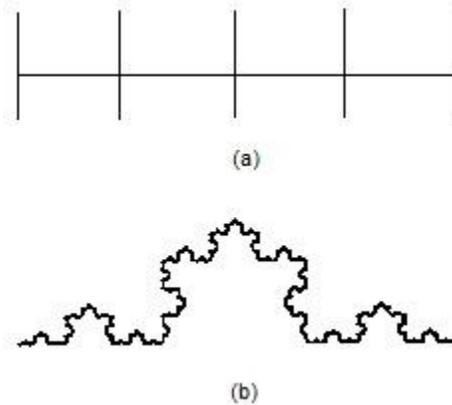


Figura 2.18 División de conjuntos en cuatro partes

Similarmente, la *curva de von Koch* está hecha de cuatro copias de sí misma escaladas por un factor de $\frac{1}{3}$, por lo que su dimensión es:

$$D = \frac{\log 4}{\log(\frac{1}{1/3})} = \frac{\log 4}{\log 3}$$

En general, un conjunto hecho de N copias de sí mismo escalado por un factor de r implica [26]:

$$Nr^D = 1 \iff D = \frac{\log N}{\log\left(\frac{1}{r}\right)} = \frac{\log N}{\log r} \quad 2.19$$

El número obtenido de esta forma es llamado *dimensión de similaridad* del conjunto. Desafortunadamente, la *dimensión de similaridad* es significativa solo para la clase de conjuntos estrictamente auto-similares.

Existen otro tipo de dimensiones que son mucho más generales. Por ejemplo, la *dimensión de Hausdorff – Besicovitch* y la *dimensión de “conteo de cajas”* (box-counting), que pueden ser definidas para cualquier conjunto [19].

2.4.4.2 Hausdorff – Besicovitch

En su ensayo original, Mandelbrot definió un *fractal* como *un conjunto cuya dimensión Hausdorff – Besicovitch es estrictamente mayor que su dimensión topológica*.

De la amplia variedad de “dimensiones fractales”, la definición de Hausdorff basada sobre una construcción de Caratheodory es la más antigua y probablemente la más importante. La dimensión de Hausdorff – Besicovitch tiene la ventaja de estar definida para cualquier conjunto. Su mayor desventaja es que en muchos casos es difícil calcularla o estimarla por métodos computacionales [19].

La dimensión de Hausdorff – Besicovitch, es un número real que puede ser usado para caracterizar la complejidad geométrica de subconjuntos acotados por \mathbb{R}^n . Una de las razones de su importancia es que está asociada con un método de comparación de “tamaños” de conjuntos cuya dimensión fractal es la misma [23].

2.4.4.3 Conteo de cajas

Sea $N(\epsilon)$ el número mínimo de esferas de diámetro ϵ necesarias para cubrir X . Una definición alternativa para $h(X)$, es llamada, *dimensión de conteo de cajas o dimensión de cubrimiento fractal*:

$$h(X) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \inf \frac{\log N(\epsilon)}{\log\left(\frac{1}{\epsilon}\right)} \quad 2.20$$

entonces

$N(\epsilon) \rightarrow \infty$ cuando $\epsilon \rightarrow 0$.

Si $N(\epsilon) \sim \frac{k}{\epsilon^d}$, entonces $d = h(X)$.

ie,

$$m_{\epsilon}^{d'}(X) = (N(\epsilon))(\epsilon^{d'}) \sim K\epsilon^{d-d'} \quad 2.21$$

entonces,

Si $d' < d$ obtenemos una dimensión infinita y

Si $d' > d$ obtenemos una dimensión finita.

2.4.4.4 Exponente de Hurst

Además de las técnicas de Housdorff – Hescovich y conteo de cajas (box-counting) para calcular la dimensión fractal de un conjunto, existe otra técnica que hace uso del exponente de Hurst y puede ser aplicada a cabalidad a las series de tiempo y funciones en general. Por un teorema en Love & Young 1937 y Besicovitch & Ursell 1937, la gráfica de una función que satisface la condición de Lipschitz para todo X y con exponente de Hurst H , tiene una dimensión fractal entre 1 y $2 - H$. Para una función de Brown fraccionada que tiene el mismo espectro acumulativo f^{-2H} , la dimensión será el valor posible más grande para $D=2-H$ [27].

Por lo tanto, la estimación de la dimensión fractal usando esta técnica se centra en el cálculo del exponente de Hurst, el cual fue propuesto inicialmente por el hidrólogo de origen británico Harold Edwin Hurst (1880 - 1978) en 1951, y ha sido estimado clásicamente por los dos siguientes procedimientos:

1. Análisis de R/S [35];
2. Análisis de la fluctuación sin tendencia (DFA – detrended fluctuation analysis).

El exponente de Hurst, usualmente denotado por H , tiene que estar entre 0 y 1. Así, cuando el proceso es un movimiento Browniano entonces el valor de H es igual a 0.5. Cuando es *persistente* tendrá un valor mayor a 0.5, y cuando es *anti-persistente* entonces tendrá un valor menor a 0.5. Los ejemplos de valores extremos 0 y 1 son ruido $1/f$ y una *tendencia lineal simple*, respectivamente.

El análisis de R/S, o estadística de rango-reescalado, es usado ampliamente para probar si hay dependencia a largo plazo en una serie de datos. Una de sus principales virtudes es que por el contrario a muchas pruebas estadísticas comunes, en este análisis no se hace ninguna suposición sobre cómo los datos originales son organizados – un punto crítico cuando se estudia algo como el precio de las acciones en un mercado de valores para los cuales hay suficiente evidencia que las suposiciones convencionales son rotundamente erróneas. El análisis de R/S simplemente mide si, sobre periodos variados de tiempo, la cantidad por la

cual los datos varían desde un máximo hasta un mínimo es más grande o más pequeña que lo que se esperaría si cada dato señalado fuera independiente del último. Si es diferente de las expectativas, entonces la secuencia precisa de los datos debe ser importante: una racha de ganancias o pérdidas debe estar impulsando a los valores extremos más allá de lo que, por otro lado, ocurriría por azar del destino [27]. Para realizar el cálculo se usa la siguiente formula:

$$\frac{R}{S} = \frac{\sum_{j=1}^k (r_j - \bar{r}_n) - \sum_{j=1}^k (r_j - \bar{r}_n)}{[\frac{1}{n} \sum_j (r_j - \bar{r}_n)^2]^{1/2}} \quad 2.22$$

La explicación de cómo usar la expresión anterior se da a continuación:

Iniciemos por considerar el retorno r – la pérdida o ganancia de, digamos, un movimiento en el precio de alguna acción – sobre diferentes periodos de tiempo de un día, dos días, tres días, y así sucesivamente hasta llenar la serie de tiempo de tenga una longitud de digamos cien días o n . Calcular el promedio de los retornos, \bar{r}_n , sobre el periodo de los cien días o n . Luego, para cada periodo de tiempo más corto – un día, dos días, y así sucesivamente – calcular la diferencia entre el retorno r_j sobre el periodo y el retorno promedio, \bar{r}_n , sobre cien días, y mantener un total acumulado de todas las diferencias de las diferentes longitudes de los periodos de tiempo hasta llevar al periodo de tamaño k . Hacer esto para cada día ($k = 1$); después dos días ($k = 2$); y así sucesivamente hasta $k = 100$. Luego, tomar el valor máximo, o MAX , de todas estas diferencias. Del mismo modo calcular el mínimo, o MIN , de todas las diferencias. Calcular la diferencia entre MAX y MIN a fin de estimar el rango del total de derivaciones acumuladas. Esto es el numerador de la formula. El denominador es un cálculo convencional de la desviación estándar de la serie de tiempo. Más adelante se detallará el algoritmo para calcular el exponente de Hurst.

Si los datos fueron independientes, se esperaría que el numerados y el denominados están dentro de una relación 1:2 – o $H = \frac{1}{2}$. Cualquier otro valor implica la dependencia a largo plazo de la serie de datos. Si el rango es más grande que lo esperado y $H > \frac{1}{2}$, entonces los datos son *persistentes*, es decir, derivan de un proceso de memoria larga. Un proceso de memoria a largo plazo es un proceso con un componente azaroso, donde un evento pasado tiene un efecto de decaimiento sobre los eventos futuros. Por el contrario, si $H < \frac{1}{2}$ se dice que los datos son *no-persistentes*.

En la siguiente figura se muestra la división de una serie de tiempo para dos y cuatro periodos.

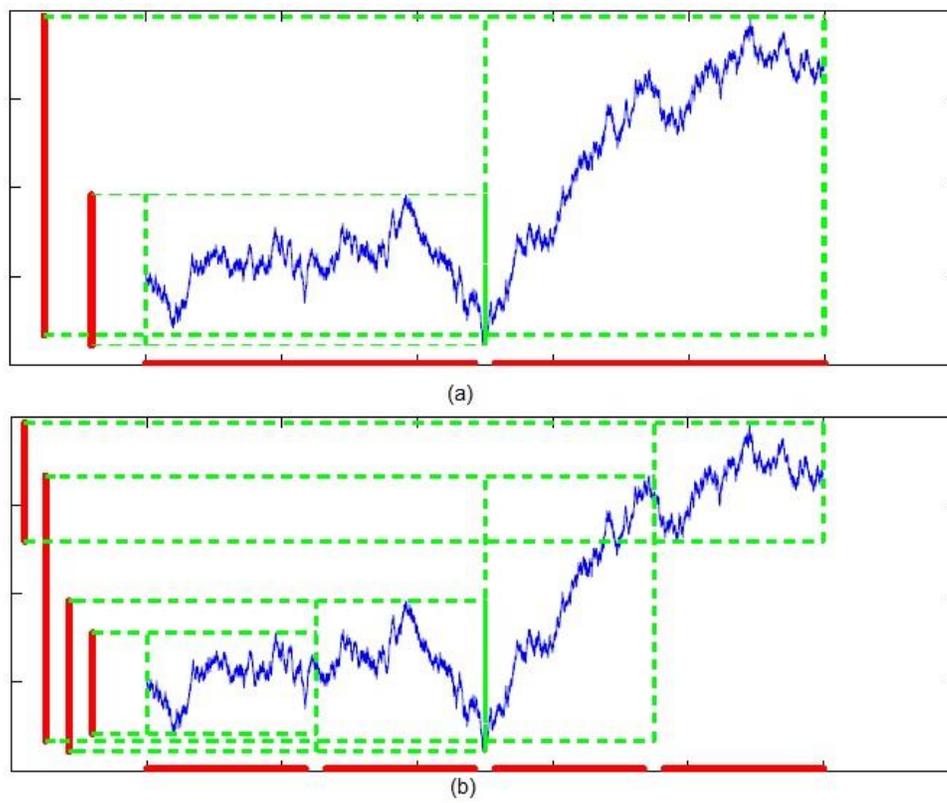


Figura 2.19 Análisis de R/S para calcular el exponente de Hurst para dos y cuatro periodos

Capítulo 3. Estado del arte

En este capítulo se presentan los trabajos más importantes que han servido para hacer modelado de mercado de valores. Se exponen desde diferentes perspectivas y se muestran ejemplos de modelos basados y no basados en AC. Dentro de los modelos basados en autómatas celulares, se detallan 4 trabajos con distintas características que definen la base para el modelo que se plantea en el presente trabajo de tesis.

3.1. Modelos no basados en AC

Antes del enfoque de AC, se crearon algunos modelos de simulación microscópica para el mercado de valores. Desde estos, se observa la importancia de la definición de las interacciones entre los agentes y la discretización de sus posturas de compra, venta y abstención; agentes ruidosos e imitación, por mencionar algunas de las características que aún se mantienen en modelos recientes.

3.1.1. Modelo de Cont-Bouchaud

En el trabajo mostrado en [28] presenta un modelo de mercado especulativo como un repositorio de N agentes cuyas localizaciones no son importantes. En lugar de clasificar agentes en ciertos tipos, como se hace en otras simulaciones micro, adopta únicamente agentes heterogéneos.

Los agentes de este modelo se enfrentan a tres alternativas a cada paso de tiempo: comprar, vender o no hacer nada. Los agentes tienden a crear ligas (links) entre sí con probabilidad c/N , donde c es un parámetro de conectividad que representa la voluntad de los agentes a alinear sus acciones. Las estructuras de mercado resultante se describen entonces como un grafo aleatorio consistente de N vértices. Los componentes conectados corresponden a grupos de inversionistas que unen su capital en un mismo fondo. Una vez que se han creado estos c grupos, los mismos coordinan en conjunto sus demandas individuales de modo que todo el clúster tenga las mismas creencias respecto a futuros movimientos del precio del activo, i.e. la misma demanda ϕ_i por el activo. Las variables $\phi_i, i \in [1, N]$ junto con las estructuras del grafo definen la configuración del mercado. Por esto, el proceso de formación de grupos en este modelo es crucial para la dinámica del precio.

De este modelo se observa que las distribuciones no Gaussianas con estelas anchas son causadas directamente por las heterogeneidades en la demanda de los distintos grupos y el comportamiento colectivo de los agentes dentro de cada grupo. Estas heterogeneidades se conectan directamente con el tamaño del grupo y el parámetro de actividad.

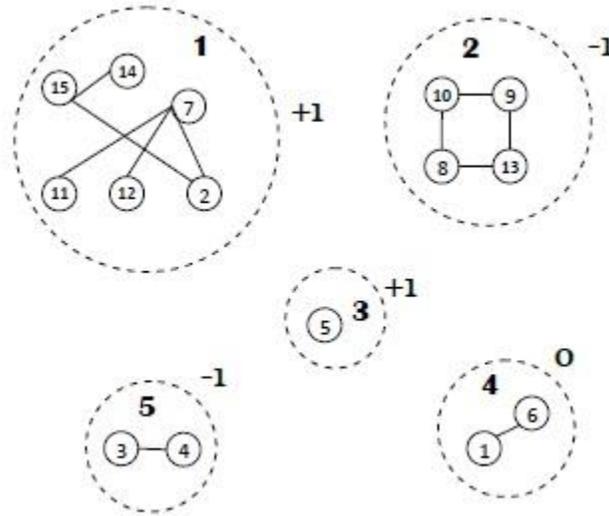


Figura 3.1 Ejemplo de la configuración del modelo de Cont-Bouchaud con 5 subgrafos y los valores 0, +1 y -1, denotando su actividad: abstenerse, comprar o vender, respectivamente.

3.1.2. Modelo de Bak

De acuerdo con el modelo de [17], el mercado contiene $N/2$ cantidad de activos de un solo tipo. Hay en total N agentes en el mercado que se clasifican en dos grupos: agentes de valor fundamental y agentes ruidosos. Cada agente puede poseer a lo más un activo. Así, a cada paso de tiempo, cada agente puede ser un comprador o un vendedor potencial del activo. Cada poseedor de activos exhibe un precio al cual está dispuesto a vender, y cada comprador exhibe un precio que está dispuesto a pagar por un activo.

La localización y las relaciones geográficas de los agentes no se consideran en este modelo, i.e., la interacción se puede dar entre cualesquiera dos agentes en el mercado.

La fuerza del comportamiento de imitación depende en la fracción de agentes racionales y el modelo que se usa para la actualización de precio de los agentes ruidosos. Si esta fracción es alta, el mercado será más estable. Mientras el comportamiento de “difusión” del agente ruidoso puede apenas generar distribuciones no gaussianas de rendimiento, es el comportamiento de imitación o colectivo que produce las distribuciones de estelas anchas.

Este modelo propone diferentes simulaciones y análisis respecto al comportamiento de los agentes que conforman el mercado. Propone, por ejemplo, un mercado solo con agentes racionales, otro solamente con agentes ruidosos (una con actualización de precio independiente para cada agente y otra con cierta racionalidad hacia el precio de mercado anterior), y un mercado formado tanto por compradores de valor fundamental y agentes ruidosos con comportamiento de imitación.

3.2. Modelos basados en AC

Si el precio de simulación en el modelo basado en la interacción de agentes es una lattice discreta, y cualquiera de los agentes ocupa una celda fija, el modelo para el comportamiento de inversión se vuelve un autómata celular [29].

Dentro de los modelos de AC, se realizó un análisis considerando tres aspectos en el modelado del mercado de valores. En todos los casos se toma en cuenta la dinámica de los agentes inversionistas como base para los modelos y se realiza un análisis de las características macro, considerando que “existen reglas simples y mecanismos de interacción y evolución en el sistema de mercado de valores, pero cuando el mismo evoluciona en un periodo especial, su comportamiento global puede ser estable o inestable, y el ciclo del mercado es diferente en detalle aunque similar en sus características globales” [29].

El comportamiento de los agentes se considera como un conjunto de reglas de acuerdo a las características que se pueden observar en los mercados. Los inversionistas del mercado de valores tienen su propia independencia relativa, esto es, realizan análisis de inversión y toman decisiones de acuerdo a la información que tienen. Por otro lado, hay una fuerte dependencia entre el comportamiento de los inversionistas, llamada “imitación”. La mayoría de los modelos concuerda que entre más independencia exista entre estos inversionistas, mayor será la estabilidad del mercado accionista.

3.2.1. Modelo de Wei

En el modelo presentado por Wei[29], un autómata celular representa el mercado y cada sitio en el mismo representa a un agente de inversión. Para cada inversionista se consideran tres tipos de comportamiento: comprar, vender y abstenerse, i.e., se toman 3 variables de estado (que denotan el comportamiento de inversión del agente en cada celda en cada tiempo): Compra, Abstención y Venta. El comportamiento de inversión es determinado por los inversionistas en la vecindad (vecindad de Moore) de cada celda en el paso previo, de acuerdo a principio mayoría.

Se utiliza un parámetro de probabilidad $P_{(i,j)} \in [0,1]$ para denotar la preferencia de inversión, que a su vez refleja el comportamiento de imitación de cada inversionista, i.e., la celda en la posición (i,j) tiene probabilidad $P_{(i,j)}$ de cambiar de su estado actual al definido por la mayoría de sus vecinos

$$P_{(i,j)} \in [0, 0.5] \rightarrow \text{anti} - \text{imitación}$$

$$P_{(i,j)} \in [0.5, 1] \rightarrow \text{imitación}$$

La fuerza de anti-imitación o imitación depende de que tan cerca $P_{(i,j)}$ esté de cero y uno, respectivamente.

Este modelo agrega, además, factores macro ($M_f \in [0, 1]$) que aumentan o disminuyen la probabilidad de que los inversionistas compren (cuando la información es positiva) o vendan (cuando la información es negativa). Con esto, M_f es un coeficiente de ajuste de la probabilidad de transferencia, causada por factores macro.

Para las simulaciones se adopta una lattice de 50 x 50, se define una misma probabilidad de imitación para todos los agentes de la lattice (P), y se realizan pruebas variando P y M_f además de distintas configuraciones iniciales.

Los resultados que se obtienen muestran que entre mayor sea el valor de P , más inestable se vuelve el mercado y viceversa. Algo similar sucede con los factores macro; entre mayor sea el valor de M_f , más inestable se vuelve el mercado. Y, respecto a las distintas configuraciones iniciales, se reporta que afectan a la evolución pero no hay una ley que las relacione.

Wei concluye además, que los resultados de la evolución del mercado están estrechamente relacionados con los estados iniciales, pero no existe una ley entre ellos. Los resultados de la evolución no se pueden predecir, lo revela la complejidad del mercado de valores.

3.2.2. Modelo de Bartolozzi

Para el caso del trabajo de Bartolozzi [30], uno de los objetivos del modelo de AC es la reproducción del “comportamiento colectivo”. Este comportamiento se refiere a la tendencia de la gente involucrada en el mercado a concurrir en redes o grupos de influencia. Los agentes usan entonces la información obtenida de su red para formular una estrategia comercial.

En este trabajo se modela y simula una dinámica de mercado con un modelo de AC estocástico. Los agentes del mercado se presentan como células en un arreglo bidimensional de 512 x 128. El agente i -ésimo en el paso discreto t se caracteriza por 3 posible estados u orientaciones de spin: +1 para compra, -1 para venta y 0 para agentes inactivos. Los primeros dos estados son llamados “activos”. Las células con valor spin 0 son agentes “inactivos”. Los agentes activos se acumulan en “redes” o “grupos” vía un método de filtración directa relacionado al modelo de “incendio forestal”. La información que llevan los agentes activos, esto es, su estado spin, se comparte con los otros miembros del grupo.

La dinámica comercial se relaciona con la actualización síncrona de los spins de los agentes activos, regulada por el intercambio estocástico de información entre ellos, similar al modelo aleatorio de Ising.

Una característica importante de la simulación es que la información no se difunde por toda la lattice, sino que se limita por grupos de interacción previamente definidos. El número de conexiones de cada agente debe ser, en cada caso, finita y no extenderse por todo el mercado. En este marco, se usa un método de filtración directa para el comportamiento de manada entre agentes activos. Si se asume que la filtración (vecindad) es la de Von Neumann, la filtración se fija por los parámetros:

P_h = Probabilidad de que un agente activo active a uno de sus vecinos en el siguiente paso. Esto simula el hecho de que cierta información poseída por un agente pueda inducir a un agente “potencial” a unirse a la dinámica del mercado.

P_d = La probabilidad de que un agente activo se vuelva inactivo, si tiene al menos un vecino inactivo. Esto imita el hecho de que solo los agentes en las orillas de la red, es decir, los eslabones débiles, puedan dejar el mercado.

P_e = La probabilidad de que una célula que no está en el mercado, espontáneamente decida entrar a la dinámica.

La jerarquía es necesaria para este trabajo como un aspecto real del mercado, esto es, que diferentes agentes también tienen diferentes capacidades comerciales. Se hace una suposición de que la gente que tiene mayores recursos de información, y por lo tanto, que pertenecen a grupos más grandes, pueden asociarse con inversionistas profesionales que, seguramente, son capaces de mover una mayor cantidad de acciones comparados con el inversionista ocasional. Con esta suposición se define un peso apropiado de poder comercial a diferentes celdas.

Los resultados obtenidos por estas simulaciones se comparan con la serie de tiempo de cierre diario del índice S&P500 en un periodo de 50 años. Uno de los resultados más importantes es la explicación de las burbujas y “*crashes*” como sincronización de la orientación de spin de las redes con mayor influencia en el sistema de mercado.

3.2.3. Modelo de Bandini

Bandini [31] recoge algunas de las características de los modelos de [29] y [30] y, muy probablemente, de [18] como modelo base para su trabajo y, agrega modificaciones para considerar aspectos de interacción local de los agentes. El modelo que considera asume que las interacciones globales que ocurren entre agentes son mediadas por el precio del activo, y en particular, representa un primer paso hacia la integración de aspectos globales y locales involucrados en este problema.

Se hace además un cambio en la percepción de los agentes, se consideran dos tipos, de manera similar a como se hace en [18] con fundamentalistas y cartistas, como los que se ven envueltos en el mercado de un activo riesgoso, i.e.: fundamentalistas e imitadores. Estos

ofrecen en cada etapa una transacción que puede ser positiva (cantidad de compra propuesta) o negativa (cantidad de venta propuesta). La suma de transacciones que se colectan y ofrecen por los agentes de ambos tipos es un primer índice de la tendencia prevalente en el mercado en un tiempo dado. En particular, cuando esta tendencia es positiva se tiene una “tendencia prevaleciente en el mercado” a la compra, o a la venta si es negativa.

Para los dos tipos de agentes, se consideran también diferentes estrategias comerciales que caracterizan su comportamiento. Se supone que los fundamentalistas tienen un comportamiento razonable del valor fundamental del activo riesgoso. Este tipo de agentes proponen cantidades de transacción de acuerdo a la diferencia entre el valor fundamental que ellos perciben y a un parámetro que denota la fuerza de demanda de los fundamentalistas. Por otro lado, se supone que los imitadores son incapaces de adquirir información de manera autónoma sobre el valor fundamental del activo riesgoso. Esta suposición se motiva por lo caro, en términos de costo y tiempo, de la adquisición de información. Entonces los imitadores basan sus decisiones en la tendencia prevaleciente que observan en el mercado. En particular, los imitadores son agentes comerciales que compran (o venden) activos cuando observan que la tendencia prevaleciente está por debajo (o encima) de un valor mínimo dado.

En su modelo base, se asume que los agentes no pueden cambiar su actitud de fundamentalistas a imitadores, de manera diferente a como se hace en [18] donde este cambio es parte de la dinámica del comportamiento. Los fundamentalistas no se ven influenciados en sus acciones por los agentes de su vecindad, sino que se comportan de acuerdo a la tendencia global del mercado.

Por otro lado, los imitadores intentan capturar la tendencia del mercado siguiendo el ejemplo de sus vecinos, independientemente del precio fundamental del activo que no pueden saber.

El proceso de ajuste de precios se regula por un “market-maker” o formador de mercado que media el comercio y está basado en el exceso de demanda. Esto se expresa con la ecuación siguiente:

$$P(t + 1) = P(t) + \beta q(t) \quad 3.1$$

donde:

$P(t + 1)$ es el precio del activo en el paso de tiempo $t + 1$

$P(t)$ es el precio del activo en el paso de tiempo t

β es un coeficiente que regula la sensibilidad del cambio de precio

$q(t)$ es la suma de transacciones colectadas u ofrecidas por agentes en el paso de tiempo t ,

i.e.,

$$q(t) = \sum_{i=1}^N q_i(t) \quad 3.2$$

donde

N es el número total de agentes involucrados en el mercado

$q_i(t)$ es la cantidad de compra o venta para el agente i en el paso de tiempo t .

El precio del activo en un tiempo $t + 1$ es mayor que en el periodo t cuando el exceso de demanda en el periodo t es positivo.

Las decisiones de los distintos agentes influyen la evolución del precio del activo, que cambia de acuerdo a la tendencia general del mercado. Si la tendencia prevaleciente es vender ($q(t)$ negativa), entonces el cálculo del precio será negativo y el precio disminuirá; y por el contrario, si la tendencia prevaleciente es comprar ($q(t)$ positiva).

Es importante hacer notar que en este modelo la lattice utilizada es de 10×10 , algo relativamente pequeño considerado que con menos tamaño se hace más difícil observar comportamiento emergente en los modelos de AC, y que no se presentan análisis estadísticos sobre el comportamiento del precio o el rendimiento en este sentido, a diferencia de los demás modelos expuestos. Sin embargo, se presenta un análisis en el cambio del radio de la vecindad, con resultados como los mostrados en la figura 3.2, donde se observa la influencia de los fundamentalistas de manera más inmediata al aumentar el radio, haciendo que el precio se mantenga oscilando.

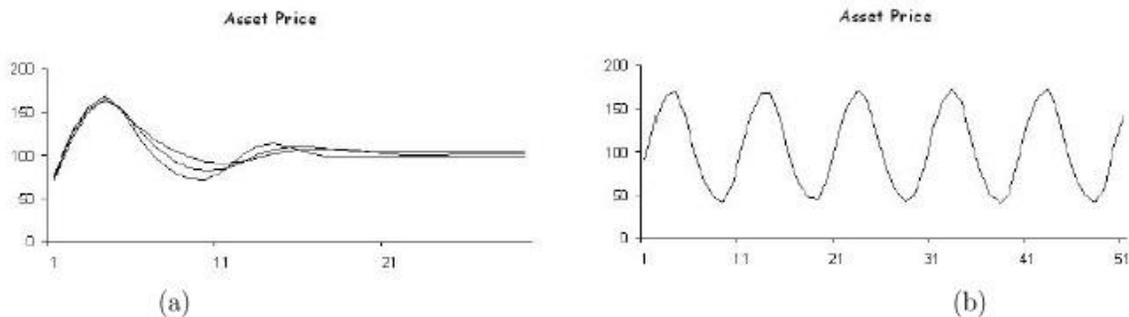


Figura 3.2 Evolución de precio considerando un radio de vecindad de Moore de (a) 1 y (b) 2.

3.2.4. Modelo de Qiu

Para el modelo de Qiu[32], se toman los modelos de varios autores y se busca obtener las características de mayor interés observadas en el comportamiento de series de tiempo empíricas tomadas de un mercado de valores, que para este caso se considera el índice S&P500. Estas características son llamadas “Hechos Estilizados” (Stylized Facts) y se enumeran como: Interacciones globales (como al agrupamiento de volatilidad), que emerge de interacciones globales; distribuciones de precio y rendimiento con estelas anchas y no como

distribuciones gaussianas; y variaciones de precio debidas a comportamiento de los agentes de inversión.

Los hechos estilizados se toman de (o se comparan con) otros modelos para obtener los parámetros que los provocan. De este modo, se trabaja sobre un modelo base al que se van añadiendo características en niveles (hasta 3) en donde se alcanzan todos los comportamientos deseados.

El modelo puede confirmar los principales hechos estilizados observados en series de tiempo financieras empíricas, además de que las simulaciones y análisis mostrados sugieren que el precio y la volatilidad son reversibles a la media. Las interacciones de agentes a gran escala, que se muestran como responsables de grandes variaciones de precio, pueden formarse de interacciones locales. El agrupamiento de volatilidad se asocia con la variación de actividad de operación de los agentes, un proceso más lento comparado con la variación en la influencia de las noticias.

Las distribuciones de rendimiento con estelas anchas se relacionan tanto a grandes variaciones de precio como al agrupamiento de volatilidad. Finalmente, describe estas distribuciones no Gaussianas como producidas por el comportamiento de los agentes en respuesta a la llegada de noticias, aun cuando se asume que la influencia de las noticias sigue un proceso aleatorio Gaussiano. La figura 3.3 muestra un comparativo de la distribución de rendimiento y de un índice de precios y resultados del modelo, contra distribuciones Gaussiana y Lorentziana.

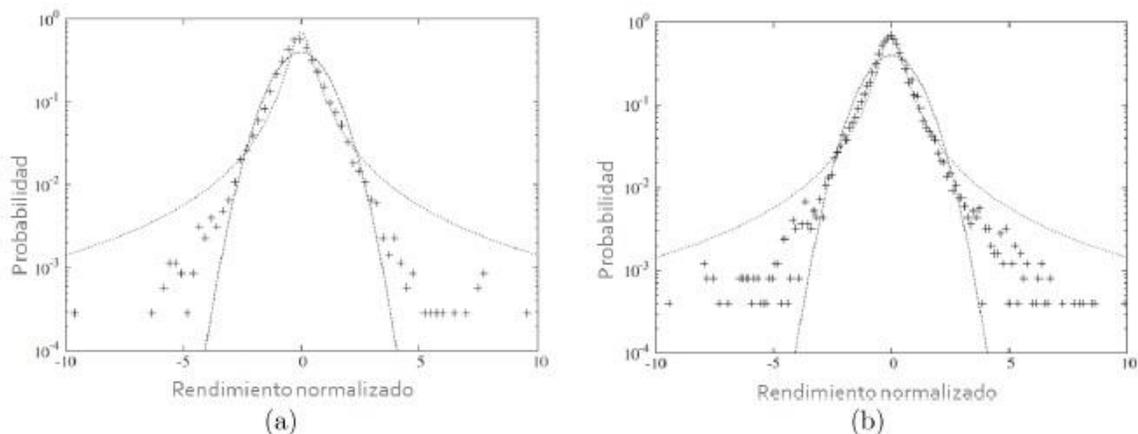


Figura 3.3 Distribución de rendimiento diario de S&P500 en el periodo de junio de 1950 a junio de 2005 (a) y resultados de simulación (b), comparadas con la PDF Gaussiana y una PDF Lorentziana.

En este modelo la actualización de precio se realiza de manera similar a como se hace en el modelo de [31], pero se toma en cuenta el número de agentes en la lattice de manera directa para dividir la cantidad total de operaciones en cada paso de tiempo, i.e.,

$$P(t + 1) = P(t) + c_p \frac{q(t)}{N} \quad 3.3$$

donde

$P(t + 1)$ es el precio del activo en el paso de tiempo $t + 1$

$P(t)$ es el precio de activo en el paso de tiempo t

N es el número de agentes involucrados en el mercado

c_p es un parámetro de sensibilidad al cambio de precio

$q(t)$ es la suma de transacciones operadas por los agentes en el paso de tiempo t

El coeficiente β en el modelo de [31] se convierte en un parámetro de sensibilidad c_p , que obviamente influye en la evolución del precio en el tiempo, como se muestra en la figura 3.4

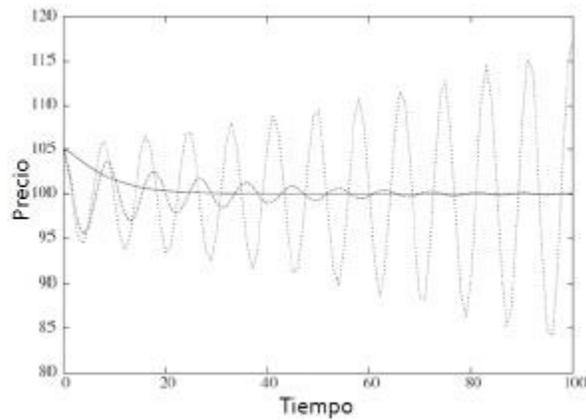


Figura 3.4 Trayectorias de precio obtenidas por distintos valores de c_p (0.1, 0.9 y 1.02).

Capítulo 4 Propuesta de solución

En este capítulo se hace la descripción del modelo propuesto para modelar tanto la dinámica compleja como las propiedades estilizadas y fractales en un mercado de valores. Dicho modelo está basado en un autómata celular.

Dentro de este modelo el mercado de valores está representado por una lattice bidimensional $L \times L$, en la cual cada vértice aloja a un agente que a su vez tiene una vecindad de Moore¹. Todos los agentes operan sobre un mismo y único valor.

De acuerdo con el comportamiento típico de los agentes en el mercado de valores, los agentes que se adoptan pueden ser de tres tipos: fundamentalista e imitadores, siguiendo el enfoque es [31][32] y de manera aproximada a [17]; y los agentes *oportunistas*, los cuales solo interactúan de manera esporádica en el mercado. Los fundamentalistas son aquellos agentes que están informados de la naturaleza del activo sobre el cual están operando y actúan de acuerdo a su valor fundamental. Estos agentes creen que el precio del activo puede desviarse de manera temporal de dicho valor fundamental, pero eventualmente regresa a él. Por esto, compran o venden siempre que el precio sea menor o mayor que el valor fundamental que ellos perciben. Por su parte, los agentes imitadores son aquellos que no conocen, no se interesan por, o no tienen la capacidad de tiempo o económica para obtener información sobre el valor fundamental del activo, sino que siguen comportamiento de sus conocidos y adoptan la opinión de la mayoría. Por otro lado, los *oportunistas* son aquellos agentes que solo participa en el mercado y compran o venden si y solo si, el precio es menor o mayor que cierto umbral predeterminado. A diferencia de los *Oportunistas*, los Fundamentalistas e Imitadores siempre están activos en el mercado ya sea comprando o vendiendo.

Nuestro modelo está basado tanto en interacciones locales como interacciones remotas, adoptando simples reglas para representar el comportamiento de los agentes y una única regla de actualización del precio. Este modelo puede reproducir de una manera simple y robusta las principales características observadas en series de tiempo financieras empíricas. Dichas características es a lo que llamamos *propiedades estilizadas*, que son la parte central de este trabajo.

A continuación se describen los componentes del modelo.

4.1 Lattice

Para este modelo se toma una lattice bidimensional con teselacion cuadrada de $L \times L$ con $L = 100$. Se podría trabajar con lattices triangulares y hexagonales, pero las reglas que definen las vecindades de estas configuraciones se consideran casos especiales de las reglas de cuadro con 9 vecinos [29].

El tamaño de la lattice se vio determinado por los trabajos previos [29, 30, 31, 32]: cuando se tienen lattices pequeñas (i.e., 10×10) es difícil llegar a observar los hechos estilizados en el comportamiento del sistema; por otro lado, las lattices grandes (i.e., 200×200) suponen una alta exigencia de computo pero sin diferencia notable respecto a otras más pequeñas en cuanto a la posibilidad de generación del comportamiento buscado. Para $L = 100$, se tiene un tamaño sin demasiada exigencia de cómputo y con el cual es observable el comportamiento buscado.

4.2 Vecindad

Cada celda en la lattice representa a un agente de inversión (trader), que a su vez se ve influenciado por sus vecinos más cercanos (radio 1) en una vecindad de Moore, i.e., la vecindad de una celda r en la posición (i, j) de la lattice está dada por:

$$NB(r_{(i,j)}) = \begin{pmatrix} r_{(i-1,j-1)} & r_{(i,j-1)} & r_{(i+1,j-1)} \\ r_{(i-1,j)} & & r_{(i+1,j)} \\ r_{(i-1,j+1)} & r_{(i,j+1)} & r_{(i+1,j+1)} \end{pmatrix} \quad 4.1$$

Donde $NB(r_{(i,j)})$ es el conjunto de celdas que componen la vecindad de r .

Para el caso de los agentes *oportunistas*, se puede presentar vecindades no locales, es decir, los vecinos se ubican remotamente y de manera aleatoria dentro de la lattice.

4.3 Estados

La variable de estado $s_{(i,j)}(t)$ representa el comportamiento de inversión del agente en el sitio (i, j) en el paso de tiempo t . En particular, el conjunto de estados que puede adquirir cada celda de la lattice se define como:

$$s_{(i,j)}(t) \in S = \{(\tau, q_\alpha) \mid \tau \in T, q_\alpha \in Q\} \quad 4.2$$

donde Q representa el tipo de transacción que está realizando el agente y puede ser cualquiera de las tres siguientes: s_b , representando compra; s_h , representando abstención; o s_s , representando venta, i.e.,

$$Q = \{s_b, s_h, s_s\} \quad 4.3$$

Cada tipo de comportamiento es el reflejo de la cantidad de transacciones q que el agente está dispuesto a realizar en cada paso de tiempo, i.e.,

$$q_\alpha(t) = \begin{cases} s_b & q > 0 \\ s_h & q = 0 \\ s_s & q < 0 \\ \text{con } q \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \end{cases} \quad 4.4$$

T es el tipo de agente en cuestión, y puede ser Fu para los fundamentalistas, Im para los Imitadores y Op para los oportunistas i.e.,

$$T = \{Fu, Im, Op\} \quad 4.5$$

4.4 Función de transición

El estado de una celda en un AC en el paso de tiempo t será determinado por su propio estado y el de sus vecinos en el paso de tiempo $t - 1$, así como por las variables de control, i.e.,

$$s_{(i,j)}(t+1) = F(s_{(i,j)}(t), s_{(i,j)NB}(t), R) \quad 4.6$$

donde:

$s_{(i,j)}(t+1)$ es el estado de la celda en la posición (i, j) en el paso de tiempo $t+1$;

$s_{(i,j)}(t)$ es el estado de la celda en la posición (i, j) en el paso de tiempo t ;

R , son las variables de control;

F , es la función de transición del AC;

$s_{(i,j)NB}(t)$ es el estado de los vecinos (i, j) en el paso de tiempo t , i.e.,

$$s_{(i,j)NB}(t) = \begin{pmatrix} s_{(i-1,j-1)}(t) & s_{(i,j-1)}(t) & s_{(i+1,j-1)}(t) \\ s_{(i-1,j)}(t) & & s_{(i+1,j)}(t) \\ s_{(i-1,j+1)}(t) & s_{(i,j+1)}(t) & s_{(i+1,j+1)}(t) \end{pmatrix} \quad 4.7$$

Bajo estas reglas, el estado del autómata celular en el mercado de valores en el paso de tiempo t solo puede ser afectado por el comportamiento de tengan los agentes vecinos y los factores macro. El comportamiento de inversión de los vecinos está determinado por su propio vecindario, variables de control, precio fundamental del activo y precio actual.

A continuación se describen cada una de las partes que afectan la evolución del AC en cada paso de tiempo.

4.4.1 decisión de transición

El conjunto de estados posibles para cada celda en el AC depende del tipo de agente τ y la cantidad q que desea comprar o vender en cada paso de tiempo. La decisión sobre la cantidad q con que cada agente está dispuesto a operar en el tiempo $t + 1$ la llamaremos *decisión de transición*, y está definida para cada tipo de agente de la siguiente manera.

4.4.1.1 Fundamentalistas

El primero de los agentes inversores adoptados en nuestro modelo es el fundamentalista, el cual, actúa de acuerdo a la diferencia entre el valor fundamental que ellos perciben y el precio actual del activo. Cuando el precio del activo es menor al valor fundamental percibido por el agente, la diferencia, que es positiva, es la cantidad que el agente está dispuesto a comprar. Por otro lado, cuando el precio del activo es mayor que el valor fundamental que percibe el agente, la diferencia, ahora negativa, es la cantidad que el agente está dispuesto a vender. En el caso de que el precio del activo y el valor fundamental sean iguales, la cantidad que el agente desea comprar o vender es cero, por lo que se considera una abstención. Luego entonces, la definición de la cantidad con que opera un agente fundamentalista queda determinado por la siguiente ecuación:

$$q_{i, fu}^{t+1} = F - P^t \quad 4.8$$

donde:

$q_{i, fu}^{t+1}$ es la cantidad que el i -ésimo agente está dispuesto a operar en el tiempo $t + 1$.

F es el precio fundamental percibido por el agente.

P^t es el precio del activo en el tiempo t .

El valor fundamental real F de un activo está relacionado con el estado actual y esperado de la compañía que emite el activo, entre otros factores. Para este modelo hemos hecho la suposición de que los fundamentalistas perciben el valor fundamental del activo de forma precisa.

Este modelo no considera variaciones en el precio fundamental, ya que el interés se centra en más en las causas del comportamiento volátil del rendimiento del activo. Por esta razón, se asume un valor fundamental del activo constante F . Pruebas realizadas en [32] indican que considerar valor fundamental variable en F no influye en las características del rendimiento.

4.4.1.2 Imitadores

Se toma la cantidad promedio operada por los agentes de la vecindad de un agente de tipo imitador en el paso de tiempo previo para conocer la cantidad que se va a operar, i.e.,

$$q_{i,im}^{t+1} = \langle V_{i,nb}^t \rangle \quad 4.9$$

donde:

$q_{i,im}^{t+1}$ es la cantidad que el i -ésimo agente está dispuesto a operar en el tiempo $t + 1$.
 $\langle V_{i,nb}^t \rangle$ es el promedio de transacciones realizadas por los vecinos del agente en el tiempo t

4.4.1.3 Oportunistas

Se toma la cantidad promedio operada por los agentes de la vecindad remota de un agente tipo oportunista en el paso de tiempo previo para conocer la cantidad que se va a operar, i.e.,

$$q_{i,op}^{t+1} = \begin{cases} \langle V_{i,rm}^t \rangle & P^t > \alpha \text{ o } P^t < \beta \\ 0 & \text{c. o. c} \end{cases} \quad 4.10$$

donde:

$q_{i,op}^{t+1}$ es la cantidad que el i -ésimo agente está dispuesto a operar en el tiempo $t + 1$
 $\langle V_{i,op}^t \rangle$ es el promedio de transacciones realizadas por los vecinos remotos del agente en el tiempo t .

P^t es el precio del activo en el tiempo t .

α es el umbral inferior de activación para el agente.

β es el umbral superior de activación para el agente.

4.5 Influencia externas

Es importante tener en cuenta las influencias externas al sistema de mercado financiero, ya que estas repercuten en la percepción de los agentes sobre sus decisiones, i.e., noticias, rumores, eventos, etc., haciendo que puedan sobreestimar o infravalorar un activo.

Para los agentes fundamentalistas definimos un parámetro que afecta su percepción del valor fundamental del activo, haciendo que la ecuación (4.8) para la decisión de transición quede de la siguiente manera:

$$q_{i, fu}^{t+1} = F\eta_{fu}^t - P^t \quad 4.11$$

donde

$$\eta_{fu}^t = 1 + c_{fu}\phi_{fu}^t \quad 4.12$$

y

c_{fu} es un parámetro de sensibilidad de los agentes fundamentalistas a influencias externas. ϕ_{fu}^t es una variable aleatoria Gaussiana independiente con media 0 y desviación estándar 1.

Por otro lado, se asume que las noticias tienen influencia en todos los imitadores por igual. Podemos alternativamente asumir que los efectos de las noticias en cada paso de tiempo están normalmente distribuidos, sin alterar la dinámica. Significativo o no, las noticias pueden hacer que un imitador tome la decisión de operar con más (o menos) cantidad que su vecindario, y viceversa. Luego entonces, la ecuación (4.9) se redefine como:

$$q_{i, im}^{t+1} = \langle V_{i, nb}^t \rangle \eta_{im}^{t+1} \quad 4.13$$

donde:

$$\eta_{im}^t = 1 + c_{im}\phi_{im}^t \quad 4.14$$

y

c_{im} es un parámetro de sensibilidad de los agentes imitadores a influencias externas. ϕ_{im}^t es una variable aleatoria Gaussiana independiente con media 0 y desviación estándar 1.

Por su parte, los agentes oportunistas también son afectados por factores externos por igual. Asumimos que las noticias influyen el comportamiento de los agentes oportunistas de tal forma que pueden permanecer activos o inactivos. Además, significativo o no, las noticias pueden hacer que un oportunista tome la decisión de operar con más (o menos) cantidad que sus vecinos locales y/o remotos, y viceversa. Por lo tanto, la ecuación (4.10) se redefine como:

$$q_{i, op}^{t+1} = \begin{cases} \langle V_{i, rm}^t \rangle \eta_{op}^t & P^t > \alpha \text{ o } P^t < \beta \\ 0 & c. o. c \end{cases} \quad 4.15$$

donde:

$$\eta_{op}^t = 1 + c_{op}\phi_{op}^t \quad 4.16$$

y

c_{op} es un parámetro de sensibilidad de los agentes oportunistas a influencias externas.
 ϕ_{op}^t es una variable aleatoria Gaussiana independiente con media 0 y desviación estándar 1.

4.6 Preferencias de inversión

Una estrategia común usada por los agentes es comprar a bajo precio y vender a un precio más alto (*BLASH - Buy Low And Sell High*). El objetivo es tomar ventaja de las fluctuaciones del precio. Las fluctuaciones de precio son, por lo tanto, indispensables para esta estrategia.

Basados en la estrategia BLASH, los agentes del mercado se mueven entre diferentes activos persiguiendo grandes beneficios y bajos riesgos.

Cuando el nivel de fluctuación del precio de un activo esta en los extremos, i.e., muy bajo o muy alto, el activo no es rentable: si es muy bajo, los agentes que retienen el activo no encontraran una oportunidad de beneficiarse al venderlo y cubrir los costos de operación. Si es muy alto, los agentes consideraran la inversión demasiado riesgosa. Dentro del rango de las dos extremidades donde los niveles de fluctuación aumentan, el activo será primero muy favorable y después de cierto umbral menos atractivo.

Cuando un activo es muy favorable comparado con otras alternativas, los agentes lo operaran con mayor frecuencia. Por lo tanto, asumimos que la actividad de los agentes es equivalente a la deseabilidad del activo. Sin embargo, BLASH es una estrategia riesgosa por sí misma, ya que no hay forma de predecir con exactitud los cambios en el precio. Frecuentemente los agentes terminan vendiendo sus activos obteniendo perdidas. A fin de reducir este riesgo, los agentes típicamente consideran los cambios de precio previos de un valor en un periodo de tiempo [32].

Representamos el nivel de fluctuación del precio de un activo en el tiempo t como:

$$L^t = \frac{1}{k} \sum_{i=t-k}^{t-1} \frac{|P^i - \bar{P}|}{\bar{P}} \quad 4.17$$

donde:

k es la longitud del periodo antes de t .

P^i es el precio del activo en el tiempo i en el periodo,

\bar{P} es el promedio de precios sobre el periodo.

Podemos asumir que los agentes toman diferentes valores de k que están normalmente distribuidos, sin afectar la dinámica fundamental del mercado.

Por simplicidad adoptamos una función lineal para la actividad de los agentes,

$$M^t(L^t) = \begin{cases} c_l L^t, & L^t \leq L_m, \\ c_l(-L^t + 2L_m), & L^t > L_m \end{cases} \quad 4.18$$

donde:

L_m es el nivel de fluctuación donde el activo se convierte menos favorable,

c_l es un parámetro positivo.

Ahora bien, consideramos que la cantidad de un agente para operar es el producto de su cantidad de transacción basado en el precio actual y su actividad actual. Entonces la ecuación (4.11) se redefine como:

$$q_{i, fu}^{t+1} = (F\eta_{fu}^{t+1} - P^t)M^{t+1} \quad 4.19$$

Y las ecuaciones (4.13) y (4.15) se redefinen como:

$$q_{i, im}^{t+1} = \langle V_{i, nb}^t \rangle \eta_{im}^{t+1} M^t \quad 4.20$$

$$q_{i, op}^{t+1} = \begin{cases} \langle V_{i, rm}^t \rangle \eta_{op}^t M^t & P^t > \alpha \text{ o } P^t < \beta \\ 0 & c. o. c \end{cases} \quad 4.21$$

Se ha considerado el hecho de que los agentes siempre tienen razones para actuar en el mercado, así que se consideró una cota inferior para M^t .

4.7 Actualización del precio

Las decisiones de los distintos agentes repercuten en la evolución del precio del activo, que varía de acuerdo a la tendencia general del sistema de mercado. Por esto, se necesita de un

regulador de mercado para balancear la oferta y la demanda del activo. Dicho regulador se aplica con la siguiente ecuación:

$$P^{t+1} = P^t + \frac{c_p Q^t}{N} \quad 4.22$$

donde:

P^t es el precio del activo en el tiempo t ,

c_p es un parámetro de sensibilidad del precio al exceso de demanda,

N es el número total de agentes en la lattice,

y

$$Q^t = \sum_i^N q_i^t \quad 4.23$$

donde:

q_i^t es la cantidad operada (positiva o negativa) por el i -ésimo agente en la lattice.

4.8 Medidas de estabilidad del modelo de mercado

Para tener una medida de la estabilidad del precio y rendimiento del mercado, más que la simple observación de su comportamiento en el tiempo, hacen falta medidas numéricas de esta estabilidad para poder compararlas.

La medida utilizada para medir el acercamiento o alejamiento de la distribución de rendimiento de las distribuciones Gaussiana y Lorentziana es la curtosis.

Por otro lado, algunos autores como Di Matteo [33] han trabajado con la caracterización de las propiedades fractales de las series de tiempo financieras, considerando una inherente multifractalidad en las mismas, por lo que ya es considerado un hecho estilizado [30]. Para estudiar las propiedades fractales del modelo se hace uso del exponente de Hurst.

A continuación se detallan las dos medidas implementadas en el modelo.

4.8.1 Curtosis

La curtosis es una medida de la forma o apuntamiento de las distribuciones, relativa a la distribución normal. Esto es, los conjuntos de datos con alta curtosis tienden a tener un pico distintivo cerca de la media, declinar relativamente rápido, y tener estelas anchas. Por el contrario, los conjuntos de datos con baja curtosis tienden a tener una punta plana cerca de la media en lugar de un pico. Una distribución uniforme es el caso extremo [34].

La curtosis, K , se define como:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^4}{(N-1)s^4} \quad 4.24$$

donde:

N es el número de elementos en el conjunto de datos,

Y_i es el valor del elemento i ,

\bar{Y} es la media,

s es la desviación estándar.

La curtosis de una distribución normal es 3, por lo que a menudo se usa la definición:

$$k = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^4}{(N-1)s^4} - 3 \quad 4.25$$

De modo que la curtosis de una distribución normal sea cero, la curtosis positiva indique distribución en pico, y la curtosis negativa indique una distribución plana.

4.8.2 Exponente de Hurst

El exponente de Hurst, H , se utiliza como medida de multifractalidad. Las series de tiempo financieras presentan una inherente multifractalidad, algo que puede considerarse como *hecho estilizado* [30]. Esta técnica provee un método sensible para revelar correlaciones a largo plazo en procesos aleatorios.

Cuando H está alrededor de 0.5 en una secuencia de valores de rendimiento, se concluye que los rendimientos son independientes y no correlacionados, por lo tanto, no hay tendencia en el valor del activo. Por otro lado, si H es significativamente mayor a 0.5, se concluye que rendimientos positivos anteceden a rendimientos positivos.

Para el caso en que H es significativamente menor a 0.5, se dice que el valor sugiere *reversión a la media*, i.e., si un valor de rendimiento se aleja de la media, los rendimientos subsecuentes tienden a moverse hacia la media en lugar de alejarse.

La forma de calcularlo para un conjunto de datos R , conformado por los valores de rendimiento en un periodo de tiempo dado se describe en el algoritmo mostrado en la tabla 4.3.

En el algoritmo se puede observar el reescalamiento en la sucesiva adición de la variación V en el rango para el que se calcula el valor del punto de Hurst. En la implementación del modelo, esta medida se adquiere de la distribución de rendimiento, por lo que es necesario un mínimo de ejecuciones: el primer N mas t variaciones con las que poder obtener más de un punto y, consecuentemente, una inclinación en su línea de tendencia.

Entrada: conjunto de datos D .
Salida: exponente de Hurst
<p><i>Iniciar</i> $N < D$, rango inicial de cálculo, una variación V y $P = \emptyset$ valores de rango variable.</p> <p><i>Hacer</i></p> <p> Calcular la media M</p> <p> $M = \frac{\sum_{i=1}^N r_i}{N}$, para los N valores de D, con $r_i \in D$.</p> <p> Calcular las desviaciones de la media x_i para cada $r_i \in D$, como</p> <p> $x_i = r_i - M$</p> <p> Calcular el conjunto Y como</p> <p> $Y = \{Y(n) \mid Y(n) = \sum_{i=1}^N x_i, \text{ para } n = 1 \dots N\}$</p> <p> Calcular el rango R como</p> <p> $R = \text{Max}(Y) - \text{Min}(Y)$</p> <p> Calcular la desviación estándar s, de R</p> <p> $s = \text{stdev}(R)$</p> <p> Agregar a P la pareja de valores obtenidos como</p> <p> $P = P + (\log(N), \log(\frac{R}{s}))$</p> <p> $N = N + V$</p> <p><i>Mientras</i> $N < D$</p> <p>$H =$ inclinación de la línea de tendencia de los puntos en P.</p>

Figura 4.1 Algoritmo para calcular el exponente de Hurst

Capítulo 5 Simulación y resultados

En este capítulo se muestra la implementación del modelo propuesto en este trabajo, y las simulaciones realizadas usando diferentes valores para los parámetros involucrados. A través de las simulaciones se busca mostrar los hechos estilizados presentes en los mercados de valores.

5.1 Visión general de la aplicación

La implementación del modelo y las simulaciones se llevaron a cabo bajo las especificaciones descritas en la tabla 5.1.

Plataforma	Windows
Framework	JSE 8u5
Lenguaje	Java
Procesador	Intel® Core™ i7-3537U CPU @ 2.00 GHz
Memoria RAM	8 GB

Tabla 5.1 Plataforma de implementación del modelo

La interfaz gráfica de la aplicación y los diferentes parámetros graficados del modelo se muestra en la figura 5.2 y 5.3, respectivamente.

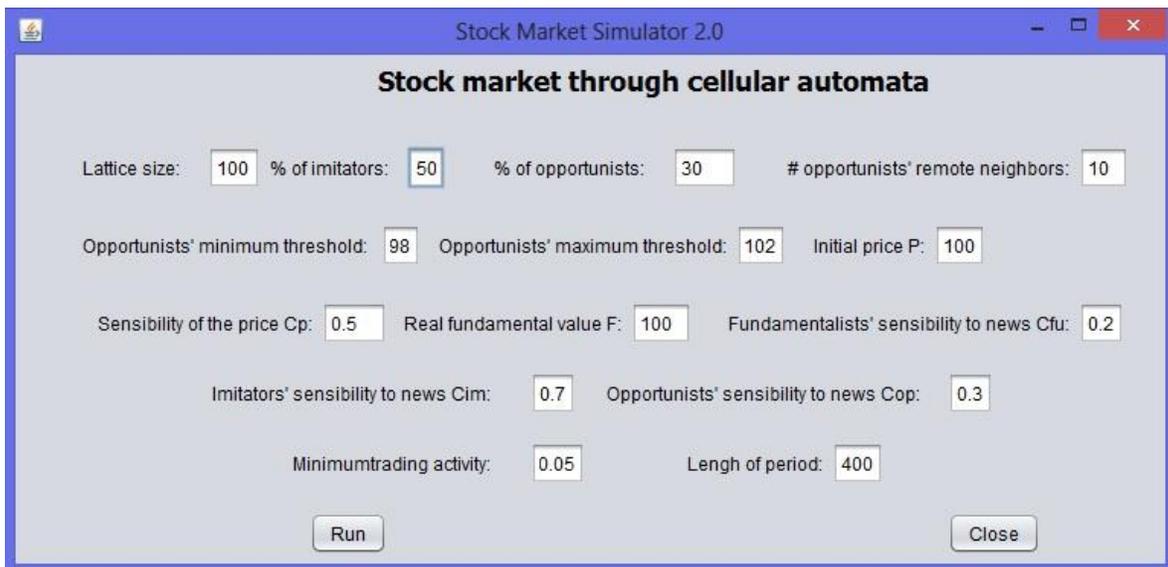
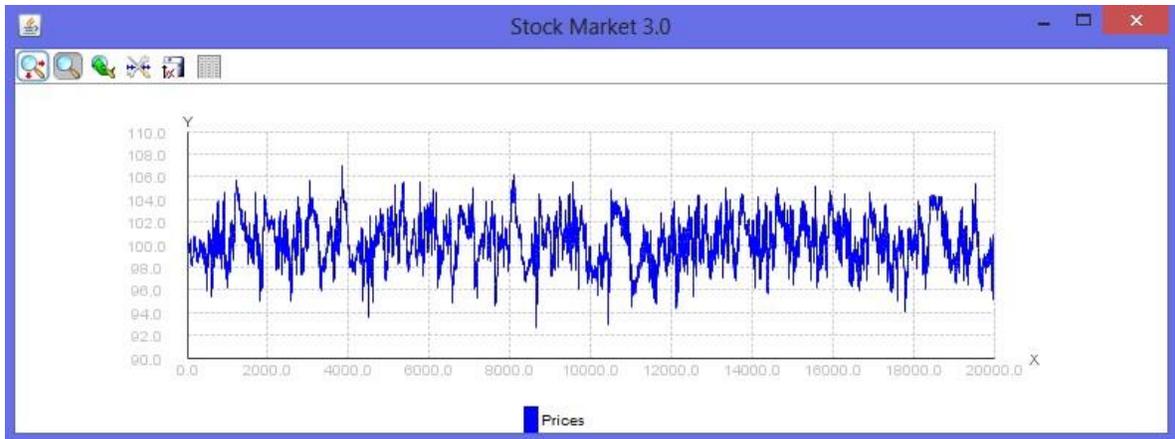
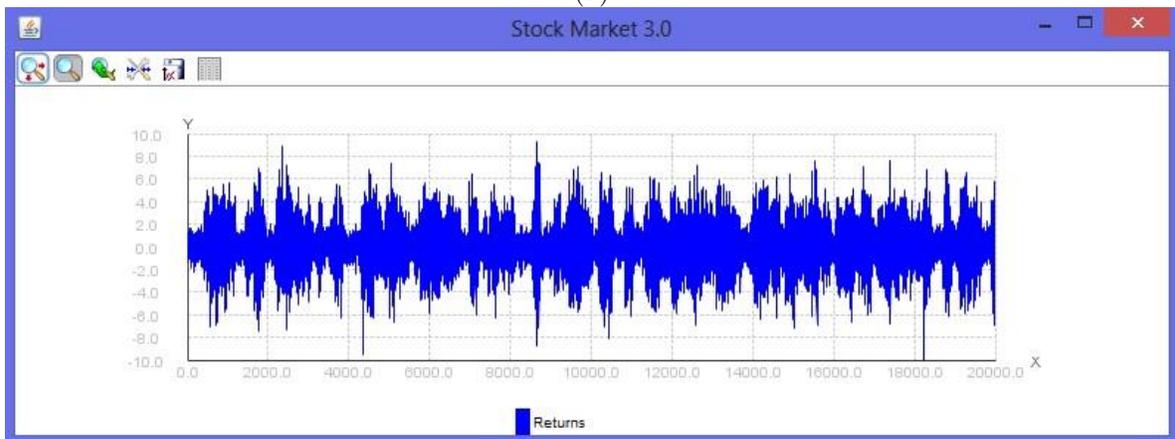


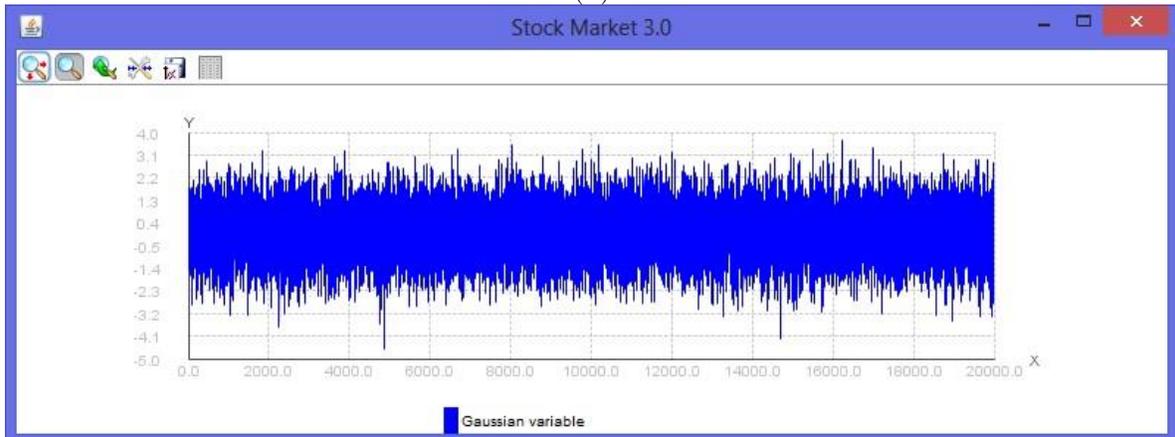
Figura 5.1 Interfaz gráfica de la aplicación.



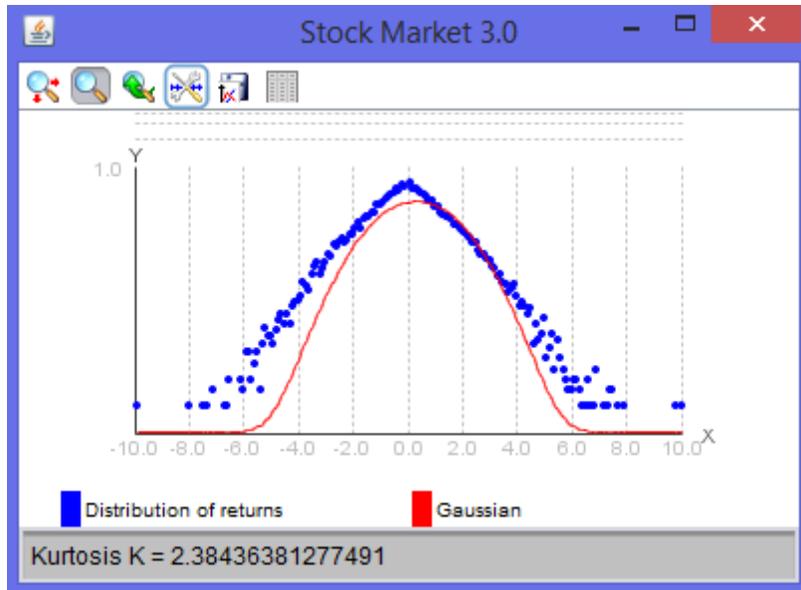
(a)



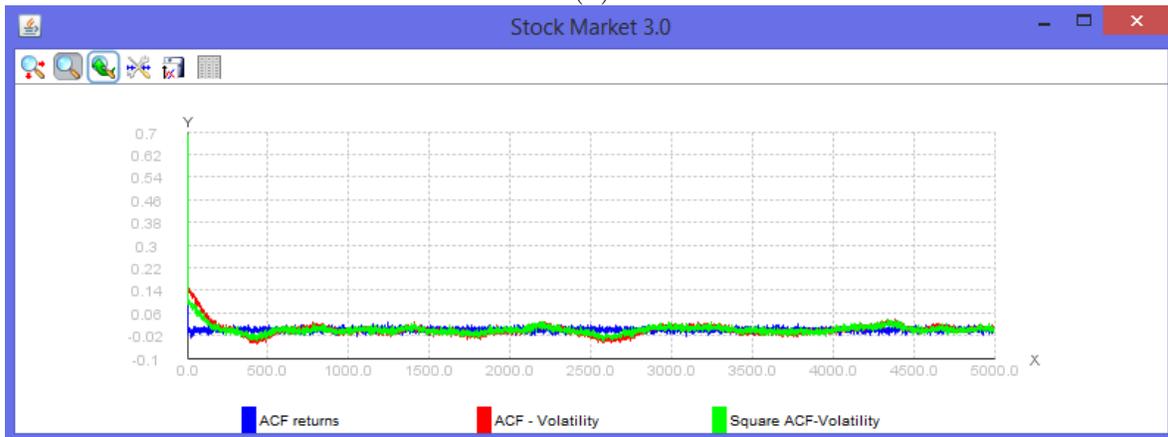
(b)



(c)



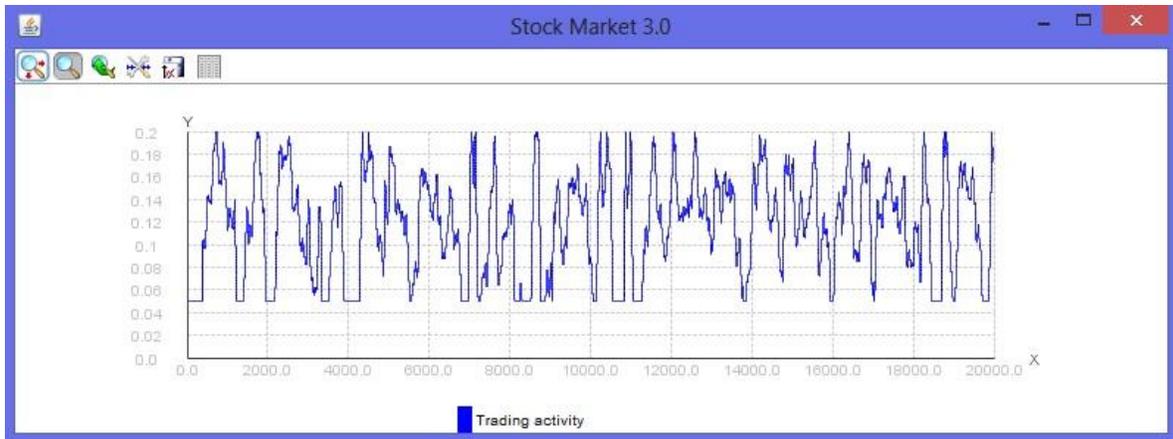
(d)



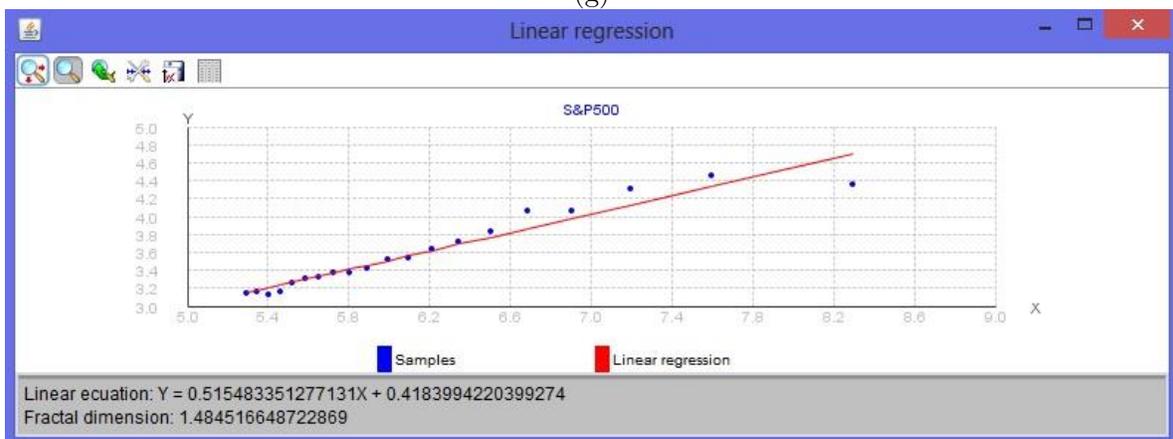
(e)



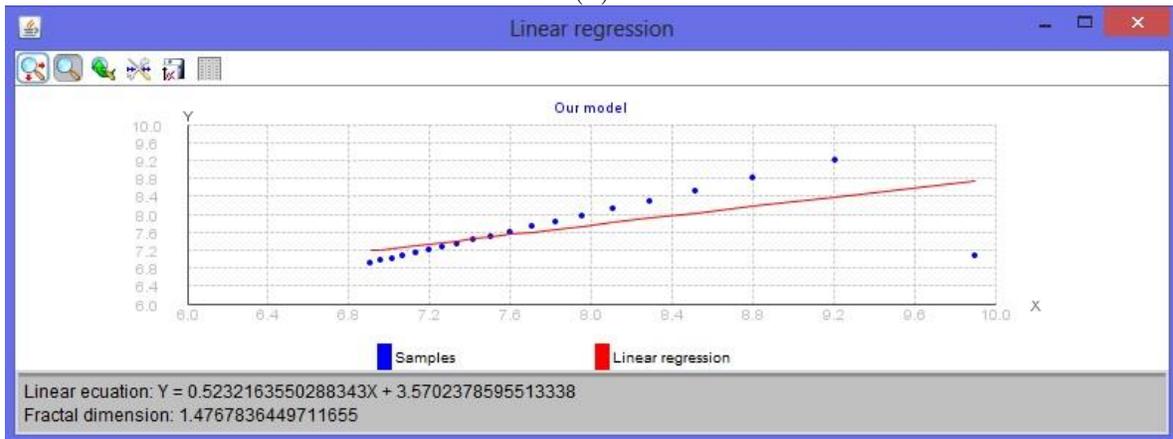
(f)



(g)



(h)



(i)

Figura 5.2 Resultado de la simulación. (a) Precio. (b) Retornos. (c) Variable aleatoria Gaussiana. (d) Distribución de retornos y variable aleatoria gaussiana. (e) ACF de retornos (línea azul), ACF de volatilidad (rojo) y ACF cuadrada de volatilidad (verde). (f) Volumen de operación. (g) Actividad de los agentes. (h) Coeficiente de Hurst para los retornos del índice S&P500. (i) Coeficiente de Hurst para los retornos de nuestro modelo.

5.2 Influencia de los parámetros

La evolución del autómata claramente depende, aparte de la distribución de los fundamentalistas, imitadores y oportunistas dentro de la lattice, de un número de parámetros diferentes como el precio inicial para modular la respuesta de los agentes y variación del precio.

A continuación se muestran diferentes resultados obtenidos después de variar ciertos parámetros que componen el modelo, mostrando los hechos estilizados presentes en la dinámica del mercado.

5.2.1 Sensibilidad al ajuste de precio

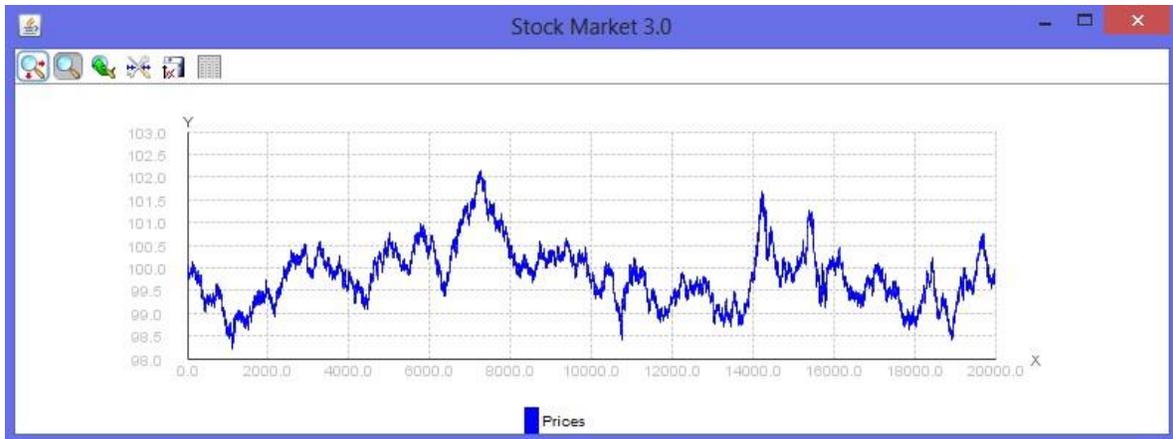
El parámetro de sensibilidad del precio se implementó produciendo variaciones en el precio mucho más acentuadas conforme su valor aumenta. De manera similar como ocurre con las variaciones de radio en la vecindad obtenidas por Bandini [22], la influencia de los agentes imitadores y oportunistas se incrementa haciendo que las fluctuaciones de precio sean mayores.

Aunque la aplicación admite cualquier valor para este parámetro, se recomienda manejar valores en el intervalo de 0 a 1, ya que para valores mayores el sistema tiene un comportamiento estable.

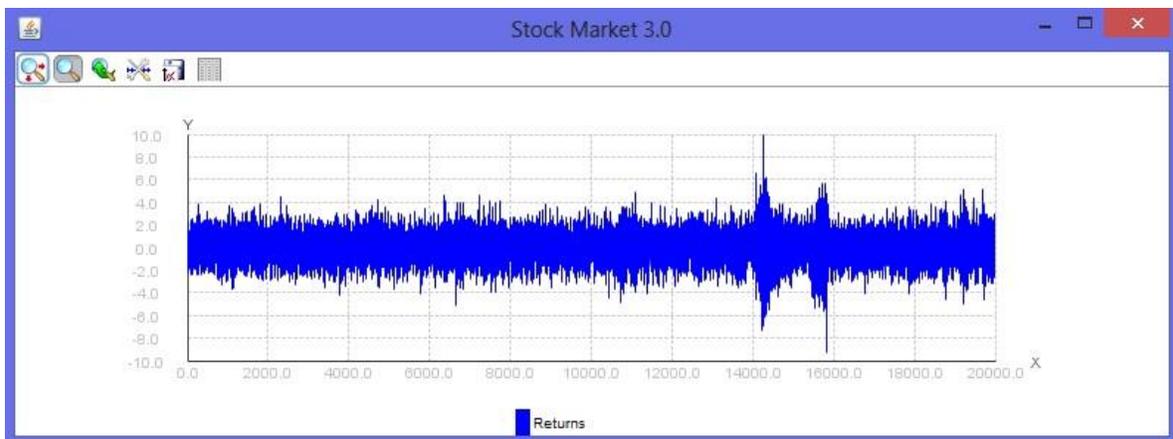
Las ejecuciones variando el valor de sensibilidad del precio, C_p , se realizan bajo el escenario de simulación mostrado en la tabla 5.2.

Escenario de Simulación	
Parámetro	Valor
Porcentaje de imitadores	50
Porcentaje de oportunistas	20
Precio inicial	100
Precio fundamental	100
Sensibilidad del precio	Variable
Sensibilidad de los fundamentalistas a las noticias	0.2
Sensibilidad de los imitadores a las noticias	0.7
Sensibilidad de los oportunistas a las noticias	0.5

Tabla 5.2 Escenario de simulación para sensibilidad del precio variable.



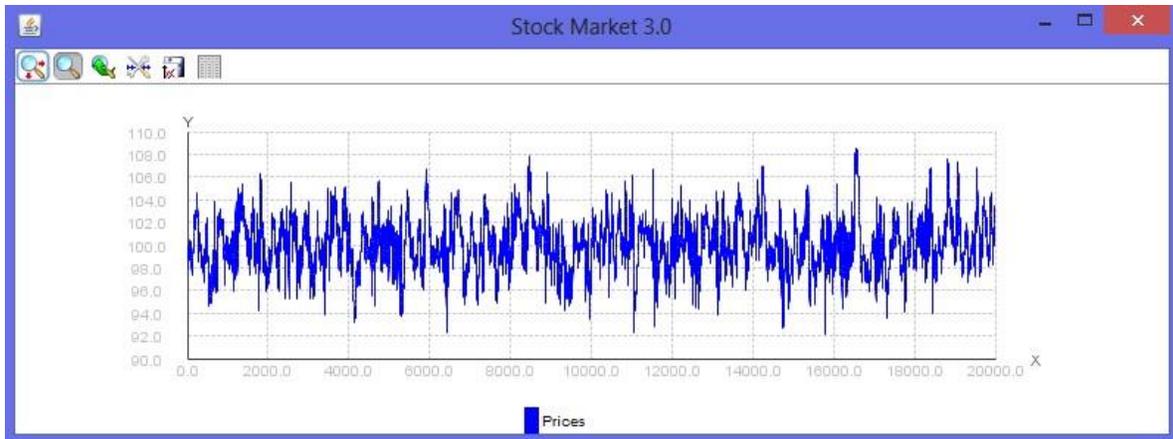
(a)



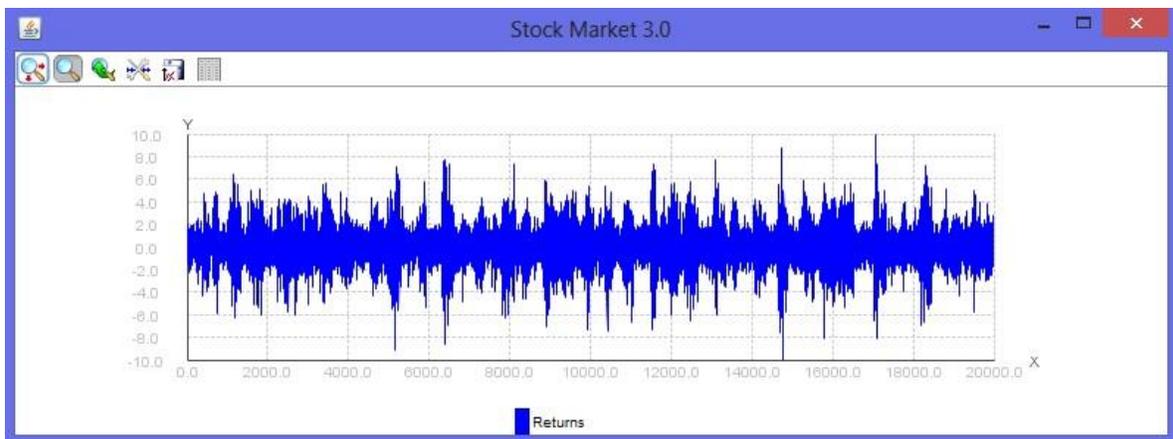
(b)

Figura 5.3 (a) Evolución del precio para $C_p=0.1$, (b) retornos obtenidos a partir de (a).

En las figuras 5.3(a) y 5.4(a) se establece una diferencia de 0.8 en el valor de sensibilidad. El valor de 0.1 conduce a variaciones menos acentuadas en la evolución del precio, a diferencia de tomar un valor de 0.9 para el cual, los cambios abruptos en la evolución del precio son más acentuados. Esto se puede observar con mayor facilidad en el inciso (b) de las figuras antes mencionadas, en la cuales se refleja la volatilidad para las series de tiempo de ambas simulaciones.



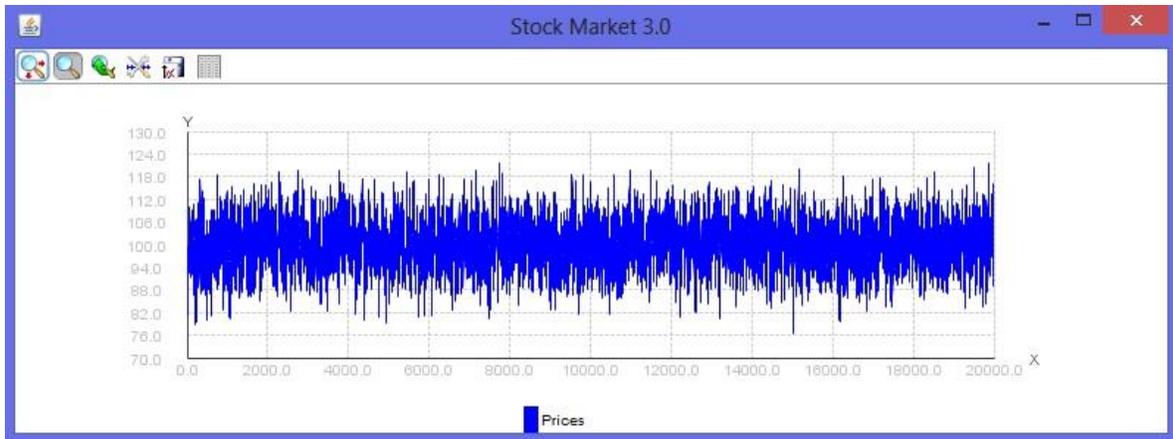
(a)



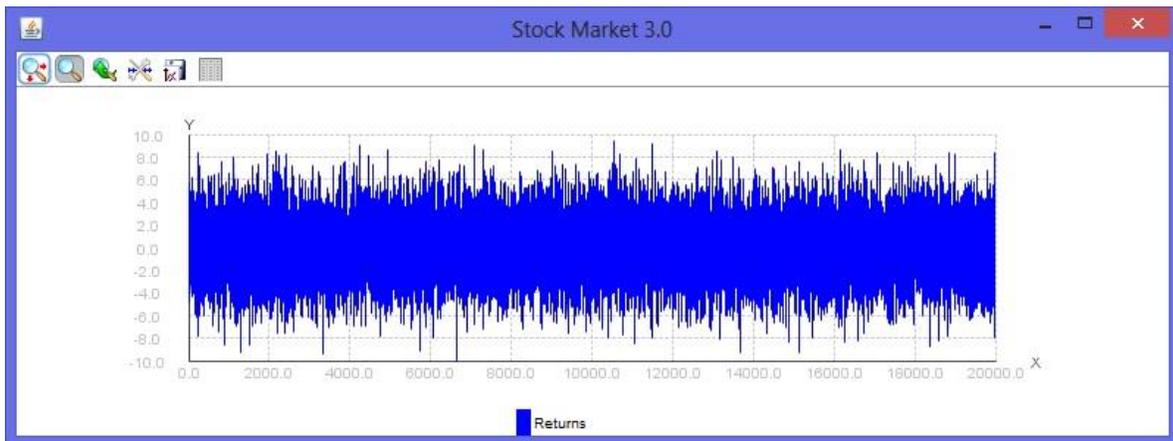
(b)

Figura 5.4 (a) Evolución del precio para $C_p=0.9$, (b) retornos obtenidos a partir de (a).

Para la figura 5.5(a) se ha incrementado el valor de la sensibilidad a 10, lo que resulta en una mayor volatilidad en intervalos de tiempo menores a los obtenidos en la figura 5.4(a). En los retornos mostrados en la figura 5.5(b) se puede observar la excesiva volatilidad en los retornos debida a la alta sensibilidad al ajuste del precio.



(a)



(b)

Figura 5.5 (a) Evolución del precio para $C_p=10$, (b) retornos obtenidos a partir de (a).

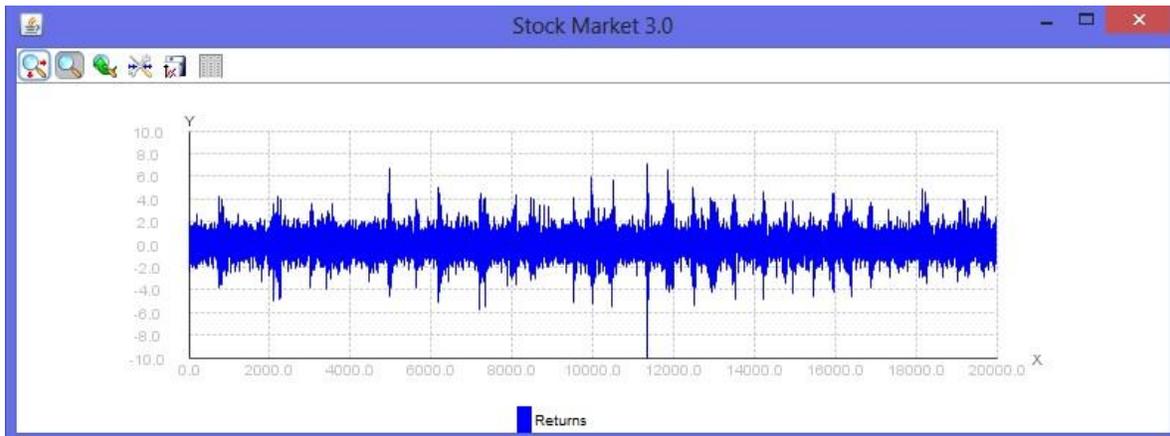
5.2.2 Influencia de los imitadores en la volatilidad

Una de las propiedades estilizadas presentes en los mercados de valores es el agrupamiento de volatilidad (*volatility clustering*) [23]. En nuestro modelo se puede observar la presencia de agrupación de volatilidad cuando modificamos la sensibilidad del ajuste de precio. Sin embargo, es el comportamiento microscópico que tienen los agentes que conforman el sistema el que genera el comportamiento macroscópico del agrupamiento de la volatilidad.

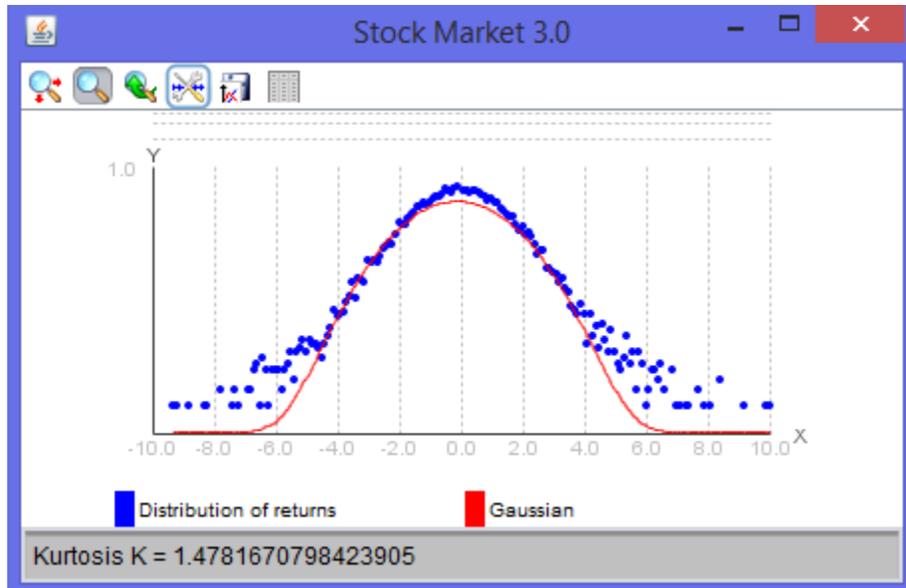
A continuación se presentan algunas simulaciones variando el porcentaje de imitadores en el universo de los agentes.

Escenario de Simulación	
Parámetro	Valor
Porcentaje de imitadores	variable
Porcentaje de oportunistas	0
Precio inicial	100
Precio fundamental	100
Sensibilidad del precio	0.5
Sensibilidad de los fundamentalistas a las noticias	0.2
Sensibilidad de los imitadores a las noticias	0.7
Sensibilidad de los oportunistas a las noticias	0.5

Tabla 5.3 Escenario de simulación para porcentaje de imitadores variable.



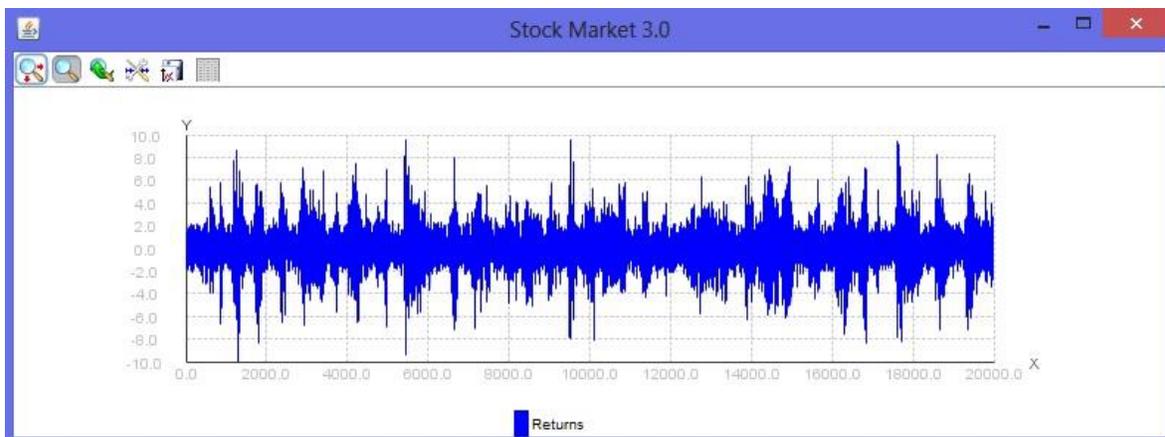
(a)



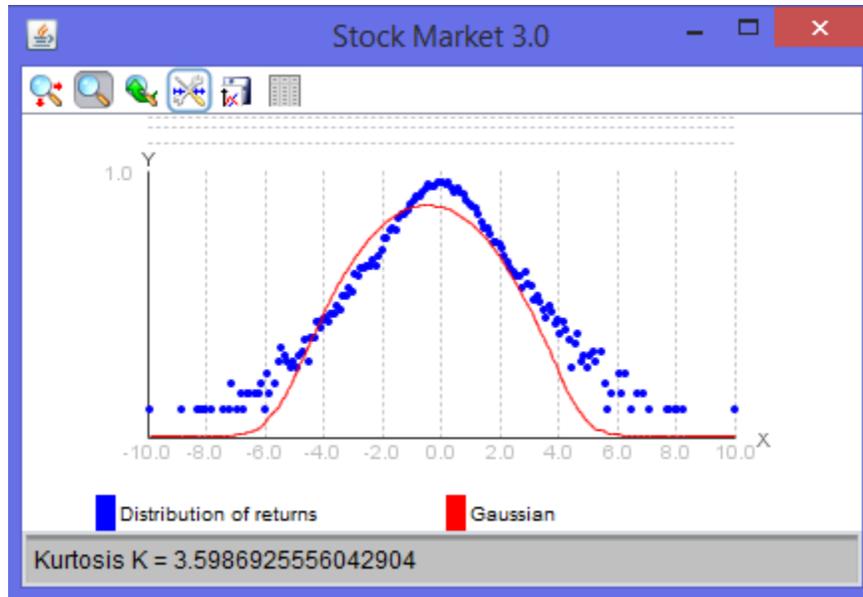
(b)

Figura 5.6 (a) Retornos generados con 0% de Imitadores, (b) Distribución de probabilidad de los retornos

Las figuras 5.5 y 5.6 muestran el impacto de los imitadores en la agrupación de volatilidad. Para medir dicho impacto hacemos uso del coeficiente de curtosis, el cual mide que tan por encima o por debajo se encuentra una distribución con respecto a la distribución normal, dependiendo si el factor es positivo o negativo, respectivamente. Se puede observar el incremento en la agrupación de volatilidad a medida que aumenta el porcentaje de imitadores, esto trae como consecuencia que el coeficiente de curtosis decremente.

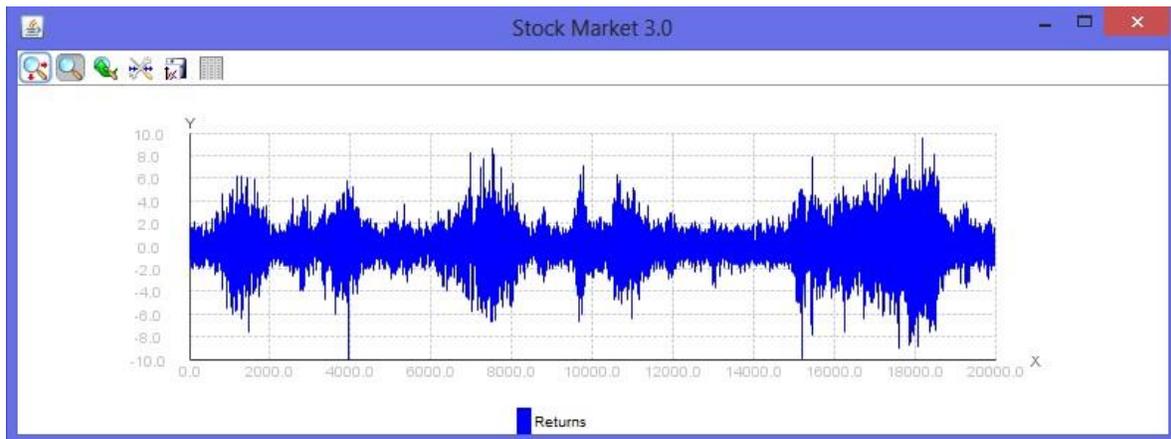


(a)

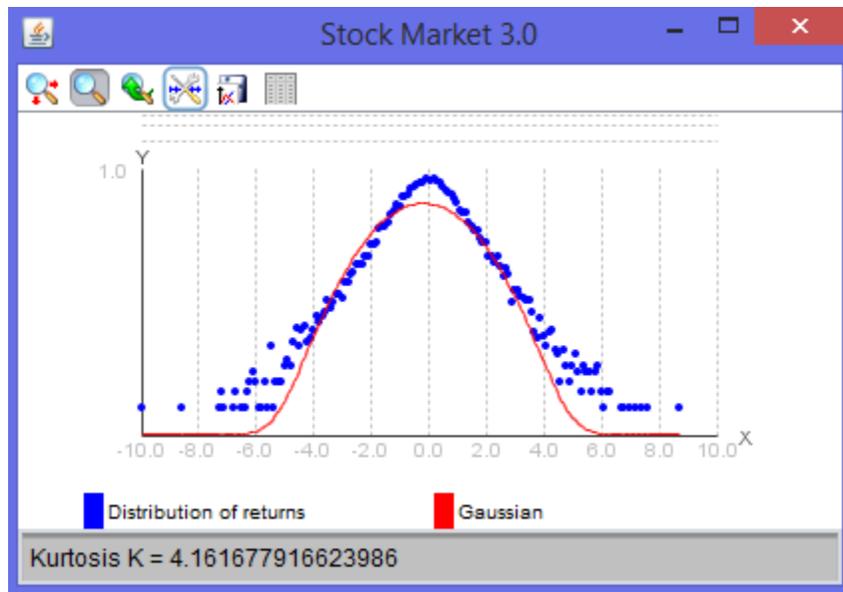


(b)

Figura 5.7 (a) Retornos generados con 50% de Imitadores, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.



(a)



(b)

Figura 5.8 (a) Retornos generados con 90% de Imitadores, (b) Distribución de probabilidad de los retornos

En la tabla 5.4 se muestra el impacto que tienen los imitadores en la agrupación de volatilidad en los retornos medido por medio de la curtosis.

Porcentaje de Imitadores	Coefficiente de curtosis
0	4.74
10	4.66
20	4.42
30	3.12
40	3.26
50	3.29
60	3.02
70	2.97
80	1.87
90	1.7

Tabla 5.4 Valores del coeficiente de curtosis de la distribución de probabilidad de los retornos para diferentes porcentajes de imitadores

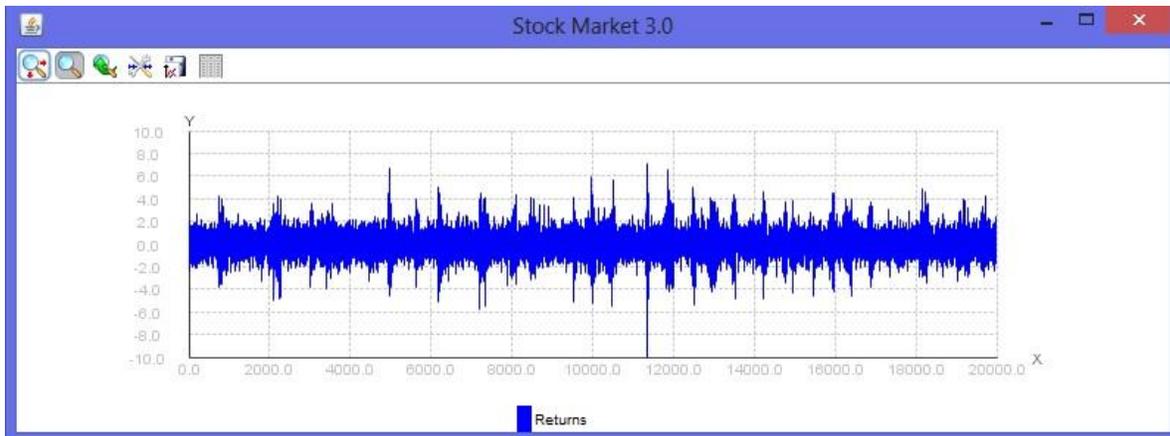
5.2.3 Influencia de los oportunistas en la volatilidad

La influencia de los agentes oportunistas es diferente a los imitadores debido a que los primeros pueden permanecer inactivos, mientras que los últimos siempre se mantienen activos al igual que los fundamentalistas.

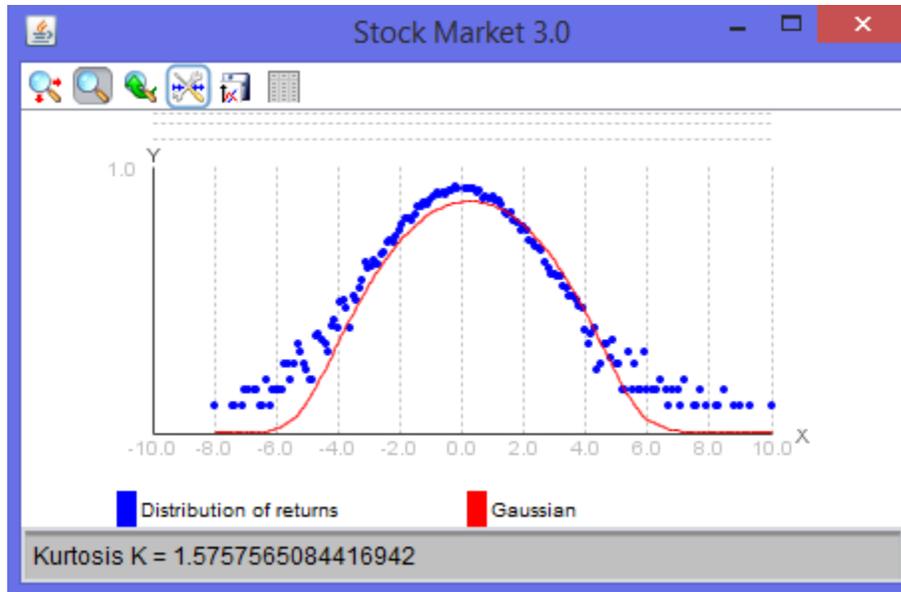
A continuación se presentan algunas simulaciones variando el porcentaje de imitadores en el universo de los agentes.

Escenario de Simulación	
Parámetro	Valor
Porcentaje de imitadores	0
Porcentaje de oportunistas	variable
Precio inicial	100
Precio fundamental	100
Sensibilidad del precio	0.5
Sensibilidad de los fundamentalistas a las noticias	0.2
Sensibilidad de los imitadores a las noticias	0.7
Sensibilidad de los oportunistas a las noticias	0.5

Tabla 5.5 Escenario de simulación para porcentaje de oportunistas variable.



(a)

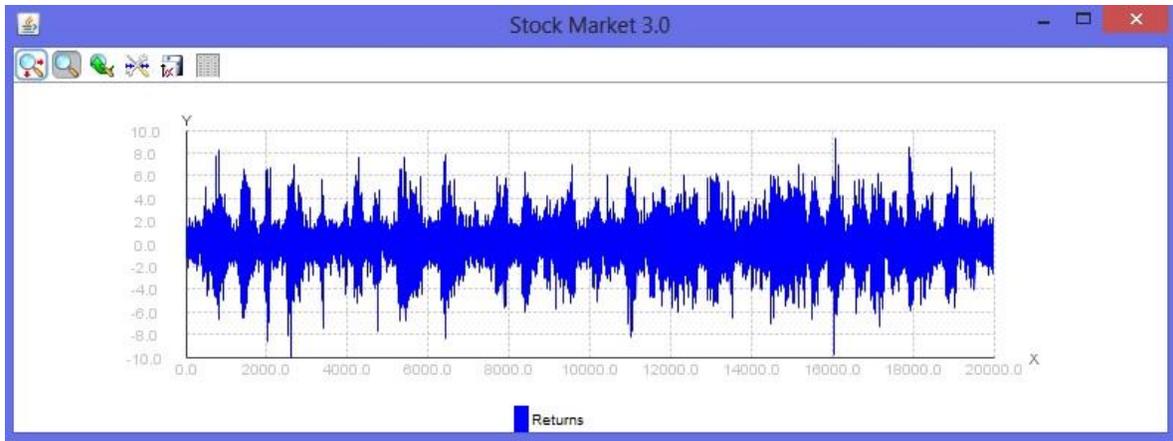


(b)

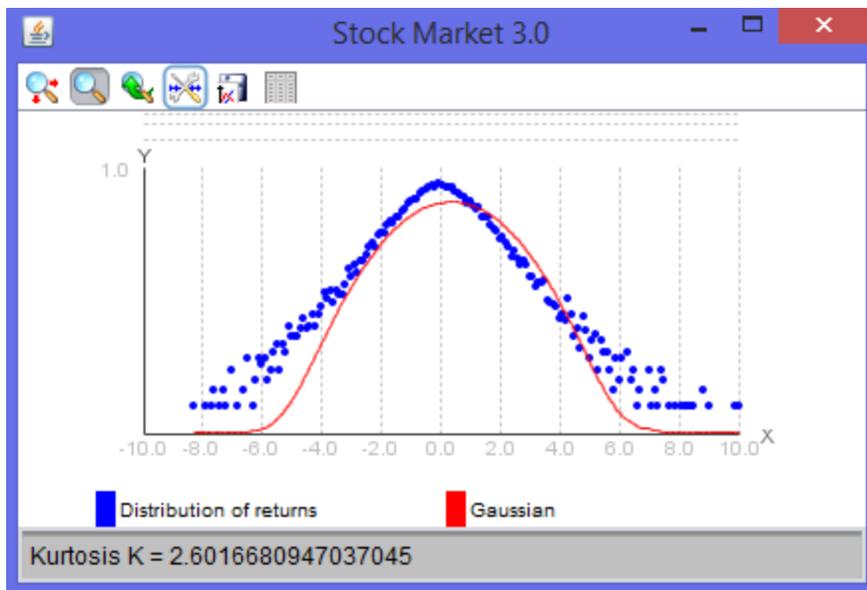
Figura 5.9 (a) Retornos generados con 0% de oportunistas, (b) Distribución de probabilidad de los retornos

Las figuras 5.8 y 5.9 muestran el impacto que tienen los oportunistas en la agrupación de volatilidad. Se puede observar que mientras el porcentaje de oportunistas aumenta, el agrupamiento de volatilidad también aumenta, esto trae como consecuencia que el coeficiente de curtosis decremente.

Un oportunista, a diferencia de un imitador, puede permanecer inactivo cuando las condiciones del mercado no vayan de acuerdo a sus intereses, esto es, que el precio actual del activo permanezca por encima de su umbral α , o por debajo del su umbral β . Mientras un agente oportunista permanece activo, este interactúa con su vecindario de Moore y además con un número x de vecinos remotos, dichos vecinos remotos se eligen de manera aleatoria.



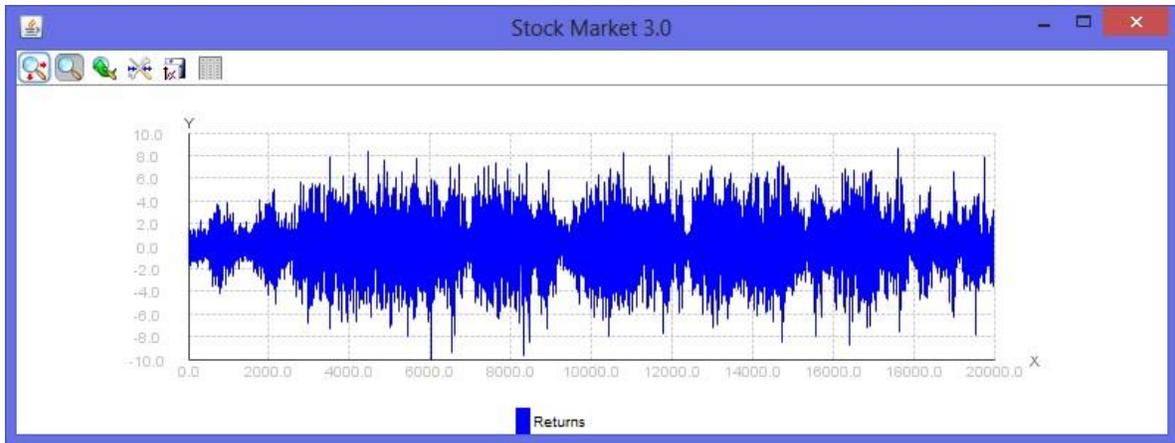
(a)



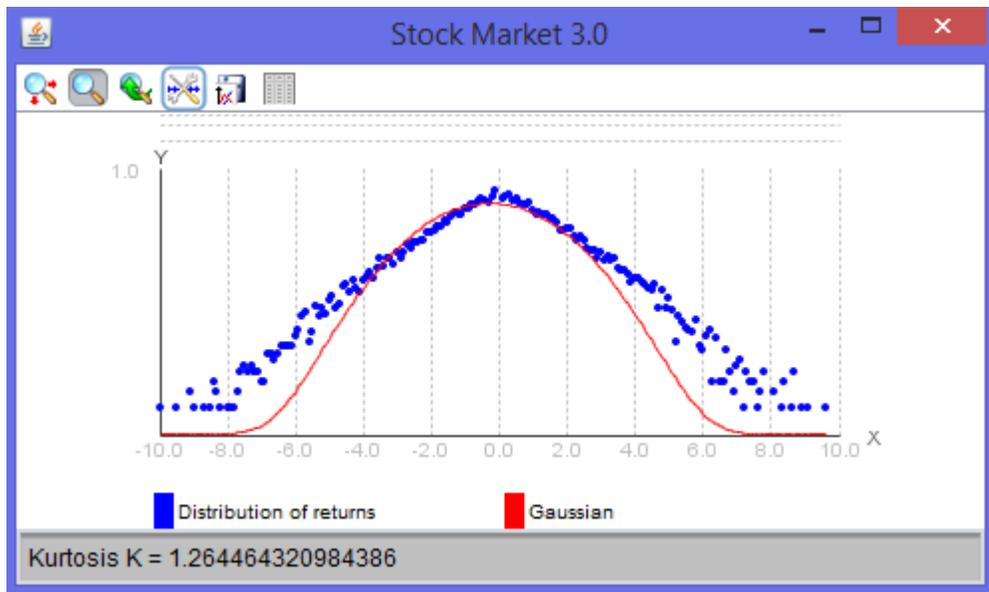
(b)

Figura 5.10 (a) Retornos generados con 50% de oportunistas, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.

La figura 5.10(a) muestra mayor volatilidad que las figuras anteriores y la figura 5.10(b) muestra una distribución de probabilidad cuyo coeficiente de curtosis es menor debido a los movimientos de manada que se generan a raíz de la actividad/inactividad de los agentes oportunistas en el mercado. Se sigue presentando el agrupamiento de volatilidad mucho más acentuado y las colas pesadas, que son de los principales hechos estilizados en los mercados de valores [37].



(a)



(b)

Figura 5.11 (a) Retornos generados con 90% de oportunistas, (b) Distribución de probabilidad de los retornos.

En la tabla 5.5 se muestra el impacto que tienen los oportunistas en la volatilidad de los retornos medido por medio de la curtosis. A menor coeficiente de curtosis, mayor es la turbulencia que se presenta en los retornos.

Porcentaje de oportunistas	Coefficiente de curtosis
0	4.74

10	3.87
20	3.63
30	3.14
40	2.62
50	2.38
60	2.47
70	2.01
80	1.93
90	1.32

Tabla 5.6 Valores del coeficiente de curtosis de la distribución de probabilidad de los retornos

5.2.4 Correlación de retornos

Por mucho tiempo se ha creído que los precios o retornos no tienen dependencia en el tiempo, sin embargo, para periodos cortos de tiempo existe cierta dependencia. Para medir la independencia temporal de retornos, se usara la ecuación (2.10).

A continuación se muestra la Función de Auto correlación ACF aplicada a los retornos para diferentes intervalos de tiempo k . los parámetros usados son los siguientes:

Escenario de Simulación	
Parámetro	Valor
Porcentaje de imitadores	50
Porcentaje de oportunistas	20
Intervalo de tiempo k	Variable
Precio inicial	100
Precio fundamental	100
Sensibilidad del precio	0.5
Sensibilidad de los fundamentalistas a las noticias	0.2
Sensibilidad de los imitadores a las noticias	0.7
Sensibilidad de los oportunistas a las noticias	0.5

Tabla 5.7 Escenario de simulación para intervalos de tiempo variable.

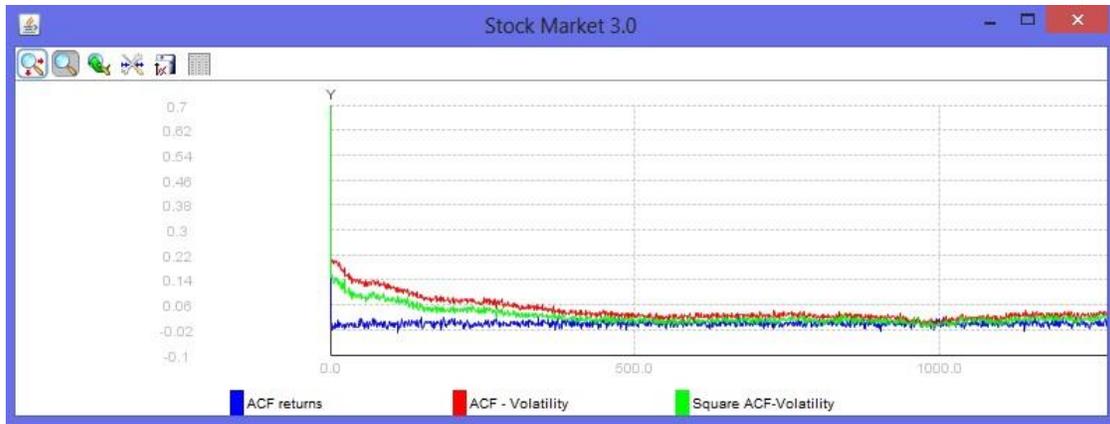


Figura 5.12 ACF de los retornos (azul), ACF de volatilidad (rojo), ACF cuadrática de volatilidad (verde), para $k=100$.

En la figura 5.11 se puede observar que para un periodo de tiempo corto ($k=100$) la ACF cuadrática de volatilidad cae más rápidamente que la ACF de volatilidad a la zona de ruido, mientras que la ACF de los retornos cae inmediatamente a dicha zona.

Por otro lado, en las figuras 5.12 y 5.13 muestran que para lapsos de tiempo más grandes ($k=300$ y $k=400$, respectivamente), la ACF de volatilidad cae más rápidamente que para valores de k pequeños. Con ello se verifica uno de los hechos estilizados más comunes: la dependencia temporal de los retornos a corto plazo. Es importante notar que a medida que el lapso de tiempo aumenta, la ACF cae más rápidamente a la zona de ruido.

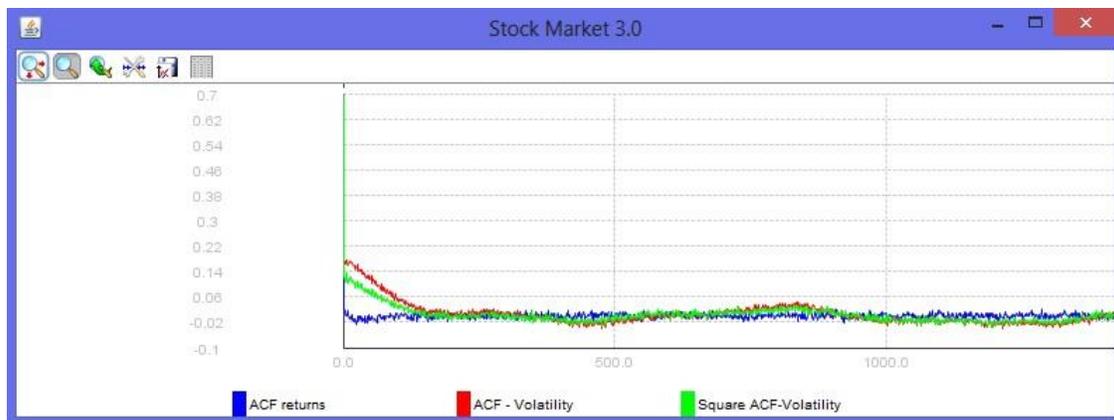


Figura 5.13 ACF de los retornos (azul), ACF de volatilidad (rojo), ACF cuadrática de volatilidad (verde), para $k=300$.

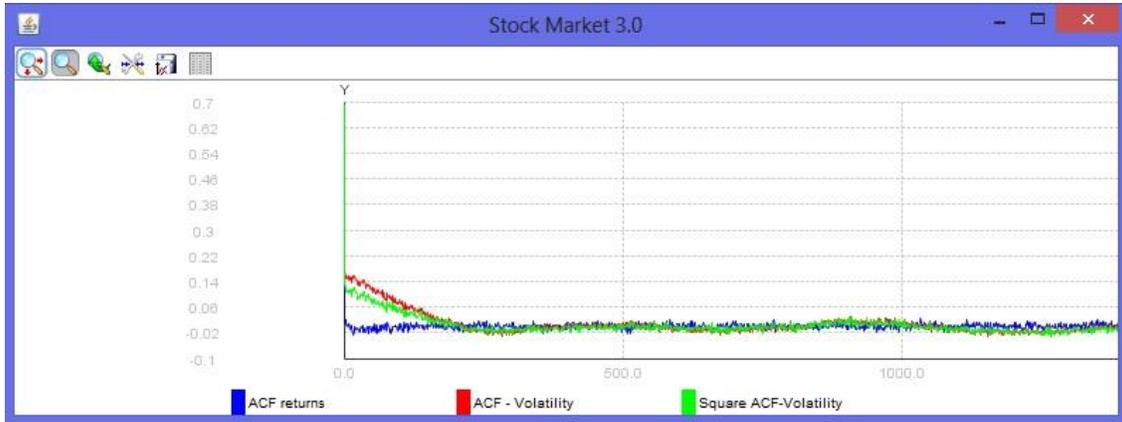


Figura 5.14 ACF de los retornos (azul), ACF de volatilidad (rojo), ACF cuadrática de volatilidad (verde), para $k=400$.

5.3 Exponente de Hurst y dimensión fractal

El exponente de Hurst también se conoce como “índice de dependencia” o “índice de dependencia a largo plazo” y en los últimos años se ha utilizado como herramienta para medir la memoria a largo plazo de las series de tiempo. En la figura 5.14 se muestra el exponente de Hurst para el índice S&P500.

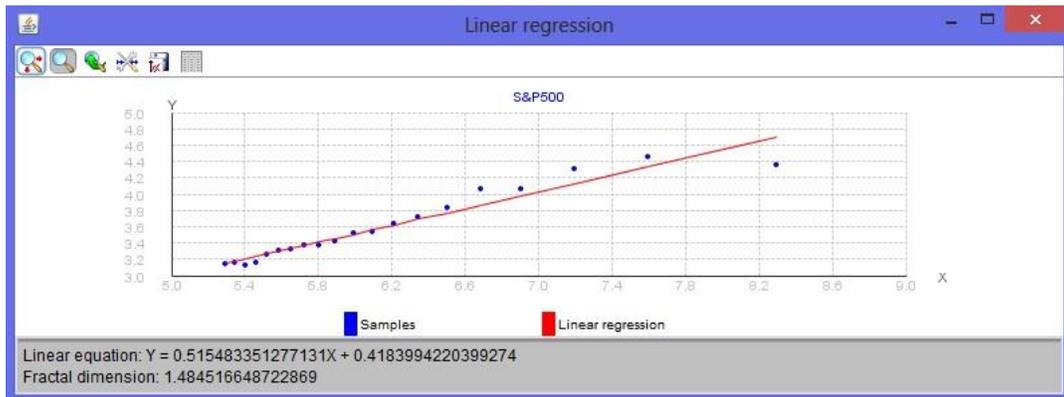


Figura 5.15 Exponente de Hurst del índice S&P500.

Para la serie de tiempo del índice S&P500 del 1 de enero de 1980 al 31 de marzo de 2014 el exponente de Hurst calculado es $H = 0.51$, lo cual indica que la dimensión fractal para dicha serie de tiempo es $D = 1.49$, de acuerdo a la ecuación $D = 2 - H$. [27] Nuestro modelo es

capaz de obtener un exponente similar al del índice S&P500 tal y como se muestra en la figura 5.15, bajo el escenario de simulación mostrado en la tabla 5.4.

Escenario de Simulación	
Parámetro	Valor
Porcentaje de imitadores	50
Porcentaje de oportunistas	20
Precio inicial	100
Precio fundamental	100
Sensibilidad del precio	0.5
Sensibilidad de los fundamentalistas a las noticias	0.2
Sensibilidad de los imitadores a las noticias	0.7
Sensibilidad de los oportunistas a las noticias	0.5

Tabla 5.8 Escenario de simulación para cálculo del exponente de Hurst

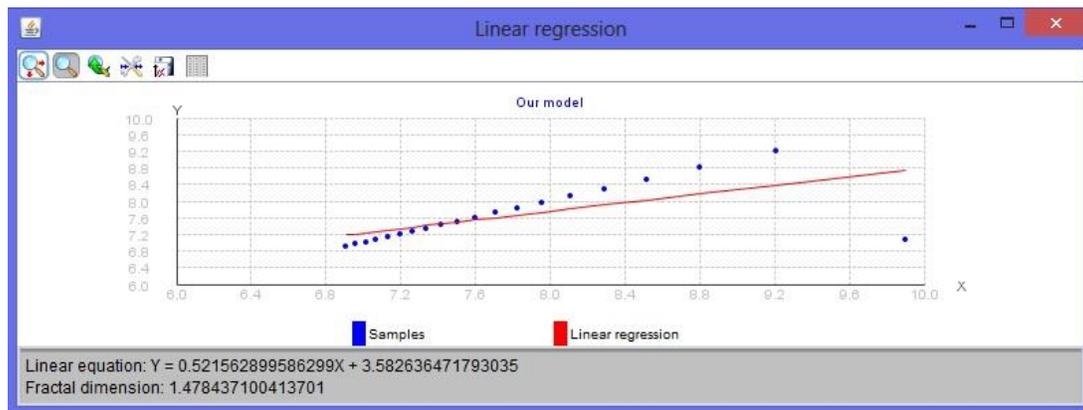


Figura 5.16 Exponente de Hurst para nuestro modelo.

Es importante notar que aun cuando la ordenada al origen en la ecuación de la recta que hace el mejor ajuste para las muestras del índice S&P500 difiere respecto a la de nuestro modelo, los exponentes de Hurst (pendientes de la recta) son similares.

Al obtener un exponente de Hurst de 0.5, indica que las series de tiempo no están correlacionadas, aunque en realidad es el valor aplicable a una serie para que las autocorrelaciones de lapsos de tiempo pequeños puedan ser positivos o negativos, pero donde

los valores absolutos de las autocorrelaciones decaen rápidamente a cero. Un ejemplo muy conocido de un fenómeno que presenta esta característica es el movimiento browniano⁷.

⁷ Movimiento aleatorio de partículas suspendidas en un fluido (líquido o gas) como resultado de su colisión con los átomos rápidos o moléculas en el gas o líquido.

Capítulo 6 Productos obtenidos

Al término del diseño e implementación del modelo descrito previamente, se obtuvo un sistema programado en el lenguaje de programación Java implementado con el IDE NetBeans 7.3.0, y es capaz de reproducir las propiedades estilizadas y fractales presentes en un mercado de valores. Entre los parámetros manipulables en el sistema se encuentran los siguientes:

1. Tamaño de la lattice
2. Porcentaje de imitadores
3. Porcentaje de fundamentalistas
4. Porcentaje de oportunistas
5. Cantidad de vecinos remotos de los oportunistas
6. Umbral mínimo de los oportunistas
7. Umbral máximo de los oportunistas
8. Precio inicial
9. Sensibilidad del precio a cambio
10. Valor fundamental real del activo
11. Sensibilidad de los fundamentalistas a las noticias
12. Sensibilidad de los imitadores a las noticias
13. Sensibilidad de los oportunistas a las noticias
14. Actividad mínima
15. Amplitud en periodos para calcular el precio

La flexibilidad del sistema para modificar los parámetros antes enlistados permite modelar muchos escenarios y obtener conclusiones importantes sobre la dinámica que siguen los mercados de valores.

Por otro lado, como parte del programa de Maestría en Ciencias de Computación, se realizó una estancia de investigación en la Donald Bren School of Information and Computer Science, University of California, Irvine, Estados Unidos, bajo la dirección del Dr. Isaac D. Scherson, donde se estuvo trabajando con metodologías orientadas al cómputo paralelo y distribuido y, de la cual, se obtuvo como resultado un reporte para dicha universidad.

Capítulo 7 Conclusiones y trabajo futuro

7.1 Conclusiones

Este modelo basado en un autómata celular 2-dimensional puede confirmar los principales hechos estilizados y fractales observados en series de tiempo financieras empíricas. Las interacciones de los agentes de largo alcance, las cuales son responsables de grandes variaciones del precio, pueden formarse a partir de interacciones locales. La agrupación de volatilidad está asociada con la variación de la actividad de operación de los agentes, un proceso más lento comparado con la variación en la influencia de las noticias. Las distribuciones de colas pesadas de retorno están relacionadas tanto a grandes variaciones en el precio como la agrupación de volatilidad. Finalmente, estas distribuciones non-Gaussianas son producidas por el comportamiento de los agentes en respuesta a la llegada de noticias, incluso cuando se asume que la llegada de noticias sigue un proceso aleatorio Gaussiano.

También es importante mencionar que el modelo permite experimentar bajo diferentes escenarios del mercado mediante la variación de sus parámetros considerando, por ejemplo, el porcentaje de agentes de cada tipo, la sensibilidad al ajuste del precio, etc., esto siempre acompañado de medidas que muestran el comportamiento macro: distribución de retornos, medidas de curtosis y exponente de Hurst. Además, permite observar el comportamiento global que presentan los agentes a lo largo del tiempo en la dinámica del mercado.

7.2 Trabajo futuro

En este modelo se toman en cuenta diferentes aspectos del mercado de valores para realizar la simulación. Sin embargo, es importante agregar nuevos aspectos presentes en los mercados y teniendo en cuenta que el modelo no se convierta en intratable debido a la complejidad agregada.

Entre los aspectos a considerar se encuentran los siguientes:

- Costos de operación
- Incrementar el número de activos.
- Tiempos de abstención variables

En cuanto al sistema desarrollado, se puede agregar nuevas funcionalidades por medio de controles que manejen los parámetros nuevos propuestos, así como proporcionar capacidad

de almacenamiento para guardar el desempeño del sistema bajo diferentes escenarios de simulación y así, evitar la pérdida de resultados.

Por otro lado, dada la naturaleza de los autómatas celulares, es posible paralelizar el modelo propuesto para así, incrementar el rendimiento y poder agregar nuevos parámetros que complementen al modelo.

Referencias

- [1] R. N. Mantegna and H. E. Stanley. *An Introduction to Econophysics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- [2] Rama Cont. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2):223–236, 2001.
- [3] L Bachelier. Lth´orie de la spculation. *Annales Scientifiques de l’cole Normale Suprieure Sr*, 3(17), 1900 (1964), pp. 17–78 English translation by AJ Boness..
- [4] Rama Cont and Peter Tankov. *Financial Modelling With Jump Process*. Chapman & Hall/CRC Press, UK, 2004.
- [5] B Mandelbrot. The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*, 36(4):392–417, 1963.
- [6] R. N. Mantegna and H. E. Stanley. *An Introduction to Econophysics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.
- [7] John C. Hull. *Option, Futures & Other Derivatives*. Cambridge University Press, The Edinburgh Building, Cambridge, CB2 2RU, UK, 2000.
- [8] F van der Ploeg. *The handbook of international macroeconomics*. Oxford University Press, Oxford, UK, 1994.
- [9] Johannes Voit. *The Statistical Mechanics of Financial Markets*. Springer, Berlin, 2003.
- [10] A. Ilachinski, *Cellular Automata: a discrete universo*, USA: World Scientific, 2001.
- [11] A. Wensche y M. Lesser, *The global dynamics of celular aut´omata: an atlas of basin attraction fields of one-dimensional cellular automata*, A. P. Company, Ed., USA, Massachussets: Santa Fe Institute. *Studies in the science of complexity*, 1992.
- [12] H. V. McIntosh, *Linear Cellular Automata*, Mexico: Universidad Autonoma de Puebla, 1987.
- [13] A. Deutsch y S. Dormann, *Cellular Automaton Modeling of Biological Pattern Formation: Characterization, Applications, and analysis*, USA, Massachussets: Birkhauser, Kluwer Academic Publishers Hingham, 2005.

- [14] «MathWorld» Wolfram Research, Inc., 2012. [En línea]. Available: <http://mathworld.wolfram.com> consultado en junio de 2014
- [15] «Pagina del banco de México,» [En línea]. Available: <http://www.banxico.org.mx/divulgacion/sistema-financiero/sistema-financiero.html> consultado en junio de 2014
- [16] A. Meucci, Risk and Asset Allocation, USA, NY: Springer-Verlag, 2008.
- [17] P. Bak, M. Paczuski y M. Shubik, «Price variations in a stock market with many agents,» *Physica A*, vol. 246, n 3-4, pp. 430-453, 1997.
- [18] T. Lux y M. Marchesi, «Volatility clustering in financial markets: a micro-simulation of interacting agents,» *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, vol. 3, n 4, pp. 675 – 702, 2000.
- [19] Falconer, Kenneth. “Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications.” John Willey y Sons. 1990. Gran Bretaña.
- [20] Jurgens, H., Peitgens, H.O., y Saupe, D. “The Language of fractals” *Scientific American* 263. 1990.
- [21] Heimes, S. *John von Neumann J. y Norbert Wiener*, Salvat editores. 1986. España.
- [22] Mandelbrot, Benoit B. “The Fractal Geometry of Nature.” W. H. Freeman and Company. 1977 U.S.A.
- [23] Barnsley, Michael. “Fractal Everywhere.” Academic Press, Inc. 1988. U.S.A.
- [24] Barrallo, Javier. “Geometría Fractal” Ediciones Anaya Multimedia. 1993. España.
- [25] Mandelbrot, Benoit B. “Los objetos fractales. Forma, azar y dimensión.” Clotet – Tusquets. 1987. España.
- [26] Peitgen, Heinz Otto y Saupe Dietmar. “The Science of Fractal Images.” Springer-Verlag. 1988. U.S.A.
- [27] Mandelbrot, Benoit B., Richard, L. Hudson “The (mis)behavior of markets. A Fractal View of Financial Turbulence” Basic Books. 2010. U.S.A.
- [28] R. Cont y J. Bouchaud, «An introduction to econophysics. Correlations and complexity in finance,» *Microeconomic Dynamics*, vol. 4, 2000.

- [29] Y. Wei y Y. Fan, «The celular automaton model of investment behavior in the stock market,» *Physica A*, vol.325, pp. 507 – 516, 2003.
- [30] M. Bartolozzi y A. Thomas, «Stochastic cellular automata model for stock market dynamics,» *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, vol. 69, pp. 046112-1 – 046112-7, 2004.
- [31] S. Bandini y S. Manzoni, «A CA Approach to Study Complex Dynamics in Asset Markets,» *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 591 – 600, 2004.
- [32] G. qiu y D. Kandhai, «Understanding the complex dynamics of stock markets through cellular automata,» *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, vol. 75, pp. 046116-1 - 046116-11, 2007.
- [33] T. Di Matteo y e. al., “Scaling Behaviors in Differently Developed Markets,” *Physica A*, vol. 324, pp. 183 – 188, 2003.
- [34] «NIST/SEMATECH e-handbook of Statistical Methods,» [En línea]. Available: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>. Consultado en junio de 2014
- [35] Sanchez-Granero, M.J. “Introducing fractal dimensión algorithms to calculate the Hurst exponent of financial time series” *The European Physical Journal B*. 2012
- [36] <http://www.fool.com/school/indices/sp500.htm>. Consultado en junio de 2014
- [37] Fama E F. Efficient capital markets ii. *Journal of Finance*, (461):575–613, 1991.
- [38] http://www.investorwords.com/5803/statistical_arbitrage.html. Consultado en junio de 2014
- [39] W. Willinger, M.S. Taqqu, and V. Teverovsky. Long range dependence and stock returns. *Finance and Stochastics*, (3):1–13, 1999.
- [40] Giardina I. and Bouchaud J.-P. Volatility clustering in agent based market models, volume 324. Springer, Berlin, 2003.
- [41] James R. Thomson, James R. Wilson, Multifractal analysis of agent-based financial market, Winter Simulation Conference, 2013
- [42] Miguel Suarez Oropeza, Modelación microscópica de la dinámica de un mercado de valores usando autómatas celulares, tesis de maestría, CIC-IPN, 2012

[43] Dow Zheng, Microsimulation of financial markets, MSc in computer science thesis, Universiteit van Amsterdam, 2005

[44] Elaine Wah, Michael P. Wellman, Latency arbitrage, market fragmentation, and efficiency: a two market model, Proceedings of the fourteenth ACM conference on Electronic commerce, Pages 855-872, ACM 2013

Glosario

- **Agente**

Individuo o institución financiera autorizado por otra (un cliente), para actuar en designación del interesado en transacciones que involucran terceras personas. Ejemplo de algunos agentes son los bancos y casas de bolsa los cuales generalmente se eligen por los individuos para ser sus agentes, y así autorizan a sus empleados para que actúen por designación de un director.

- **Activo**

Propiedad física o derecho intangible que tiene un valor económico. Algunos ejemplos son: equipo, tierra, patentes, derechos de propiedad e instrumentos financieros, tales como dinero o bonos.

- **Activos financieros**

Derechos u obligaciones financieros de una parte sobre otra. Ejemplo son los bonos, las hipotecas, los créditos bancarios y las acciones.

- **Bono**

Certificado emitido por un Estado o una corporación que devenga intereses, prometiendo reintegrar una suma de dinero (el principal) más intereses en una fecha específica en el futuro.

- **Bolsa de valores**

- Institución privada, constituida como Sociedad Anónima de Capital Variable, que tiene como objeto facilitar las transacciones con valores y procurar el desarrollo del mercado respectivo.

- **Casa de Bolsa**

Entidad financiera privada autorizada para actuar en el mercado de valores. Su finalidad principal es la de auxiliar a inversionistas en la compra y venta de diversos tipos de títulos mercantiles tales como bonos, valores, acciones, etc.

- **Ciclo económico**

Periodos alternativos de alzas y bajas en los niveles de actividad económica que guardan entre si una relación de sucesión, crisis, depresión, recuperación y auge.

- **Curva de Lorenz**

Gráfica que se utiliza para mostrar el grado de desigualdad del ingreso o de la riqueza.

- **Demanda**

Cantidad de bienes y servicios que los agentes económicos desean y pueden comprar a un precio dado en un periodo determinado.

- **Director**

La parte principal o autorizadora en una transacción o relación de negocio. En teoría la oferta y la demanda son los dos componentes básicos que fijan el precio de los bienes y servicios.

- **Formador de Mercado**

Es un miembro autorizado para promover la liquidez, establecer precios de referencias y contribuir a la estabilidad de precios de un valor o de un conjunto de valores del Mercado de Capitales, a través del mantenimiento de forma permanente de y por cuenta propia de Posturas de compra y venta de los citados valores.

- **Hecho estilizado**

Es una presentación simplificada de un descubrimiento empírico. Un hecho estilizado es regularmente una generalización que resume algunos cálculos estadísticos, los cuales pueden ser esencialmente ciertos aunque con algunas imprecisiones a nivel de detalle.

- **Inversión**

1) Actividad económica por la que se renuncia a consumo hoy con la idea de aumentar el producto en el futuro. Comprende capital tangible, como las viviendas, e inversiones intangibles, como la educación. La inversión neta es el valor de la inversión total una vez considerada la depreciación. La inversión bruta, es la inversión sin considerar la depreciación. 2) En términos financieros, la inversión tiene un significado totalmente distinto: se refiere a la compra de un título, como una acción o un bono.

- **Intermediarios financieros**

Instituciones que proporcionan servicios y productos financieros. Entre ellas están las instituciones de depósito (como los bancos comerciales o de ahorro) y las instituciones que no son de depósito (como los fondos del mercado, las empresas de corretaje, las empresas de seguros o los fondos de pensiones).

- **Macroeconomía**

Análisis que trata el comportamiento de la economía en su totalidad con respecto al producto, el ingreso, el nivel de precios, el comercio internacional, el desempleo y otras variables económicas agregadas.

- **Mercado**

Acuerdo por el cual compradores y vendedores interactúan para determinar los precios y cantidades de un bien. Algunos mercados (tales como el mercado de valores o un mercado de “pulgas”) se localizan en lugares físicos; otros se conforman a través

del teléfono o son organizados por computadoras, mientras que en la actualidad varios son organizados a través de internet.

- **Mercado accionario**

Mercado organizado en el que se intercambian acciones comunes. En Estados Unidos el mayor mercado accionario es la Bolsa de Valores De New York, en las que se intercambian las acciones de empresas estadounidenses.

- **Mercado Eficiente**

Mercado o teoría en la que los participantes del mercado comprenden rápidamente toda la información nueva y la incorporan de inmediato a los precios de mercado. En economía, la teoría de mercado eficiente sostiene que toda la información disponible ya se encuentra incorporada en el precio de las acciones comunes (u otros activos).

- **Mercados de capital**

Mercados en los cuales se intercambian recursos financieros (dinero, bonos acciones). Estos junto con los intermediarios financieros, son instituciones a través de las cuales se transfiere el ahorro de la economía a los inversionistas.

- **Microeconomía**

Análisis que explica el comportamiento de elementos individuales de una economía, tales como la determinación del precio de un solo producto o el comportamiento de un solo consumidor o empresa.

- **Oferta**

Cantidad de bienes y servicios disponibles para la venta y que los oferentes están dispuestos a suministrar a los consumidores a un precio determinado.

- **Opción**

Es un contrato que da a su poseedor el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender un número fijo de acciones (u otro instrumento) a un precio fijo dentro o antes de un plazo dado.

- **Operar**

Acción de comprar o vender un cierto número de acciones (u otro instrumento).

- **Precio**

Costo monetario de un bien, servicio o activo. El precio se mide en unidades monetarias por unida de bien.

- **Rendimiento**

Lo mismo que tasa de interés o tasa de rendimiento sobre un activo.

- **Riesgo**

En economía financiera, variabilidad de los rendimientos de una inversión.

- **Tasa de rendimiento**

Rendimiento de una inversión o de un bien de capital. Una inversión que cuesta 100 dólares y rinde 12 dólares anuales tiene una tasa de rendimiento de 12% anual.

- **Título**

Documentos que representan el derecho que tiene su poseedor sobre un capital o crédito. Estos documentos son objeto de comercio y su endoso transfiere la propiedad o derechos implícitos.

- **Valores**

Títulos representativos de participaciones o haberes de sociedades, de entidades prestadas, de mercancías, de fondos de dinero o de servicios que son materia de operaciones mercantiles.

- **Volatilidad**

Variaciones significativas a menudo impredecibles, en un cierto periodo.

