



Instituto Politécnico Nacional
Centro de Investigación en Computación



Modelado Microscópico de la Dinámica del Tránsito Vehicular en
una calle multicarril utilizando Autómatas Celulares

Tesis
que para obtener el grado de
Maestro en Ciencias de la Computación

Presenta
Silos Martínez Ernesto JeanCarlos

Director de Tesis: M.en C. Germán Téllez Castillo

México, D.F.

Diciembre, 2012



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

ACTA DE REVISIÓN DE TESIS

En la Ciudad de México, D.F. siendo las 11:00 horas del día 14 del mes de Junio de 2012 se reunieron los miembros de la Comisión Revisora de la Tesis, designada por el Colegio de Profesores de Estudios de Posgrado e Investigación del:

Centro de Investigación en Computación

para examinar la tesis titulada:

“Modelado microscópico de la dinámica del tránsito vehicular en una calle multicarril utilizando autómatas celulares”

Presentada por el alumno:

SILOS Apellido paterno	MARTÍNEZ Apellido materno	ERNESTO JEANCARLOS Nombre(s)
Con registro:		
B	1	0
1	6	6
5		

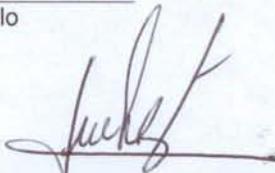
aspirante de: **MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**

Después de intercambiar opiniones los miembros de la Comisión manifestaron **APROBAR LA TESIS**, en virtud de que satisface los requisitos señalados por las disposiciones reglamentarias vigentes.

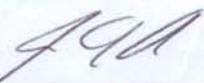
LA COMISIÓN REVISORA Director de Tesis

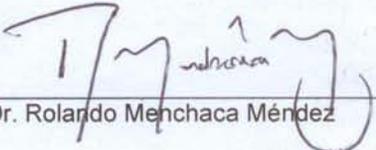

M. en C. Germán Téllez Castillo


Dr. Sergio Suárez Guerra


Dr. Luis Pastor Sánchez Fernández


Dra. Nareli Cruz Cortés


Dr. Marco Antonio Moreno Ibarra


Dr. Rolando Menchaca Méndez



PRESIDENTE DEL COLEGIO DE PROFESORES


INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
CENTRO DE INVESTIGACION
EN COMPUTACION
DIRECCION



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

CARTA CESIÓN DE DERECHOS

En la Ciudad de México el día 12 del mes Noviembre del año 2012, el (la) que suscribe Ernesto JeanCarlos Silos Martínez alumno (a) del Programa de Maestría en Ciencias de la Computación con número de registro B101665, adscrito al Centro de Investigación en Computación, manifiesta que es autor (a) intelectual del presente trabajo de Tesis bajo la dirección de M. en C. Germán Téllez Castillo y cede los derechos del trabajo intitulado Modelado Microscópico de la Dinámica del Tránsito Vehicular en una calle multicarril utilizando Autómatas Celulares, al Instituto Politécnico Nacional para su difusión, con fines académicos y de investigación.

Los usuarios de la información no deben reproducir el contenido textual, gráficas o datos del trabajo sin el permiso expreso del autor y/o director del trabajo. Este puede ser obtenido escribiendo a la siguiente dirección ejcsilos@gmail.com. Si el permiso se otorga, el usuario deberá dar el agradecimiento correspondiente y citar la fuente del mismo.

Ernesto JeanCarlos Silos Martínez

Nombre y firma

Resumen

En este trabajo de tesis se propone el Modelo eSILOS utilizando Autómatas Celulares para el modelado del flujo de tránsito vehicular de una calle multicarril, la cual consiste de 6 carriles, que puede tener como máximo 5 carriles en un sentido y 1 en contra flujo.

El modelo propuesto es un modelo multicarril el cual contempla reglas de cambio de carril, una Lattice refinada para el modelado de la vialidad, el uso de unidades comunes para el tamaño de los diferentes tipos de vehículos que se manejan en el modelo, así como velocidades máximas distintas para cada tipo de vehículo, se considera el tiempo que permanecen los vehículos en un congestionamiento, y el estatus de las luces de frenado.

Los resultados de las simulaciones nos permiten obtener comportamientos apegados a la realidad del flujo de tránsito vehicular en una calle multicarril; los resultados obtenidos son comparados con los modelos [33] y [23] vía los parámetros del diagrama fundamental.

Palabras Clave: Modelo de Flujo de Tránsito Vehicular, Autómata Celular, Diagrama Fundamental, Multicarril.

Abstract

In this thesis proposes the eSILOS Model using Cellular Automata for modeling the vehicular traffic flow at a multilane street, which consists of 6 lanes, 5 in one direction and 1 in other direction.

The proposed model includes multilane rules for lane change, a Lattice refined modeling of the road, the use of common units for the size of the different types of vehicles that are used in the model, different maximum speeds for each vehicle type, considering the time spent by vehicles in a traffic jam of vehicles, and the status of the break light.

The results of the simulations allow us to obtain behaviors attached to the reality of vehicular traffic flow at a multilane street, plus the results are compared with models [33] y [23] via the parameters of the fundamental diagram.

Keywords: Model for Vehicular Traffic Flow, Cellular Automaton, Fundamental Diagram, Multilane.

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por su apoyo incondicional, esfuerzo, dedicación, así como por depositar su entera confianza en mi al realizar cada uno de los proyectos que me propongo, por iluminar mi camino dándome la pauta para poder realizarme en mi vida profesional y personal.

Les agradezco cada uno de sus sabios consejos que me han dado justo en el momento exacto para no dejarme caer y seguir aún a pesar de las adversidades, por ayudarme a tomar las decisiones que me ayuden a ser una mejor persona y cumplir con mis objetivos, sobre todo gracias por ese inmenso amor que me dan.

Eli, tú eres la persona que siempre me ha levantado los ánimos tanto en los momentos difíciles de mi vida estudiantil como en la personal, gracias por tu paciencia y esas palabras que siempre tienes para mis enojos, mis tristezas así como en mis momentos de alegría, por ser mi amiga y ayudarme a no darme por vencido para cumplir mis metas, por estar a mi lado y escucharme en todo momento, te quiero mucho!

Agradezco a mi director de tesis el M. en C. Germán Téllez Castillo por su máximo apoyo en la dirección y realización de esta tesis, por la oportunidad que me brindo de trabajar con él durante el desarrollo de la misma, sobre todo por su honestidad, su paciencia y dedicación, enseñándome como se hace ciencia y la forma en la que se debe investigar, así como para ser mejor persona con sus consejos y enseñanzas.

Jaime y Miguel, amigos de los cuales he aprendido mucho, siendo para mi un ejemplo de dedicación profesional, pasión por lo que se hace; gracias por sus consejos y cada uno de los conocimientos que me ayudaron para concluir este proyecto, así como por su gran amistad.

Agradezco al Centro de Investigación en Computación, al Instituto Politécnico Nacional y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo para la realización de este trabajo.

Dedicatoria

Dedico esta Tesis a toda mi familia, por su comprensión, paciencia y ayuda en los momentos difíciles, porque me han enseñado a encarar las adversidades sin perder nunca la dignidad de desfallecer en el intento, me han dado todo lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi perseverancia y mi empeño para lograr todo lo que me proponga, aunado a una gran dosis de amor así como por siempre estar en cada momento que los he necesitado sin pedir nada a cambio, son ustedes la razón de mi continua superación, gracias por no dejarme caminar sólo este camino.

A mis compañeros de laboratorio, puesto que en cada uno de ustedes encontré una persona especial, de la cual he aprendido mucho tanto en lo personal como en lo profesional, gracias por su ayuda cuando en ocasiones me he sentido desorientado y por esa amistad sincera que me brindan. Son ustedes una fuente de inspiración para continuar con diversas metas profesionales, recordando su gran dedicación y desempeño.

Índice general

Resumen	II
Abstract	III
Agradecimientos	IV
Dedicatoria	V
Índice general	VI
Índice de figuras	X
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo General	3
1.2.2. Objetivos Particulares	3
1.3. Metas del Modelo	4
1.4. Justificación	5
1.5. Organización de la Tesis	5
1.6. Conclusiones	6
2. Marco teórico	7
2.1. Autómatas Celulares	7
2.2. Definición de un Autómata Celular	7

Índice general

2.3. Modelado del Tránsito Vehicular utilizando Autómatas Celulares	10
2.4. Modelo Na-Sch para el Flujo de Tránsito Vehicular	12
2.4.1. Reglas del Modelo Na - Sch	13
2.4.2. Diagrama Fundamental : Densidad y Flujo	15
2.5. Modelo K.S.S.S. para el Flujo de Tránsito Vehicular	17
2.5.1. Reglas del Modelo K.S.S.S.	22
2.6. Conclusiones	25
3. Estado del arte	27
3.1. Historia del Modelado del tránsito vehicular y el impacto que tiene en la sociedad.	27
3.2. Sistemas Multipartículas dirigidos	28
3.2.1. Mecánica Clásica, Fluidos y Medios Granulares	29
3.3. Sistemas multipartículas auto dirigidos	30
3.3.1. Fuerzas Sociales (Comportamiento)	32
3.4. Modelos de Partículas Salterinas	33
3.4.1. Proceso de Exclusión Simple Asimétrico	34
3.5. Partículas Brownianas Activas	35
3.5.1. Partículas Brownianas de Bombeo	35
3.5.2. Cadenas disipativas de Toda y Morse	36
3.5.3. Modelos del Caminador Activo	36
3.5.4. Formación de patrones en colonias de bacterias	37
3.5.5. Formación de senderos por animales y peatones	38
3.6. Tránsito Vehicular	39
3.6.1. Descubrimientos empíricos para el tránsito vehicular en autopistas	39
3.6.2. Técnicas de Medición	39
3.6.3. Diagrama Fundamental	42

Índice general

3.6.4.	Enfoques de Modelado para el tránsito vehicular . . .	45
3.6.5.	Modelos microscópicos sigue al líder	48
3.6.5.1.	Modelo del carro siguiente no entero	49
3.6.5.2.	Modelos de Velocidad Óptima y Newell. . .	50
3.6.6.	Autómatas Celulares	51
3.6.6.1.	Modelo Nagel & Schreckenberg	51
3.6.6.2.	Modelos MultiCarril	52
3.7.	Modelos Cinéticos	54
3.8.	Conclusiones	55
4.	Modelo propuesto	56
4.1.	Unidad Común para células	56
4.2.	Definición de Variables de Tres Dimensiones de Tránsito Generalizado	58
4.3.	Ecuaciones de Avance para los diferentes tipos de vehículos .	59
4.3.1.	Determinación de la Probabilidad	60
4.3.2.	Aceleración	61
4.3.3.	Desaceleración	61
4.3.4.	Aleatoriedad	62
4.3.5.	Determinación del estatus de las luces de frenado . .	62
4.3.6.	Determinación del tiempo t_{st}	62
4.3.7.	Actualización de la Posición	62
4.4.	Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de un auto .	62
4.5.	Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de las motocicletas	67
4.6.	Distribuciones	69
4.6.1.	Distribuciones Hevay Tailed	69
4.6.1.1.	Definición de una Distribución Heavy Tailed	69
4.6.1.2.	Definición de una distribución long tailed . .	70

Índice general

4.6.1.3. Definición de una distribución Zipf	70
4.6.2. Distribución de Poisson	71
4.6.3. Distribución Binomial	72
4.6.4. Distribución Normal	73
4.7. Conclusiones	75
5. Análisis e Interpretación de Resultados	76
5.1. Simulador STV-eSILOS	76
5.2. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo Na - Sch	78
5.2.1. Escenario de Simulación del Modelo	78
5.2.2. Resultados obtenidos	79
5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.	81
5.3.1. Escenarios de Simulación	81
5.3.1.1. Escenario 1	81
5.3.1.2. Escenario 2	84
5.3.1.3. Escenario 3	86
5.3.1.4. Escenario 4	89
5.3.1.5. Escenario 5	91
5.3.1.6. Escenario 6	93
5.3.1.7. Escenario 7	95
5.3.1.8. Escenario 8	97
5.4. Conclusiones	99
6. Conclusiones y Trabajo Futuro	101
6.1. Conclusiones	101
6.2. Trabajo Futuro	102
Referencias	105

Índice de figuras

1.1. Diagrama espacio - tiempo del Modelo Nagel - Schreckenberg.	4
1.2. Diagrama fundamental del Modelo K.S.S.S. relación flujo - densidad.	4
2.1. Sección de un carril en un modelo de flujo de tránsito vehicular con un Autómata Celular.	12
2.2. Diagrama Fundamental del flujo de tránsito vehicular vs la densidad vehicular en una vía	16
2.3. Diagrama Espacio - Tiempo.	17
3.1. Representación esquemática de un sistema de senderos humano (líneas negras).	38
3.2. Greenshields realizando las primeras mediciones del tránsito vehicular en 1930.	40
3.3. Relación Velocidad - Densidad.	42
3.4. Relación Flujo - Densidad.	45
4.1. Representación gráfica de los diferentes tipos de vehículos.	57
4.2. Diagrama de Flujo de las ecuaciones de avance para los diferentes tipos de vehículos.	60
4.3. Movimiento de cambio de carril para autos en tránsito vehicular.	64
4.4. Espacios evaluados por un auto para un cambio de carril.	66
4.5. Evaluación de los espacios para el cambio de carril de Izquierdo a Derecho.	66
4.6. Posibles movimientos para una motocicleta.	67

Índice de figuras

4.7. Espacios evaluados por una motocicleta para un cambio de carril.	68
4.8. Comportamiento de la Distribución Zipf.	71
4.9. Comportamiento de la Distribución de Poisson.	72
4.10. Comportamiento de la Distribución Binomial.	73
4.11. Comportamiento de la Distribución Normal.	74
5.1. Representación animada del movimiento de los vehículos en el simulador.	76
5.2. Sección de graficado: Diagramas fundamentales.	77
5.3. Sección de graficado: Diagrama Espacio - Tiempo.	77
5.4. Opciones Generales.	78
5.5. Ventana para colocar obstáculos en una sección de la carretera.	78
5.6. Diagramas Fundamentales Modelo Na- Sh, obtenidos de la simulación del Modelo eSILOS con distribución Normal.	79
5.7. Diagramas Fundamentales Modelo Na- Sh, obtenidos de la simulación del Modelo eSILOS con distribución Zipf.	80
5.8. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en el carril de flujo normal.	81
5.9. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en el carril de contra flujo.	81
5.10. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 1 con el Modelo eSILOS con distribución Normal.	82
5.11. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 1 con el Modelo eSILOS con distribución Zipf.	83
5.12. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles de flujo normal.	83
5.13. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en el carril de contra flujo.	84
5.14. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 2 con el Modelo eSILOS con distribución Normal.	85

Índice de figuras

5.15. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 2 con el Modelo eSILOS con distribución Zipf.	85
5.16. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles de flujo normal.	86
5.17. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en el carril de contra flujo.	86
5.18. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 3 con el Modelo eSILOS con distribución Normal.	87
5.19. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 3 con el Modelo eSILOS con distribución Zipf.	88
5.20. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles de flujo normal.	88
5.21. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en el carril de contra flujo.	89
5.22. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 4 con el Modelo eSILOS con distribución Normal.	90
5.23. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 4 con el Modelo eSILOS con distribución Zipf.	90
5.24. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles de flujo normal.	91
5.25. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en el carril de contra flujo.	91
5.26. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 5 con el Modelo eSILOS con Distribución Binomial.	92
5.27. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles de flujo normal.	93
5.28. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en el carril de contra flujo.	93

Índice de figuras

5.29. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 5 con el Modelo eSILOS con Distribución Binomial.	94
5.30. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles de flujo normal.	95
5.31. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles en contra flujo.	95
5.32. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 5 con el Modelo eSILOS con Distribución de Poisson.	96
5.33. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles de flujo normal.	97
5.34. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles en contra flujo.	97
5.35. Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 5 con el Modelo eSILOS con Distribución de Poisson.	98
5.36. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles de flujo normal.	99
5.37. Tiempo que permanece un vehículo en congestiónamiento en los carriles contra flujo.	99

Capítulo 1

Introducción

1.1. Planteamiento del problema

El tránsito vehicular tanto en carreteras como en redes urbanas ha representado un problema a resolver desde el segundo cuarto del siglo pasado, las primeras mediciones sistemáticas que se reportan en la literatura son las realizadas en 1935 por Greenshields, quien se ocupó de medir la velocidad media en una carretera y el flujo correspondiente. El incremento de un mayor número de usuarios de vehículos de transporte sobre todo en las ciudades industrializadas ha dado lugar a problemas cotidianos para la población y el medio ambiente.

Es por ello que es importante entender la dinámica del flujo del tránsito vehicular, conocer las causas y consecuencias que este genera, por ejemplo uno de los grandes problemas originados por el tránsito, son los congestionamientos, de lo que resultan pérdidas económicas, incrementos en el tiempo de viaje así como contaminación al medio ambiente, esto es un gran problema en las ciudades industrializadas donde sus principales carreteras y redes de transporte se ven saturadas debido a la gran cantidad de transporte que se requiere a diario, la respuesta tradicional e inmediata que proporcionan los planificadores de transporte y políticos para evitar los congestionamientos ha sido aumentar el suministro vial para de alguna forma dar fluidez al transporte, aún sin tomar en cuenta que siguen existiendo lugares en donde la vialidad sigue teniendo graves problemas de congestionamiento debido a estas soluciones tradicionales.

Existen varias propuestas para ayudar a disminuir este grave problema que van desde la incorporación de la tecnología más vanguardista hasta cambiar los hábitos sociales, algunos ejemplos son:

- Ahorro de combustible en los motores.

1.1. Planteamiento del problema

- Información del Tránsito Avanzada, Manejo de los Sistemas de Transporte haciendo uso de la Telemática de Transporte o Sistemas Inteligentes Vehiculares de Carretera.
- Optimización de Enrutamiento.
- Centros de distribución de carga, logística de carga integrada.
- Sistemas de Tránsito Inteligentes.
- Reducción del transporte de carga haciendo la producción industrial de manera más local.
- Planificación a largo plazo con la finalidad de reducir el tránsito.

Una de las metodologías que se utilizan actualmente para el estudio de sistemas complejos como lo es el flujo del tránsito vehicular es el modelado y simulación; bajo los siguientes enfoques:

1. **Modelos Macroscópicos:** Este tipo de modelos asume que el sistema espacialmente extendido es homogéneo y para modelar su dinámica se realiza por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales (de tiempo continuo) o ecuaciones de diferencias (de tiempo discreto).

En tales sistemas los individuos pueden moverse en espacios geométricos continuos o discretos, dichos modelos son los que históricamente surgieron primero para estudiar y analizar el flujo del tránsito vehicular; en este enfoque no se considera un vehículo en particular, sino al sistema como un todo [18].

2. **Modelos Microscópicos:** Este tipo de modelos ve al sistema como un sistema de interacción de partículas, que consiste en una población finita de partículas (células o moléculas) caracterizadas por su posición y su estado interno, las cuales se mueven en un espacio discreto y tiempo continuo, su configuración cambia por la interacción de tipo local o no local, directa o no indirecta; el estudio del flujo del tránsito vehicular se realiza considerando lo que sucede a cada paso de tiempo con cada uno de los vehículos en el sistema [18]. Este tipo de modelos son analizados regularmente mediante el uso de las ecuaciones diferenciales ordinarias basadas en las leyes de Newton. Una forma distinta de tratar la problemática son los modelos con Autómatas Celulares.

3. **Modelos Cinéticos:** Este tipo de modelos son un híbrido entre los modelos macroscópicos y los modelos microscópicos, la herramienta matemática que emplea para realizar su análisis son las ecuaciones cinéticas de Boltzmann.

El enfoque adoptado para el desarrollo de esta tesis es el Microscópico, dado que se hace el estudio a un nivel de detalle alto, considerando las interacciones existentes entre cada uno de los individuos (por ejemplo, cambios de carril, frenado, reacción ante obstáculos en la carretera) que integran el sistema lo que ayuda a conocer como afecta su comportamiento a todo el sistema, para ello se desarrolla un simulador que sirve como aproximación para el entendimiento de la dinámica del tránsito vehicular mostrando las relaciones existentes entre el desplazamiento, la densidad y el flujo (diagramas fundamentales), haciendo uso de un Autómata Celular Bidimensional herramienta matemática que esta dentro del espectro del enfoque microscópico, definiendo un modelo que considera cambios de carril, luces de frenado, diferentes tipos de vehículos, desplazamientos máximos para cada tipo de vehículo, tiempo que permanecen en un congestionamiento.

1.2. Objetivos

El objetivo general, así como los objetivos particulares para esta tesis son los siguientes:

1.2.1. Objetivo General

Diseñar, implementar y validar un nuevo algoritmo multicarril, con diferentes tipos de vehículos, con desplazamientos máximos diferentes para cada tipo de vehículo; basado en autómatas celulares que reproduzca la dinámica del flujo del tránsito vehicular que existe en calles multicarril.

1.2.2. Objetivos Particulares

1. Diseñar un Autómata Celular que resuelva el problema planteado en esta tesis.
2. Implementar, el autómata celular diseñado en el objetivo particular uno.

1.3. Metas del Modelo

3. Simular y validar el autómata celular implementado en el objetivo particular dos.
4. Ajustar el autómata celular diseñado en el objetivo particular uno, con base en los resultados obtenidos del objetivo particular tres.

1.3. Metas del Modelo

Una vez que se obtuvieron los resultado del modelo es necesario realizar una comparación con los resultados publicados en la literatura referente al tema, para ello se toman como base los trabajo de Nagel & Schreckenberg [33] y Knospe et al.[23], los cuales realizaron modelos para la dinámica del tránsito vehicular para tránsito homogéneo en un solo carril y para tránsito homogéneo multicarril respectivamente, la comparación que se realiza es a nivel comportamiento de los diagramas fundamentales, es decir que el modelo reproduzca los diagramas fundamentales que se presentan en estos trabajos, los cuales se pueden observar en las figuras 1.1 y 1.2.

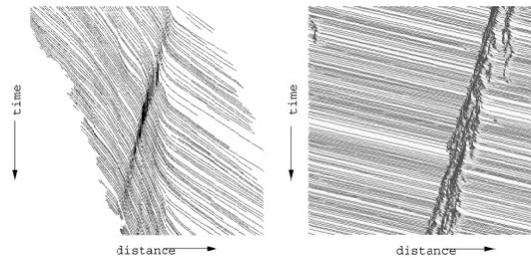


Figura 1.1: Diagrama espacio - tiempo del Modelo Nagel - Schreckenberg.

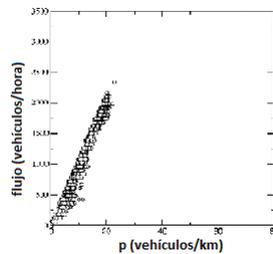


Figura 1.2: Diagrama fundamental del Modelo K.S.S.S. relación flujo - densidad.

De los resultados mostrados en las figuras 1.1 y 1.2, se tiene que:

1. De acuerdo a la densidad existente en la vialidad, el flujo puede aumentar o disminuir, dando origen a los congestionamientos, de lo que depende su tiempo de vida del mismo.
2. Se puede seguir el rastro de cada una de las posiciones que va tomando un vehículo a cada paso de tiempo, mostrando la trayectoria que tuvo dicho vehículo, y viendo apartir de que punto se originó un congestionamiento.

1.4. Justificación

En la actualidad, el incremento de vehículos a la circulación y la mala planificación en las avenidas propician congestionamientos considerables en varios puntos de las grandes urbes; el embotellamiento vehicular se ha convertido en uno de los grandes problemas con los que hay que lidiar todos los días y estos tienen repercusión en la vida urbana diaria, tanto de salud como económicas. Es por ello que surge la necesidad de entender los fenómenos que en el ocurren para minimizar y retrasar sus efectos.

El utilizar un modelo de flujo de tránsito vehicular basado en Autómatas Celulares, el flujo de tránsito vehicular se ve como un movimiento lineal, en donde se observa todo en pasos discretos, permitiendo incorporar elementos probabilísticos para el desplazamiento de los vehículos, para emular las variaciones aleatorias que ocurren cuando los conductores aceleran o frenan [18]. De esta manera, los vehículos son descritos sobre una lattice discreta de puntos llamados celdas o células con desplazamientos discretos, y todos los elementos son actualizados de forma síncrona en cada instante de tiempo t , considerando comportamientos como el cambio de carril, reacción ante un obstáculo.

1.5. Organización de la Tesis

Este trabajo está integrado por seis capítulos, los cuales están organizados de la siguiente manera:

El *Capítulo uno*, plantea la problemática del flujo del tránsito vehicular, los objetivos generales y particulares a alcanzar en el trabajo, así como la

1.6. Conclusiones

justificación del problema. El *Capítulo dos*, se dan los conceptos necesarios al Flujo del Tránsito Vehicular y de la Teoría de Autómatas Celulares, para el desarrollo de este trabajo y la manera en que son empleados para representar ciertos fenómenos observados en el Tránsito Vehicular.

En el *Capítulo tres*, se presenta el estado del arte, es decir, se muestra un panorama general de la investigación realizada sobre el Flujo de Tránsito Vehicular a través del tiempo haciendo énfasis en el trabajo que se ha realizado en el campo con Autómatas Celulares.

El *Capítulo cuatro*, es la parte medular de este trabajo donde se presenta el Modelo de Flujo de Tránsito Vehicular propuesto para resolver la problemática planteada en el Capítulo uno, explicando las mejoras que se implementan a los modelos [33]y [23].

En el *Capítulo cinco*, se muestran los resultados obtenidos a través de la simulación del Modelo propuesto en el Capítulo cuatro, haciendo la comparación con los modelos [33]y [23] por medio de los parámetros del diagrama fundamental.

El *Capítulo seis*, consta de las conclusiones que se obtuvieron una vez finalizado este trabajo, las aportaciones de esta tesis, así como los trabajos a futuro que se pueden desarrollar siguiendo esta línea de investigación para expandir más el modelo propuesto en el Capítulo cuatro.

1.6. Conclusiones

En este capítulo enunciamos el objetivo de esta tesis; así como los objetivos y la importancia del tema, cuando se realiza un estudio del flujo de tránsito vehicular por medio de un simulador es necesario utilizar un enfoque microscópico para poder analizar individualmente las diferentes variables utilizadas y con ello ver el comportamiento general del sistema, es decir tratarlo a nivel macroscópico. Las variables que siempre es necesario analizar por ser características del tránsito vehicular son: el flujo, la densidad y el desplazamiento.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Autómatas Celulares

Un Autómata Celular es un sistema matemático discreto en tiempo y espacio, caracterizado por la interacción local y una forma de evolución inherentemente paralela [17].

Un Autómata Celular D - dimensional consiste de una *Lattice* D - dimensional infinitamente extendida que representa el espacio (en aplicaciones de modelado y simulación física, D suele tener los valores 1, 2 ó 3), donde cada sitio de la *Lattice* es llamado *célula*, la cual tiene asociado un valor, llamado *estado de la célula* el cual fluctúa sobre un conjunto finito de valores, llamado *conjunto de estados*.

El tiempo avanza en etapas discretas y la dinámica está dada por una función explícita llamada *función local*, la cual es usada en cada etapa de tiempo sobre cada célula para determinar su nuevo estado a partir del estado actual de ciertas células, que son llamadas la *vecindad de la célula*, es decir, la función local toma los estados de las células vecinas como argumentos y regresa como resultado el nuevo estado de la célula correspondiente.

Las células alteran sus estados en etapas de tiempo discreto de acuerdo a la función local, estas alteraciones podrían no realizarse de forma síncrona por todas las células de la *Lattice*, dependiendo de la naturaleza del problema que el Autómata Celular modele. Si la *Lattice* es homogénea, todas las células operan bajo la misma función local y por lo tanto pueden tomar uno de cualquiera de los valores del mismo conjunto de estados.

2.2. Definición de un Autómata Celular

Definición 1. Una *Lattice* es un arreglo regular de dimensión $d \in \mathbb{Z}^+$ cuyos elementos son llamados *celdas* o *células*; a cada célula se le asigna un valor

tomado de una familia de conjuntos finitos conocidos como *conjuntos de estados*.

Definición 2. Una Lattice \mathcal{L} es homogénea si todas sus celdas pueden tomar su valor a partir del mismo conjunto \mathcal{N} .

Definición 3. Sea una Lattice \mathcal{L} homogénea y $r \in \mathcal{L}$ una célula, el estado de r es un elemento $s \in \mathcal{S}$ y diremos entonces que r tiene el valor s .

Observación 1. Dada la definición de Lattice implica que ésta puede ser infinita en ambas direcciones, sin embargo, para cuestiones prácticas e implementar esto en una computadora no es posible debido a que posee memoria finita, es por esta razón que las lattices se consideran compuestas de un número finito de células adyacentes, esto conlleva a la consideración extra de lo que debe suceder con aquellas células que se encuentren en los bordes de la lattice.

A la implementación de una o varias consideraciones específicas sobre las células en la frontera se le conoce como **condición de frontera**; dentro del ámbito de los autómatas celulares se pueden implementar las siguientes condiciones de frontera, dependiendo del problema real que se modela:

- *Frontera Periódica:* Una Lattice se considera periódica cuando sus bordes se consideran conectados; para el caso de una Lattice 1 - dimensional, esto puede visualizarse en dos dimensiones como una circunferencia. En el caso de una Lattice 2 - dimensional, la Lattice podría visualizarse en tres dimensiones como un toroide.
- *Frontera Abierta:* Se considera que el estado de las células que están en el borde de la Lattice toma un valor fijo, del conjunto de posibles estados para las células.
- *Frontera Reflectora:* Se considera que las células que están en el borde de la Lattice reflejan los valores de aquellas células que se encuentran dentro de la Lattice, es decir, una célula que estuviera junto al borde de Lattice tomaría como valor el de la célula que este junto a ella.
- Sin Frontera: La Lattice comienza con cierto tamaño finito y el espacio crece dinámicamente conforme se va requiriendo, no debe confundirse con la definición 1 que implica una Lattice inicialmente infinita.

En lo sucesivo, dada una Lattice \mathcal{L} , ésta será considerada como una Lattice homogénea finita con alguna condición de frontera; además se identificará al

2.2. Definición de un Autómata Celular

índice i como la i -ésima célula de \mathcal{L} , con $i \in \{0, \dots, l-1\} \subset \mathbb{Z}$, siendo l el número de células de \mathcal{L} .

Definición 4. Sea \mathcal{L} una Lattice y sea $r \in \mathcal{L}$ una célula; una vecindad de tamaño $n \in \mathbb{Z}^+$ para r es un conjunto finito de células $\mathcal{N}(r) = \{k_1, \dots, k_n\} \subset \mathcal{L}$. $r.k_i$ para algún i si $r \in \mathcal{N}(r)$ o para ningún i en caso contrario.

Definición 5. Un Autómata Celular es una cuatro tupla $(\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ tal que:

1. \mathcal{L} es una lattice d -dimensional, con $d \in \mathbb{Z}^+$, en el caso de una Lattice finita, ésta consiste de l células, y se le implementa con cierta condición de frontera.
2. $\mathcal{S} = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$ es un conjunto finito de k valores llamados estados.
3. \mathcal{N} es un conjunto de vecindades definido por: $\mathcal{N} = \{\mathcal{N}(r) \mid r \in \mathcal{L}\}$, donde r es una célula y $\mathcal{N}(r)$ es la vecindad de r .
4. $f : \mathcal{S}^n \rightarrow \mathcal{S}$ es una función llamada función de transición o función local; esta función se aplica en cada paso discreto sobre las células de \mathcal{L} , toma como argumentos los estados de las células de $\mathcal{N}(r)$ y regresa como resultado el nuevo valor de r para el siguiente paso de tiempo.

Definición 6. Un Autómata Celular $AC = (\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ se dice que es homogéneo, si y solamente si:

1. \mathcal{L} es homogénea.
2. f se aplica a cada paso discreto de tiempo sobre todas las células de \mathcal{L} por igual.

Si al menos se cumple 1, diremos que AC es un Autómata Celular de Lattice homogénea. Al conjunto de estados de todas las células del Autómata Celular en un tiempo t se le conoce como la *configuración* del Autómata para t :

Definición 7. Sea $AC = (\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular; una *configuración* de AC es una función $\mathcal{C}_t : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{S}$ que asocia a cada célula de la Lattice \mathcal{L} en el tiempo t con un estado de \mathcal{S} .

Dada una configuración, asignarle nuevos estados a todas las células para generar una nueva configuración, a través de la función de transición del AC , se conoce como *función global*:

Definición 8. Sea $AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular, la *función global* es una función $\mathcal{F} : \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}$ que se aplica evaluando f sobre cada una de las células del conjunto de células del AC en el tiempo t , es decir, sobre la configuración \mathcal{C}_t del AC en el tiempo t , y regresa nuevos valores para todas las células del AC , pasando de la configuración \mathcal{C}_t de AC a la configuración \mathcal{C}_{t+1} de AC , desde el tiempo t al tiempo $t + 1$.

2.3. Modelado del Tránsito Vehicular utilizando Autómatas Celulares

Para poder realizar la modelado del flujo del tránsito vehicular primero se definirán algunos conceptos:

Definición 9. Un modelo de flujo de tránsito vehicular es una colección de partículas (las cuales representan a los vehículos), moviéndose sobre una línea, que es la vía sobre la que circulan los vehículos; de acuerdo a sus desplazamientos y a la ley que describe la forma en la que cambian sus desplazamientos que indica la aceleración o desaceleración de los vehículos.

Observación 2. De acuerdo con la definición 9, se puede utilizar un Autómata Celular para modelar el flujo del tránsito vehicular si se hace una analogía entre los elementos de un modelo de flujo del tránsito vehicular y los elementos de la definición 5:

1. Las partículas en movimiento son análogas a las células, cuyos estados representan los desplazamientos de las partículas.
2. La línea sobre la que se mueven las partículas es análoga a la Lattice del Autómata Celular, implementada con alguna condición de frontera (ya sea periódica, abierta, reflectora, sin frontera o una combinación de todas; esto último para modelos de más de un carril, por ejemplo: conectando los extremos de la autopista con una frontera periódica, pero dejando los bordes laterales con una frontera abierta).
3. Se debe tener en cuenta, que si la Lattice representa explícitamente a la vía donde se moverán los vehículos entonces no todas las células de la Lattice representarán a un vehículo, también podrían existir espacios vacíos entre una partícula y otra. Estos espacios vacíos serán entonces representados por células de la Lattice cuyo estado no sea un desplazamiento válido, siendo una célula vacía.

4. Dependiendo del tipo de modelo utilizado, la interacción entre las partículas que provoca sus aceleraciones y desaceleraciones es análoga a la vecindad entre las células que representan a un vehículo y a la función de la transición del Autómata Celular.

Para el caso de un modelo de flujo de tránsito vehicular con Autómatas Celulares el elemento principal es el vehículo, el cual estará definido de la siguiente manera:

Definición 10. Sea $AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular; diremos que el vehículo i –ésimo en el tiempo t , $a(i, t)$, $i \in \{1, \dots, N\}$, corresponde con una célula $r_{a(i,t)} = r_j \in \mathcal{L}$ que ocupa la posición $j \in \{0, \dots, l-1\}$ en \mathcal{L} , siendo N el número de vehículos del modelo sobre \mathcal{L} , en el tiempo t .

Observación 3. En el caso de \mathcal{L} con frontera periódica, N permanece constante todo el tiempo, mientras que con frontera abierta N puede variar con el tiempo.

Para un determinado vehículo puede existir el *sucesor*, que es aquel vehículo que se encuentra directamente detrás del vehículo que se ésta observando y el *predecesor*, que es el vehículo que se encuentra inmediatamente enfrente del vehículo observado. Ambos son definidos a continuación:

Definición 11. Sea $AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular que modela el flujo del tránsito vehicular y $a(i, t)$ es un vehículo en el tiempo t . Si $\exists a(i+1, t)$ entonces diremos que $a(i+1, t)$ es el predecesor de $a(i, t)$. Si $\exists a(i-1, t)$ entonces diremos que $a(i-1, t)$ es el sucesor de $a(i, t)$. De otra forma diremos que $a(i, t)$ no tiene predecesor o sucesor, según sea el caso.

Observación 4. En el caso de \mathcal{L} con frontera periódica $a(i, t)$ tendrá siempre un predecesor y un sucesor $\forall i \in \{1, \dots, N\}$ en el tiempo t , aún cuando el predecesor y el sucesor pudieran representar al mismo vehículo, mientras que con frontera abierta esto no es cierto, en particular el vehículo $a(1, t)$ no tiene sucesor y el vehículo $a(N, t)$ no tiene predecesor.

Para un Autómata Celular el concepto de vecindad es esencial, en los modelos de flujo de tránsito vehicular con Autómatas Celulares éste se representa con el concepto de brecha (gap), el espacio entre un vehículo y su predecesor, definido a continuación:

Definición 12. Sea $AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular que modela el flujo del tránsito vehicular y $a(i, t)$ es un vehículo en el tiempo t , tal que $a(i, t)$

2.4. Modelo Na-Sch para el Flujo de Tránsito Vehicular

tiene predecesor. Según la definición 10, la célula que corresponde con $a(i, t)$ es $r_{a(i,t)} = r_j$, y la célula que corresponde con $a(i+1, t)$ es $r_{a(i+1,t)} = r_k$. La brecha entre $a(i, t)$ y $a(i+1, t)$ es la distancia entre ambos vehículos, que se calcula como el número de células vacías entre $a(i, t)$ y $a(i+1, t)$. Es decir, si $d(i, t)$ representa a la brecha entre ambos vehículos:

$$d(i, t) = \begin{cases} k - j - 1 & \text{Si } k > j \quad (i) \\ k - j + (l - 1) & \text{Si } k < j \quad (ii) \end{cases} \quad (2.1)$$

Para el caso (i) donde $k > j$ implica que $a(i+1, t)$ se encuentra después de $a(i, t)$ en la Lattice, sucede siempre para \mathcal{L} de frontera abierta y en la mayoría de los casos de frontera periódica. El caso (ii) donde $k < j$ implica que $a(i+1, t)$ se encuentra antes de $a(i, t)$ en la Lattice, se sucede en particular con \mathcal{L} de frontera periódica para $a(i, t) = a(N, t)$ siendo el último vehículo de la Lattice y $a(i+1, t) = a(1, t)$ siendo el primer vehículo que se encuentra en la Lattice.

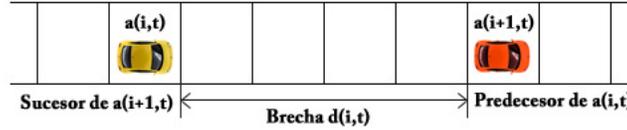


Figura 2.1: Sección de un carril en un modelo de flujo de tránsito vehicular con un Autómata Celular.

2.4. Modelo Na-Sch para el Flujo de Tránsito Vehicular

Un Autómata Celular básico para el modelado del flujo de tránsito vehicular es el modelo Na - Sch [33], este modelo consiste de un Autómata Celular de flujo de tránsito vehicular de un sólo carril. Contiene N vehículos moviéndose en una Lattice \mathcal{L} 1 - dimensional de l células con condiciones de frontera periódicas, es decir, el número de vehículos se conserva o abiertas en donde el número de vehículos es realimentado en un extremo y perdido en el otro.

Para un tiempo t , cada célula puede estar ocupada o vacía por un vehículo, y se denota por $x(i, t)$ a la posición del vehículo $a(i, t)$ sobre \mathcal{L} en el

tiempo t ; cada vehículo tendrá en un tiempo t , un desplazamiento $v(i, t) \in \{0, 1, 2, \dots, v_{max}\}$, $i \in \{1, \dots, N\}$ la cual esta dada en células por unidad de tiempo (el espacio y el tiempo son discretos). Con estos conceptos, la definición 12 de brecha entre un vehículo y su predecesor puede ser reescrita como sigue:

Definición 13. Sea $AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular que modela el flujo del tránsito vehicular y $a(i, t)$ es un vehículo en el tiempo t , tal que $a(i, t)$ tiene predecesor. La posición del vehículo $a(i, t)$ es $x(i, t)$ y la célula que lo representa es $r_{a(i,t)} = r_j$, es decir, $x(i, t) = j$; la posición de $a(i+1, t)$ es $x(i+1, t)$ y la célula que lo representa es $r_{a(i+1,t)} = r_k$, es decir, $x(i+1, t) = k$. La brecha entre $a(i, t)$ y $a(i+1, t)$ es la distancia entre ambos vehículos, que se calcula como el número de células vacías entre $a(i, t)$ y $a(i+1, t)$.

Es decir, si $d(i, t)$ representa la brecha entre ambos vehículos en el tiempo t se tiene que:

$$d(i, t) = \begin{cases} x(i+1, t) - x(i, t) - 1 & \text{Si } x(i+1, t) > x(i, t) \quad (i) \\ x(i+1, t) - x(i, t) + (l-1) & \text{Si } x(i+1, t) < x(i, t) \quad (ii) \end{cases} \quad (2.2)$$

2.4.1. Reglas del Modelo Na - Sch

Definición 14. En cada paso discreto de tiempo t a $t+1$ la actualización del sistema se ejecuta de manera síncrona para todos los vehículos de acuerdo con las siguientes cuatros reglas del modelo Na - Sch:

1. Aceleración

$$v(i, t+1) = \min[v(i, t) + 1, v_{max}]$$

2. Desaceleración debido a la interacción con otros vehículos

$$v(i, t+1) = \min[v(i, t), d(i, t)]$$

3. Aleatoriedad

$$v(i, t+1) = \max[v(i, t) - 1, 0], \text{ con probabilidad } p$$

4. Movimiento

$$x(i, t + 1) = x(i, t) + v(i, t + 1)$$

La **Regla 1** refleja la tendencia de los conductores a manejar tan rápido como les sea posible siempre y cuando no se exceda el desplazamiento máximo permitido; la **Regla 2** cumple la función de evitar choques entre los vehículos al calcular la brecha a la que se encuentran los vehículos unos de otros.

La aleatoriedad de la **Regla 3** toma en cuenta distintas reacciones de los conductores individuales ante un estímulo externo que los obliga a disminuir su desplazamiento aleatoriamente, la cual da origen a la formación espontánea de congestionamientos de tránsito vehicular.

Si la aleatoriedad estocástica $p = 0$ entonces el modelo se conoce como *Modelo Na - Sch Determinístico*; por último la **Regla 4** mueve cada vehículo hacia adelante con el desplazamiento calculado hasta la **Regla 3**.

De esta forma, utilizando lo dicho en la observación 2 acerca de la analogía entre un modelo de flujo de tránsito vehicular y un Autómata Celular, la definición 14 de las reglas del Modelo Na - Sch y de acuerdo con la definición 5 de Autómata Celular se tiene que:

Definición 15. Dados los parámetros: longitud de la vía en células l , desplazamiento máximo permitido para todos los vehículos v_{max} y la probabilidad de frenado estocástica de los vehículos p , el Autómata Celular de lattice homogénea del Modelo Na - Sch es una cuatro tupla $AC = (\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ tal que:

1. \mathcal{L} es una lattice homogénea 1 - dimensional, compuesta por l células, con condiciones de frontera las cuales pueden ser abiertas o periódicas.
2. $\mathcal{S} = \{\varphi, 0, 1, 2, \dots, v_{max}\} \subset (\mathbb{Z} \cup \{\varphi\})$ es un conjunto finito de estados, donde φ representa al estado de una célula vacía y los demás elementos son los estados de células que representan vehículos a un desplazamiento $v \in \{0, 1, \dots, v_{max}\}$.
3. $\mathcal{N} = \{\mathcal{N}(r) \mid r \in \mathcal{L}\}$, es el conjunto de vecindades de cada célula r en el tiempo t tal que:

$$\mathcal{N}(r) = \begin{cases} \phi & Si \ r = \varphi \\ \mathcal{E}_1 = \{e_1, e_2, \dots, e_{d(i,t)} \mid e_k = \varphi\} & Si \ r = r_{a(i,t)} \wedge \exists a(i+1, t), k \in \{1, 2, \dots, d(i, t)\} \\ \mathcal{E}_2 = \{e_1, e_2, \dots, e_{v_{max}} \mid e_k = \varphi\} & Si \ r = r_{a(i,t)} \wedge \nexists a(i+1, t), k \in \{1, 2, \dots, v_{max}\} \end{cases}$$

La vecindad de la célula será vacía si dicha célula no contiene a ningún vehículo o será un conjunto \mathcal{E}_1 de las células vacías entre el vehículo que representa y su predecesor. En caso de que dicho vehículo no tuviera predecesor, es suficiente si la vecindad de esa célula se iguala con un conjunto \mathcal{E}_2 de células vacías tal que $\|\mathcal{E}_2\| = v_{max}$.

4. f es la función de transición definida por:
 - 4.1 $v(i, t + 1) = \min[v(i, t) + 1, v_{max}]$
 - 4.2 $v(i, t + 1) = \min[v(i, t), d(i, t)]$
 - 4.3 $v(i, t + 1) = \max[v(i, t) - 1, 0]$ con probabilidad p
 - 4.4 $x(i, t + 1) = x(i, t) + v(i, t + 1)$

Cada paso discreto de tiempo corresponde a $\approx 1s$ de tiempo real para $v_{max} = 5$ células / unidad de tiempo. Los vehículos tendrán desplazamientos que son múltiplos de 1 célula / segundo que corresponde a 27 km / h por lo que; por ejemplo, $v_{max} = 5$ corresponde a 135 km / h.

2.4.2. Diagrama Fundamental : Densidad y Flujo

Para el modelo Na - Sch definido sobre una Lattice \mathcal{L} 1 - dimensional finita de células con condiciones de frontera periódica, el número total de vehículos N del sistema no cambia durante la dinámica del sistema; por lo que se define la densidad vehicular del sistema como:

$$\rho = \frac{N}{l} \quad (2.3)$$

Sin embargo, el flujo de tránsito vehicular real, al igual que en simulaciones utilizando condiciones de frontera abierta, no se obtiene el valor de la densidad vehicular mediante esta medición, dado que en el caso real el número de vehículos aumenta o disminuye en distintas secciones de la vía, mientras que en el caso de las simulaciones con frontera abierta, el número total de vehículos cambia con el tiempo.

Por esto una aproximación más realista define la densidad vehicular sobre una célula $r_j \in \mathcal{L}$, que ocupa un sitio j en la Lattice, promediando para un período de tiempo T , es decir:

2.4. Modelo Na-Sch para el Flujo de Tránsito Vehicular

$$\rho = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+t} n(j, t) \quad (2.4)$$

Donde:

$$n(j, t) = \begin{cases} 0 & \text{Si } r_j = \varphi \\ 1 & \text{Si } r_j \neq \varphi \end{cases}$$

De igual manera, se define el flujo Φ como el número de vehículos que atraviesan una célula de la Lattice, promediando para un período de tiempo T , esto es:

$$\Phi = \frac{1}{T} \sum_{t=t_0+1}^{t_0+t} n(j \rightarrow j+1, t) \quad (2.5)$$

Donde:

$$n(j \rightarrow j+1, t) = \begin{cases} 1 & \text{Si se detecta el movimiento de un vehículo entre las células } r_j \text{ y } r_{j+1} \\ 0 & \text{En cualquier otro caso} \end{cases}$$

Se pueden realizar simulaciones y medir resultados de estas cantidades variando el valor del parámetro de densidad vehicular en la vía, ρ y registrando los valores respectivos de ρ y Φ . A la gráfica que resulta de la relación del flujo Φ con la densidad ρ se le denomina *diagrama fundamental*.

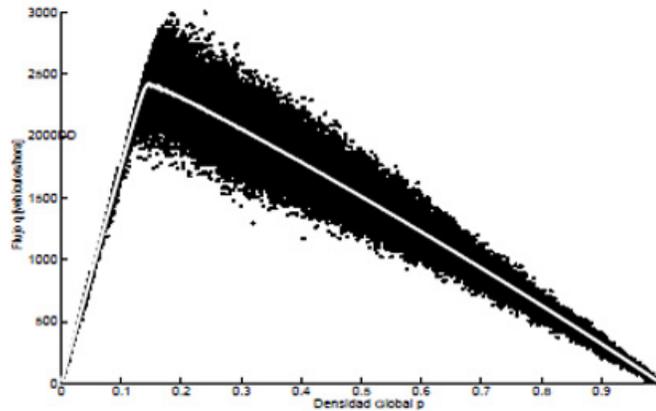


Figura 2.2: Diagrama Fundamental del flujo de tránsito vehicular vs la densidad vehicular en una vía .

2.5. Modelo K.S.S.S. para el Flujo de Tránsito Vehicular

Además del diagrama fundamental, otro diagrama típico en los modelos de flujo de tránsito vehicular es el diagrama de espacio - tiempo, que se muestra en la siguiente figura, en donde cada fila de la gráfica representa la posición de todos los vehículos sobre la vía moviéndose hacia la derecha en un tiempo dado.

Al observar filas sucesivas de la gráfica se puede observar la trayectoria de dichos vehículos sobre la vía a lo largo del tiempo. El color blanco representa espacios sin vehículos, el color verde representa vehículos moviéndose a desplazamientos cercanos al máximo.

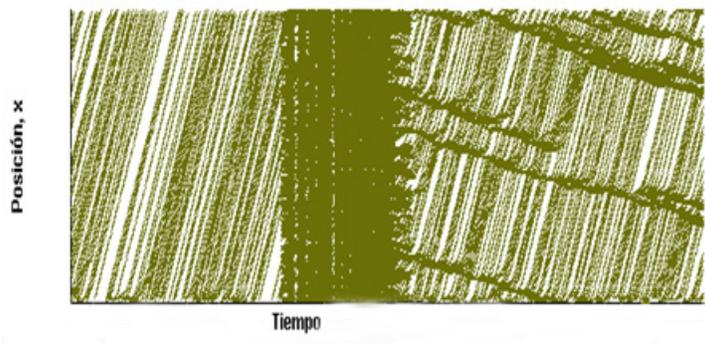


Figura 2.3: Diagrama Espacio - Tiempo.

2.5. Modelo K.S.S.S. para el Flujo de Tránsito Vehicular

El modelo Knospe, Santen, Schadschneider & Schreckenberg (K.S.S.S.) es análogo al modelo Na - Sch, fue creado en el año 2000 y se basa en la suposición de que los conductores tendrán una estrategia para conducir sus vehículos que abarca los siguientes cuatro aspectos, basados en las brechas existentes entre los vehículos consecutivos:

1. Para brechas grandes, los vehículos se mueven con su desplazamiento máximo v_{max} , sin considerar las fluctuaciones del flujo vehicular.
2. Para brechas intermedias, los conductores reaccionan a cambios de desplazamiento del vehículo predecesor, esto es a través de sus luces de frenado, que se encienden cuando un vehículo reduce su desplazamiento

por causa de pisar el pedal de frenado del vehículo y se apagan cuando este pedal se suelta.

3. Para brechas cortas, los conductores ajustan su desplazamiento de tal forma que los vehículos se mantendrán a una distancia segura para evitar colisiones, tal como se hace en el modelo Na - Sch.
4. La aceleración de los vehículos sufre aleatoriamente un retardo para los vehículos con desplazamiento 0 y directamente después de eventos de frenado.

Para diferenciar entre una brecha grande, una intermedia y una corta, el modelo utiliza un parámetro $h \in \mathbb{Z}^+$ que define el rango de interacción de un vehículo con las luces de frenado de su vehículo predecesor, este parámetro es utilizado para comparar el tiempo t_h requerido para que el vehículo alcance la posición de su predecesor con un horizonte de interacción temporal t_s que depende del desplazamiento del vehículo.

Es decir, si para el tiempo t el vehículo $a(i+1, t)$ está dentro del horizonte de interacción t_s de $a(i, t)$ entonces $t_h < t_s$ y por lo tanto la brecha se considera **intermedia**. Si por otro lado, el vehículo $a(i+1, t)$ está más allá del horizonte t_s de $a(i, t)$ entonces la brecha se considera **grande** y las luces de frenado de $a(i+1, t)$ no interfieren con los cambios de desplazamiento de $a(i, t)$.

Una brecha se considera **corta** cuando un vehículo frena debido a su propio desplazamiento y a la distancia que lo separa de su predecesor tal como sucede en el modelo Na - Sch; por otra parte del modelo K.S.S.S. discretiza el espacio de manera más fina a comparación del modelo Na - Sch, utilizando vehículos con longitud igual a 5 células.

La introducción de estas nuevas condiciones y conceptos obligan a re definir aquellos conceptos utilizados en el modelo Na - Sch para poder definir otros; a partir de la definición 10 de vehículo en un modelo de flujo de tránsito vehicular con Autómata Celulares tenemos que: **Definición 16.** Sea

$AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular; diremos que el vehículo i -ésimo en el tiempo t , $a(i, t)$, $i \in \{1, \dots, N\}$, corresponde con un grupo de $s = 5$ células contigua $\{r_1, r_2, \dots, r_s\} \subset \mathcal{L}$, siendo N el número de vehículos del modelo sobre \mathcal{L} en el tiempo t .

Dado que un sólo vehículo ocupa varias células de la Lattice, es necesario diferenciar entre ellas, las dos células principales en un vehículo son la trasera y la delantera, quedando definidas de la siguiente manera:

Definición 17. Sea $AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular y un vehículo $a(i, t)$ en \mathcal{L} en el tiempo t . $a(i, t)$ se componen de las células $\{r_1, r_2, \dots, r_s\}$. r_1 será la **célula trasera** de $a(i, t)$ mientras que r_s será la **célula frontal** del mismo vehículo.

Dada la definición 13 para la brecha entre un vehículo y su predecesor, se tiene que:

Definición 18. Sea $AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular y un vehículo $a(i, t)$ en \mathcal{L} en el tiempo t , tal que $a(i, t)$ tiene predecesor. La posición del vehículo $a(i, t)$ que corresponde con la célula $r_s = r_{j_s}$ es $x(i, t) = j_s$, la posición de la célula frontal de $a(i, t)$. La posición del vehículo $a(i + 1, t)$ que corresponde con la célula $r_s = r_{k_s}$ es $x(i + 1, t) = k_s$, la posición de la célula frontal de $a(i + 1, t)$.

La brecha entre $a(i, t)$ y $a(i + 1, t)$ es la distancia entre ambos vehículos, que se calcula como el número de células vacías entre $a(i, t)$ y $a(i + 1, t)$, es decir si $d(i, t)$ representa a la brecha entre ambos vehículos, queda definida de la siguiente manera:

$$d(i, t) = \begin{cases} x(i + 1, t) - x(i, t) - s & \text{Si } x(i + 1, t) > x(i, t) & (i) \\ x(i + 1, t) - x(i, t) - s + l & \text{Si } x(i + 1, t) < x(i, t) & (ii) \end{cases}$$

Para el caso (i) donde $x(i + 1, t) > x(i, t)$ lo que implica que la célula frontal de $a(i + 1, t)$ se encuentra después de la célula frontal de $a(i, t)$ en la Lattice, sucede siempre para la Lattice con frontera abierta y en la mayoría de los casos de frontera periódica.

Para el caso (ii) donde $x(i + 1, t) < x(i, t)$ lo que implica que la célula frontal de $a(i + 1, t)$ se encuentra antes de la célula frontal de $a(i, t)$ en la Lattice, lo cual sucede siempre para la Lattice con frontera periódica para $a(i, t) = a(N, t)$ que es el último vehículo de la Lattice y $a(i + 1, t) = a(1, t)$ que es el primer vehículo dentro de la Lattice.

Como podemos inferir de la definición 1 de Lattice, el conjunto de estados \mathcal{S} a partir del cual las células toman sus valores no necesariamente está compuesto por números (en el caso del modelo Na - Sch solamente se necesita que los estados de las células se compongan por un número entero que indique el desplazamiento del vehículo que dicha célula representa o un elemento φ que nada impide ser igualado a un número entero considerado inválido por ejemplo para indicar un desplazamiento válido de algún vehículo).

De esta forma será válido hacer $\mathcal{S} \subset \mathcal{T}^u$, de tal forma que los elementos de \mathcal{S} sean u tuplas, donde cada elemento de dicha tupla represente una característica de la célula; todo esto permitirá en los autómatas celulares que modelan el flujo de tránsito vehicular que las células no solamente contengan la información del desplazamiento del vehículo al cual representan, sino también información adicional sobre dicho vehículo. En este caso \mathcal{T} representa el conjunto base a partir del cual cada elemento de una u tupla toma su valor, sería válido si $\mathcal{T} \subset \mathbb{Z}$.

En el modelo K.S.S.S. esta última observación resulta útil para indicar en cada célula no solamente el desplazamiento que lleva un vehículo, sino también el estado de las luces de frenado de dicho vehículo, si están encendidas o apagadas.

Definición 19. Sea $AC = (\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular que modela el flujo de tránsito vehicular, tal que $\mathcal{S} \subset \mathcal{T}^2$, \mathcal{T} será el conjunto base a partir del cual los elementos de las 2 tuplas del conjunto \mathcal{S} tomarán sus valores. De esta forma, las células $r \in \mathcal{L}$ que representen un vehículo cualquiera $a(i, t)$ en el tiempo t para el modelo K.S.S.S. tendrán como estados a los elementos de \mathcal{S} : $r = s \in \mathcal{S} \therefore r = (s_1, s_2)$.

$s_1 \in \mathcal{T}$ representará el desplazamiento del vehículo y $s_2 \in \mathcal{T}$ representará el estado de las luces de frenado del vehículo. Si r representa un espacio vacío en la vía entonces $r = (\varphi, \varphi)$.

Definición 20. Sea $AC = (\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular que modela el flujo de tránsito vehicular, tal que los vehículos de dicho modelo son representados por células cuyos estados son tomados del conjunto $\mathcal{S} \subset \mathcal{T}^2$, como en la definición anterior, siendo $a(i, t)$ un vehículo en el tiempo t . El *estado de las luces de frenado* de $a(i, t)$ está dado por:

$$b(i, t) = \begin{cases} 0 & \text{Si las luces de frenado están apagadas} \\ 1 & \text{Si las luces de frenado están encendidas} \end{cases}$$

Otros conceptos importantes para el modelo K.S.S.S. hacen referencia a los horizontes temporales con los cuales interactúan dos vehículos consecutivos, los cuales son definidos a continuación.

Definición 21. Sea $AC = (\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular que modela el flujo de tránsito vehicular y $a(i, t)$ un vehículo en el tiempo t tal que $a(i, t)$

tiene predecesor. El **tiempo de alcance al predecesor** t_h de $a(i, t)$ está definido como:

$$t_h(i, t) = \frac{d(i, t)}{v(i, t)}$$

Con lo que tenemos que de seguir al mismo desplazamiento y si el predecesor se mantuviera estático, $a(i, t)$ alcanzará a su predecesor en $t_h(i, t)$ unidades de tiempo. El **horizonte de interacción temporal** con su predecesor para $a(i, t)$ esta dado por:

$$t_s(i, t) = \min[v(i, t), h]$$

Lo que nos indica que el vehículo $a(i, t)$ interactua con su predecesor siempre y cuando $a(i, t)$ se encuentre a $t_s(i, t)$ unidades de tiempo del mismo. De [9] se sabe que el horizonte de interacción t_s entre un vehículo y su predecesor es temporal y no espacial.

En el modelo K.S.S.S. el parámetro aleatorio p para la probabilidad de frenado de un vehículo $a(i, t)$ en el tiempo t puede tomar uno de los siguientes tres valores: p_0, p_d, p_b , dependiendo de su desplazamiento $v(i, t)$ y del estado de las luces de frenado $b(i, t)$ del vehículo predecesor $a(i + 1, t)$.

Definición 22. El parámetro aleatorio p para la probabilidad de frenado se define por:

$$p = p(v(i, t), b(i + 1, t)) = \begin{cases} p_0 & \text{Si } v(i, t) \text{ es } 0 \\ p_d & \text{Si } b(i + 1, t) = 1 \wedge t_h < t_s \\ p_b & \text{En cualquier otro caso} \end{cases}$$

Donde:

- p_0 : Representa la probabilidad de frenado estocástico cuando un vehículo se encuentre completamente detenido.
- p_b : Representa la probabilidad de frenado estocástico debido a la interacción con las luces de frenado del vehículo predecesor.
- p_d : Representa la probabilidad de frenado estocástico en cualquier otro caso.

2.5.1. Reglas del Modelo K.S.S.S.

Definición 23. En cada paso discreto de tiempo t a $t + 1$ la actualización del sistema se lleva acabo de manera síncrona para todos los vehículos de acuerdo con las siguientes cinco reglas:

1. Determinación del parámetro aleatorio p (probabilidad de frenado)

$$p = p(v(i, t), b(i + 1, t)) = \begin{cases} p_0 & \text{Si } v(i, t) \text{ es } 0 \\ p_d & \text{Si } b(i + 1, t) = 1 \wedge t_h < t_s \\ p_b & \text{En cualquier otro caso} \end{cases}$$

2. Aceleración

$$\text{Si } (b(i + 1, t) = 0 \wedge b(i, t) = 0) \vee (t_h(i, t) \geq t_s(i, t))$$

$$\text{Entonces } v(i, t + 1) = \min[v(i, t) + 1, v_{max}]$$

3. Regla de frenado de Na - Sch

$$v(i, t + 1) = \min[d^{eff}(i, t), v(i, t)]$$

$$\text{Si } v(i, t + 1) < v(i, t)$$

$$\text{Entonces } b(i, t + 1) = 1$$

4. Aleatoriedad, frenado con probabilidad p

$$v(i, t + 1) = \max[v(i, t) - 1, 0]$$

$$\text{Si } (p = p_b)$$

$$\text{Entonces } b(i, t) = 1$$

5. Actualización de la posición

$$x(i, t + 1) = x(i, t) + v(i, t + 1)$$

Como se puede observar en la regla 3 del modelo, la brecha $d(i, t)$ para los vehículos no se usa directamente y en lugar de ella se utiliza un valor llamado brecha efectiva $d^{eff}(i, t)$, la cual considera efectos anticipativos [22, 3], por lo que es necesario definirla.

Definición 24. Sea $AC = (\mathcal{L}, S, \mathcal{N}, f)$ un Autómata Celular que modela el flujo de tránsito vehicular y $a(i, t)$ un vehículo en el tiempo t tal que $a(i, t)$ tiene predecesor. La **brecha efectiva** entre $a(i, t)$ y $a(i + 1, t)$ está definida por:

$$d^{eff}(i, t) = d(i, t) + \max[v^{anti}(i + 1, t) - brecha_{seguridad}, 0]$$

Donde:

- $v^{anti}(i+1, t) = \min[d(i+1, t), v(i+1, t)]$: es el desplazamiento esperado que tendrá el vehículo predecesor en el siguiente paso discreto de tiempo.
- $brecha_{seguridad}$: es el parámetro que controla la efectividad de la anticipación.

Observación 5. Para $v^{anti}(i, t)$ se usa el desplazamiento de $v(i + 1, t)$ en el tiempo t no en $t + 1$, pues se trata del desplazamiento esperado de $a(i + 1, t)$ con respecto a la brecha entre $a(i + 1, t)$ y $a(i + 2, t)$ su propio predecesor, esta vez utilizando la brecha de la definición 18, como se haría en forma análoga en el modelo Na - Sch para calcular la brecha entre dos vehículos consecutivos.

La **Regla 1** calcula el valor del parámetro aleatorio p de la definición 22, para un vehículo en reposo $p = p_0$; si las luces de frenado del vehículo $a(i + 1, t)$ están encendidas y si éste se encuentra dentro del horizonte de interacción del vehículo $a(i, t)$ entonces $p = p_b$, en cualquier otro caso $p = p_d$.

La **Regla 2** aumenta el desplazamiento del vehículo en una unidad, siempre que no haya alcanzado su desplazamiento máximo, el vehículo no acelera si sus propias luces de frenado están encendidas o si las luces de frenado de su predecesor están encendidas y el vehículo predecesor se encuentra dentro del horizonte de interacción del vehículo.

La **Regla 3** ajusta el desplazamiento del vehículo de acuerdo a su brecha efectiva; la **Regla 4** reduce el desplazamiento del vehículo en una unidad con cierta probabilidad obtenida en la Regla 1. Si el vehículo frenó debido a las luces de frenado de su predecesor entonces sus propias luces de frenado también se encienden. Finalmente la **Regla 5** actualiza la posición del vehículo.

De esta manera, tomando en cuenta la analogía entre un modelo de flujo de tránsito vehicular y un Autómata Celular, de acuerdo con las reglas del modelo K.S.S.S. así como con la definición de un Autómata Celular, podemos definir lo siguiente:

Definición 25. Dados los parámetros: longitud de la vía en células l , el desplazamiento máximo permitido para todos los vehículos v_{max} , el rango de interacción entre dos vehículos consecutivos h , la brecha de seguridad para evitar colisiones $brecha_{seguridad}$ y el parámetro de frenado aleatorio que puede tomar los valores p_0, p_b o p_d , el Autómata Celular de Lattice homogénea del modelo K.S.S.S. es una cuatro tupla $AC = (\mathcal{L}, \mathcal{S}, \mathcal{N}, f)$ de tal forma que:

1. \mathcal{L} : es una Lattice homogénea 1 - dimensional finita compuesta por l células con condiciones de frontera ya sea abiertas o periódicas.
2. $\mathcal{S} = \{(\varphi, \varphi), (0, 0), (0, 1), (1, 1), (2, 0), (2, 1), \dots, (v_{max}, 0), (v_{max}, 1)\} \subset \mathcal{T}^2 \subset (\mathbb{Z} \cup \{\varphi\})^2$ es el conjunto finito de estados, donde (φ, φ) representa al estado de una célula vacía y los demás elementos son los estados de las células que representan vehículos a un desplazamiento $v \in \{0, 1, \dots, v_{max}\}$ y luces de frenado ya sea apagadas o encendidas.

Sin olvidar que según la definición 16 de un vehículo en el modelo K.S.S.S. el vehículo $a(i, t)$ ocupa más de una célula y por lo tanto las distintas células que ocupa el vehículo tienen el mismo estado, es decir, se mueven al mismo desplazamiento y tienen el mismo estado de las luces de frenado y son contiguas.

3. $\mathcal{N} = \{\mathcal{N}(r) \mid r \in \mathcal{L}\}$: es el conjunto de vecindades de cada célula r en el tiempo t tal que:

$$\mathcal{N}(r) = \begin{cases} \phi & \text{Si } r = \varphi \\ \mathcal{E}_1 = \{e_1, e_2, \dots, e_{d(i,t)} \mid e_k = \varphi\} & \text{Si } r = r_{a(i,t)} \wedge \exists a(i+1, t), k \in \{1, 2, \dots, d(i, t)\} \\ \mathcal{E}_2 = \{e_1, e_2, \dots, e_{v_{max}} \mid e_k = \varphi\} & \text{Si } r = r_{a(i,t)} \wedge \nexists a(i+1, t), k \in \{1, 2, \dots, v_{max}\} \end{cases}$$

La vecindad de la célula será vacía si dicha célula no contiene a ningún vehículo o será un conjunto \mathcal{E}_1 de las células vacías entre el vehículo que representa y su predecesor, todo esto según la definición 18 de brecha. En caso de que dicho vehículo no tuviera predecesor, es suficiente si la vecindad de esa célula se iguala con un conjunto \mathcal{E}_2 de células vacías tal que $\|\mathcal{E}_2\| = v_{max}$.

4. f es la función de transición definida por:

$$4.1 \quad p = p(v(i, t), b(i+1, t))$$

$$4.2 \quad \text{Si } (b(i+1, t) = 0 \wedge b(i, t) = 0) \vee (t_h(i, t) \geq t_s(i, t))$$

$$\text{Entonces } v(i, t+1) = \min[v(i, t) + 1, v_{max}]$$

$$4.3 \quad v(i, t+1) = \min[d^{eff}(i, t), v(i, t)]$$

2.6. Conclusiones

Si $v(i, t + 1) < v(i, t)$

Entonces $b(i, t + 1) = 1$

$$4.4 \quad v(i, t + 1) = \max[v(i, t) - 1, 0]$$

Si ($p = p_b$)

Entonces $b(i, t) = 1$

$$4.5 \quad x(i, t + 1) = x(i, t) + v(i, t + 1)$$

Tomando en cuenta los valores que en el modelo Na - Sch se dan para los parámetros y las modificaciones al mismo modelo K.S.S.S., los parámetros toman otros valores; la longitud de cada célula representa 1.5 m, que con cada paso discreto de tiempo de ≈ 1 s, equivale por cada célula a una velocidad de 5.4 km / h.

Esto a su vez se traduce en un valor para la aceleración de $\approx 1 \text{ m/s}^2$, que puede considerarse confortable, cada vehículo tiene una longitud de $s = 5$ células que es equivalente a 7.5m, lo que representa la longitud de un vehículo más la brecha con su predecesor en un congestionamiento, como en el modelo Na - Sch, para el desplazamiento máximo se tiene un valor de $v_{max} = 20$ células / unidad de tiempo que es equivalente a 108 km / h.

Para el parámetro h que describe el horizonte por arriba del cual un vehículo no es influenciado por las luces de frenado de su predecesor, es un rango temporal y no uno espacial como podría pensarse, para el caso de éste modelo $h = 6$ s que corresponde con un horizonte máximo a un desplazamiento máximo v_{max} de $6 \text{ s} \times 20 \text{ células / s}$, es decir a 180 m. Los valores para la $brecha_{seguridad} = 7$, $p_0 = 0.5$, $p_b = 0.94$ y $p_d = 0.1$.

2.6. Conclusiones

Al realizar el estudio del flujo de tránsito vehicular con un enfoque microscópico se hace uso a su vez de un autómata celular que es un sistema matemático determinista discreto en tiempo y espacio, que permite ver la interacción local entre los individuos llamados células y se ve el comportamiento general del sistema, al observar el comportamiento del fenómeno se obtiene la relación entre las tres variables principales del tránsito vehicular: densidad, desplazamiento y flujo, su forma gráfica es conocida como diagramas fundamentales los cuales muestran la relación

2.6. Conclusiones

existente entre dichas variables, cuando la densidad aumenta el flujo también aumenta, cuando el flujo es muy bajo, existe poca relación entre los vehículos individuales, otro diagrama que se muestra es el espacio - tiempo que son las posiciones que cada uno de los vehículos va utilizando en un periodo t en el carril. Los modelos de Nagel - Schreckenberg así como el modelo K.S.S.S. son las primeras aproximaciones para el flujo de tránsito vehicular en un solo carril y en dos carriles respectivamente ambos considerando tránsito homogéneo (tipos de vehículos iguales), haciendo uso de brechas de seguridad para evitar choques así como de luces de frenado en el caso del modelo K.S.S.S, los cuales sirven como base para proponer el modelo del presente trabajo en el cual se incorporan diferentes tipo de vehículos, obstáculos en la autopista así como hacer dinámico el número de carriles que puede llegar a tener la autopista.

Capítulo 3

Estado del arte

3.1. Historia del Modelado del tránsito vehicular y el impacto que tiene en la sociedad.

El interés en el tema de la dinámica del tránsito vehicular tiene tiempo siendo estudiado, en 1935 Greenshields ya había realizado estudios sobre el tema, en la década de los cincuentas se publicó del tema en revistas de investigación de operaciones e ingeniería, destacando el diagrama fundamental mostrando la relación entre el flujo de tránsito y la densidad vehicular o la estabilidad del flujo de tránsito, considerado el diagrama representativo del flujo de tránsito vehicular. Esta razón llegó a ser comprendida a través de la siguiente cita de H. Greenberg en 1959:

“El volumen del tránsito vehicular en los últimos años ha superado la capacidad de las carreteras de la nación, ha llegado a ser cada vez más necesario entender la dinámica del flujo de tránsito y obtener una descripción matemática del proceso”

Más de cuarenta años después, la situación se da deteriorado mucho, muchas ciudades como México, Los Ángeles y San Francisco sufren de congestión de tránsito vehicular pesado todo el día, en Europa por ejemplo, el tiempo que los conductores pasan detenidos en el congestionamiento del tránsito acumula varios días cada año, durante la temporada vacacional, el congestionamiento puede tener una longitud de 100 kilómetros en algunas de las autopistas más transitadas en cualquiera de estas ciudades, las emisiones vehiculares de SO_2 , NO , CO , CO_2 , partículas de polvo, smog, el ruido han alcanzado o incluso excedido un nivel comparable con aquellos de producción industrial, siendo perjudiciales para el medio ambiente y la salud humana.

En promedio, cada conductor está inmerso en un accidente durante su tiempo de vida, en Alemania por ejemplo los daños financieros debido al tránsito vehicular por accidentes e impactos en el medio ambiente está estimada en

3.2. *Sistemas Multipartículas dirigidos*

100 billones de dólares cada año, la pérdida económica debido a la congestión de tránsito es del mismo orden y magnitud. Sin embargo, el volumen de tránsito está creciendo continuamente porque la demanda para la movilidad y logística actual así lo requiere.

Sin duda alguna, un sistema de transporte eficiente es esencial para el funcionamiento y éxito de las sociedades modernas industrializadas, cuando las autopistas eran caminos fluidos ya son tiempo pasado, opuesto al incremento de problemas de tránsito individual, con ello llegan las siguientes preguntas: ¿Todavía es posible y aceptable expandir la infraestructura existente? ¿Los conductores aún comprarán automóviles en vista de que las calles se están convirtiendo en estacionamientos? son por estas razones por las cuales las empresas automovilísticas se han empezado a preocupar acerca de su propio futuro y decidieron invertir en investigación sobre la dinámica del tránsito vehicular y la pregunta de cómo la infraestructura disponible puede ser usada más eficientemente con las nuevas tecnologías (Telemática).

Durante este tiempo, investigadores Físicos estuvieron motivados en pensar acerca de como la Física podría contribuir al campo de la dinámica del tránsito vehicular, de manera conjunta Matemáticos y Químicos de entre los cuales se encontraban algunos pioneros del tema como Whitham, Prigogine, Montroll y Kühne, las principales actividades iniciaron en 1992 y 1993 con las publicaciones de Bham (1992) Nagel y Schreckenberg (1992) así como de Kerner y Konhäuser (1993), la cuales fueron detonantes para iniciar un gran interés en publicar referente al tema en varias revistas de física internacionales.

3.2. Sistemas Multipartículas dirigidos

Un gran reto para la Física es la dinámica y formación de patrones en sistemas alejados del equilibrio, especialmente los sistemas vivos [35] los sistemas que no están en equilibrio se caracterizan por no ser cerrados, es decir, por tener un intercambio de energía, partículas y/o información con su entorno, consecuentemente con frecuencia muestran comportamiento complejo y normalmente no hay resultados generales tales como las leyes de la Termodinámica y Mecánica Estadística para sistemas cerrados de gases, fluidos o sólidos en equilibrio.

3.2.1. Mecánica Clásica, Fluidos y Medios Granulares

La ecuación de movimiento de Newton para la Mecánica Clásica, la cual describe la aceleración $\ddot{x}_\alpha(t)$ de un cuerpo α de masa m_α sujetos a un par de interacciones con otros cuerpos β :

$$m_\alpha \ddot{x}_\alpha(t) = \sum_{\beta(\neq\alpha)} F_{\alpha\beta}(t) \quad (3.1)$$

Las fuerzas de interacción $F_{\alpha\beta}(t)$ son en su mayoría dependientes en las locaciones $x_\alpha(t)$ y $x_\beta(t)$ de la interacción de cuerpos α y β en el tiempo t . Con frecuencia, dependen únicamente del vector de distancia $d_{\alpha\beta} = (x_\beta - x_\alpha)$, pero en casos especiales, también son funciones de velocidad $v_\alpha(t) = \dot{x}_\alpha(t)$ y $v_\beta(t) = \dot{x}_\beta(t)$. Para las fuerzas potenciales, los sistemas multicuerpos pueden ser caracterizados por una función de Hamilton, un ejemplo típico es la descripción del movimiento de los cuerpos celestes.

En sistemas de multicuerpos tales como fluidos bajo la influencia de gradientes de presión y las fuerzas límite o medios granulares como la arena, se tienen que considerar las interacciones adicionales con el entorno, por lo que es necesario incorporar términos adicionales. Se trata de las fuerzas motrices $F_0(x, t)$ debido a las interacciones límite y los campos eléctricos o gravitacionales, (deslizamiento) fuerzas de fricción $F_{fr}(t) = -\gamma_\alpha v_\alpha(t)$ con el coeficiente de fricción γ_α , y las fluctuaciones individuales $\zeta_\alpha(t)$ que refleja la interacción térmica con el entorno (aire) o una variación de la estructura de la superficie de las partículas:

$$m_\alpha \ddot{x}_\alpha(t) = F_0(x_\alpha(t), t) - \gamma_\alpha v_\alpha(t) + \sum_{\beta(\neq\alpha)} F_{\alpha\beta}(t) + \zeta_\alpha(t) \quad (3.2)$$

De lo microscópico, de la ecuación de tipo de dinámica molecular, uno puede sistemáticamente derivar lo macroscópico, las ecuaciones de dinámica de fluidos para la evolución espacio temporal de la densidad de la partícula, la densidad momentánea o el desplazamiento promedio y la densidad de energía o varianza en el desplazamiento (relacionada a la temperatura). En los sistemas de manejo, la competencia existente entre las fuerzas de manejo y las fuerzas de fricción disipativas llevan a una redistribución espacio temporal de la energía, lo cual produce una gran variedad de fenómenos auto organizados, esto resulta de no linealidades en la ecuación de movimiento, que

3.3. Sistemas multipartículas auto dirigidos

permite que pequeñas perturbaciones iniciales sean mayores y los patrones que no están en equilibrio se estabilicen dinámicamente.

En los fluidos se puede encontrar información de ondas o vórtices¹, escenarios de bifurcación como comportamiento de doble periodo, la ruta al caos Ruelle Takens Newhouse², o turbulencia, dependiendo de las condiciones de frontera de las partículas [25]. En este estudio, es importante saber que la turbulencia normalmente requiere sistemas de tres o más dimensiones, lo cual no se espera que aparezca en un vehículo de una o dos dimensiones así como en el tránsito peatonal.

Sin embargo, el mecanismo de inestabilidad para la explicación de la transición sub crítica a turbulencia en el experimento de Hagen Poiseuille [8] pueden ser relevante a sistemas de tránsito, como es mencionado por Krug [10], en medios granulares vibrantes se puede encontrar patrones de convección emergentes [6] estados oscilantes colectivos (llamados también oscilones, [44]) segregación espontanea de diferentes materiales granulares [38]o críticamente auto organizados con leyes de potencia distribuidas [2].

A pesar de las diferencias entre los flujos de fluidos, medios granulares, vehículos o peatones, así como a las diferentes leyes de conservación y términos de conducción, se pueden aplicar aproximaciones metodológicas similares, por ejemplo:

1. Microscópico, Modelos de Dinámica Molecular.
2. Autómata Celular Lattice Gas (LGCA) o Autómatas Celulares.
3. Modelos de Gas Cinético.
4. Modelos de Dinámica de Fluidos.

3.3. Sistemas multipartículas auto dirigidos

En los sistemas multipartículas auto dirigidos, la fuerza de impulso no es de origen externo, pero esta asociada con cada partícula y se auto

¹Un vórtice es un flujo turbulento en rotación espiral con trayectorias de corriente cerradas. Como vórtice puede considerarse cualquier tipo de flujo circular o rotatorio que posee vorticidad. La vorticidad es un concepto matemático usado en dinámica de fluidos que se puede relacionar con la cantidad de circulación o rotación de un fluido.

²La ruta de Ruelle Takens Newhouse, consiste en un movimiento cuasi periódico que resulta desestabilizado por una perturbación periódica no lineal.

3.3. Sistemas multipartículas auto dirigidos

produce, para que se lleve a cabo esto se requiere que cada partícula tenga varios tipos de reserva de energía interna [42]. Las partículas auto dirigidas son un paradigma para varios sistemas activos o vivos, donde son una simplificación y una representación abstracta del comportamiento dinámico más importante de las células, animales o cualquier ser humano.

Dada la explicación anterior la ecuación 2 es generalizada, reemplazando la fuerza de impulso externa $F_0(x_\alpha, t)$ por una fuerza de impulso individual $F_\alpha^0(t)$, por lo tanto, la tercera ley de Newton $F_{\beta\alpha}(t) = -F_{\alpha\beta}(t)$ (acción = reacción) no necesariamente aplica para auto dirigido, auto propileo, motorizado o partículas activas, este cambio a la ecuación implicará varios fenómenos interesantes observados en la naturaleza, como por ejemplo en biológicos, tránsito vehicular o sistemas socio económicos.

Bajo este contexto, la masa m_α en varias ocasiones no está bien definida, por lo cual se hace necesario replantear la ecuación resultante en términos de cantidades escalares $F_\alpha^0(t) = \gamma_\alpha v_\alpha^0(t) e_\alpha^0(t)$, $\gamma_\alpha = m_\alpha / \tau_\alpha$, $F_{\alpha\beta}(t) = m_\alpha f_{\alpha\beta}(t)$ y $\xi_\alpha(t) = \gamma_\alpha \xi_\alpha(t)$, donde las aceleraciones $f_{\alpha\beta}(t)$, abusando del lenguaje con frecuencia son también llamadas fuerzas, resultando:

$$\frac{dv_\alpha(t)}{dt} = \frac{v_\alpha^0(t) e_\alpha^0(t) + \xi_\alpha(t) - v_\alpha(t)}{\tau_\alpha} + \sum_{\beta(\neq\alpha)} f_{\alpha\beta}(t) \quad (3.3)$$

De la ecuación anterior se puede observar que, con un tiempo de relajación de τ_α , el término de impulso $v_\alpha^0(t) e_\alpha^0(t) / \tau_\alpha$ y el término de fricción $-v_\alpha(t) / \tau_\alpha$ en conjunto llevan a una adaptación en tiempo exponencial del desplazamiento $v_\alpha(t)$ al desplazamiento deseado $v_\alpha^0(t)$ y la dirección deseada $e_\alpha^0(t)$ de movimiento. Sin embargo, existe disturbio por las fluctuaciones $\xi_\alpha(t)$ y las interacciones $f_{\alpha\beta}(t)$ con otras partículas β , es evidente que las fuerzas de atracción $f_{\alpha\beta}(t)$ conducirán a efectos de aglomeración, es por ello que se investigan sistemas con fugas o interacciones repulsivas en donde se pueden encontrar varios efectos.

Una simplificación más al modelo de ecuaciones se puede lograr en el límite sobreamortiguado $\tau_\alpha \approx 0$ de rápida relajación, en este caso y con las abreviaciones $v_{\alpha\beta}(t) = \tau_\alpha f_{\alpha\beta}(t)$, $\xi_\alpha(t) = v_\alpha^0(t) \mathcal{X}_\alpha(t)$, se obtiene la siguiente ecuación:

$$v_{\alpha}(t) = v_{\alpha}(t)e_{\alpha}(t) = v_{\alpha}^0(t)e_{\alpha}^0(t) + \sum_{\beta(\neq\alpha)} v_{\alpha\beta}(t) + \xi_{\alpha}(t) = v_{\alpha}^0(t) [e_{\alpha}^0(t) + \mathcal{X}_{\alpha}(t)] + \sum_{\beta(\neq\alpha)} v_{\alpha\beta}(t) \quad (3.4)$$

3.3.1. Fuerzas Sociales (Comportamiento)

El comportamiento humano con frecuencia parece ser caótico, irregular e impredecible, entonces ¿Por qué y bajo que condiciones se puede aplicar las ecuaciones de fuerzas anteriores? Antes que todo, se necesita considerar un fenómeno de movimiento en algunos (cuasi) espacios continuos, lo cuales pueden ser de comportamiento abstracto [12], es favorable tener un sistema donde las fluctuaciones debido a influencias desconocidas no son grandes en comparación a la parte sistemática, determinista del movimiento.

Este es usualmente el caso en el tránsito vehicular y de peatones, donde la gente se enfrenta con situaciones estándar y reacciona automáticamente en lugar de tomar decisiones complicadas entre varias posibles alternativas, por ejemplo: un conductor experimentado no debería tener que pensar acerca de acciones detalladas que deben tomarse cuando se enciende, acelera o cambia de carril, este comportamiento automático puede ser interpretado como el resultado de un proceso de aprendizaje basado en prueba y error [12] el cual puede ser simulado con algoritmos evolutivos.

Por ejemplo los peatones tienen un lado preferido para caminar, desde un comportamiento de evasión asimétrica resulta ser rentable la formación relacionada a una convención del comportamiento pudo ser descrita por medio de la Teoría del Juego Evolutiva [12]. Otro requerimiento es la aditividad vectorial de los términos de fuerza independientes que reflejan diferentes influencias ambientales y los factores psicológicos, esto es probablemente una aproximación, pero hay varios experimentos que evidencian esto, basados en medidas cuantitativas de animales y de personas sujetas a prueba por separados o simultáneamente aplicando estímulos de diferente naturaleza y fuerza, con ello se puede mostrar que el comportamiento en situaciones de conflicto puede ser descrito por una superposición de fuerzas.

Esto es adecuado dentro del concepto de Lewin [26] de acuerdo a los cambios de comportamiento están guiados por los llamados campos sociales o fuerzas

sociales, las cuales han sido colocadas dentro de los términos matemáticos por Helbing [11] en la tercer ley de Newton sin embargo, no es considerada válida.

3.4. Modelos de Partículas Saltarinas

Los sistemas multipartículas equilibrados se trabajan con métodos de Termodinámica y de Física Estadística, ejemplos de los anterior son las transiciones de fase entre los diferentes estados de materia como vapor, agua y hielo o la magnetización de sistemas de giro integrados por varios imanes elementales. Se conoce que la transición en los sistemas multipartículas desordenados con un pequeño rango de interacciones dentro de los estados con un orden de rango amplio es fácil en grandes dimensiones, porque el gran número de vecinos que interactúan con el. Con frecuencia hay ciertas dimensiones superiores, por encima de las cuales el sistema puede ser descrito por un enfoque del campo medio de manera que las fluctuaciones pueden estar descuidadas.

Para espacios de menos dimensiones uno puede usualmente desarrollar teorías aproximadas para la influencia del ruido por medio de expansiones adecuadas y grupos normalizados basados en argumentos escalares, esto da la ley de potencia universal de exponentes escalares para el comportamiento del sistema cerrado a la fase del punto de transición (punto crítico). En un sistema inestable, uno puede encontrar frecuentemente criticidad auto organizable [2] y propiedades fractales [27].

La criticidad auto organizable (SOC por sus siglas en inglés) significa que el respectivo sistema se auto dirige al punto crítico, lo cual es normalmente caracterizado por un largo rango de libre correlaciones y leyes de potencia de libre escala en analogía a la termodinámica. En consideración con los sistema multipartículas, hay con frecuencia ciertas dimensiones pequeñas, bajo las cuales el sistema es siempre desordenado, por el número pequeño de vecinos; por ejemplo, se sabe que ni el orden ferromagnético ni el antiferromagnético son posibles en sistemas de giro unidimensionales equilibrados [30].

El descubrir que el comportamiento es diferente en sistemas de giro inestables, se ha iniciado una extensa actividad de investigación con respecto a la fase de transición en sistemas difusos de manejo unidimensional alejados del equilibrio, resultó que varias propiedades de los sistemas equilibrados

pueden ser generalizadas a sistemas inestables, pero otros no. Por medio de sistemas de partículas saltarinas, esto fue posible al obtener un mejor entendimiento de la percolación directa en la formación de estructuras espontáneas [45], de la ruptura de la simetría espontánea de la transición áspera en ciertos procesos de crecimiento [1], de la transición de humectación inestable [14] y de la separación de fase [7]; sin embargo para estas transiciones inestables aún no hay una teoría general disponible la cual sea general y comparable con el equilibrio termodinámico o la Física Estadística.

Los modelos que se mencionaron anteriormente asumen actualización secuencial aleatoria (asincronía), es decir el estado de cada partícula es aleatoriamente actualizado después de un tiempo de espera distribuido exponencialmente, sin embargo sabe que esto no es realista para el sistema de tránsito, los cuales requieren una actualización paralela de la posición de los vehículos (sincronía) [32] así como en otros problemas de flujos.

Para reflejar la reacción del conductor a un cambios en la situación del tránsito, esto es común para actualizar la velocidad de los vehículos sincronamente, sin embargo es debatible desde muchos modelos de interacciones espacio-tiempo en sistemas sociales muestran artefactos que se actualizan en paralelo [16], por ejemplo una actualización en paralelo excluye la accesibilidad dinámica de ciertos estados los cuales son llamado paradisíacos o estados del jardín del Eden [31].

3.4.1. Proceso de Exclusión Simple Asimétrico

Un modelo de partículas saltarinas es el proceso de exclusión simple asimétrico, las principales contribuciones de este modelo las dieron Spitzer (1970), Ligget (1975), Domany & Kinzel (1984), Katz (1984); de este modelo se deriva el proceso de exclusión totalmente asimétrico (TASEP por sus siglas en inglés), este modelo es definido por L sitios j de una lattice dimensional, la cual puede estar vacía (que le corresponde el lugar número $n_j = 0$) o ocupada por una partícula ($n_j = 1$).

Los espacios y números de espacios de las partículas se están actualizando cada paso de tiempo Δt , cuando se actualiza, una partícula en la célula j brinca a la célula vecina derecha ($j + 1$) con probabilidad q , si está vacía, sino permanece en la célula j , la velocidad total de movimiento de la derecha es, por tanto, la que esta dada por $qn_j(1 - n_{j+1})/\Delta t$, las fronteras están

caracterizadas de la siguiente manera: una partícula entra al sistema en la célula más a la izquierda $j = 1$ con probabilidad q_0 , si esta vacía. Una célula más a la derecha $j = L$ permanece en el sistema con probabilidad q_L . Esto corresponde a partículas reservadas en las fronteras en las cuales pueden ser descritas por probabilidades de cupo constantes: $n_0 = q_0/q$ y $n_{L+1} = (1 - q_L/q)$, aunque toma un enorme esfuerzo, los estados estacionarios e incluso la dinámica del TASEP puede ser analíticamente determinada.

3.5. Partículas Brownianas Activas

Como partículas brownianas ordinarias, las partículas brownianas activas realizan un camino aleatorio, sin embargo, no son sólo reactivas de un potencial externo $U(x, t)$ pero hay un impulso por una reserva de energía interna (partículas de bombeo) o pueden cambiar activamente el potencial $U(x, t)$ mientras se mueven (caminadores activos), llamados agentes brownianos [42].

3.5.1. Partículas Brownianas de Bombeo

[42] sugieren un modelo que describe como las partículas autodirigidas pueden elevar y consumir la energía interna detrás de la fuerza impulsora, su modelo corresponde a la ecuación 2 con las siguientes especificaciones: $F_{\alpha\beta} = 0$ (es decir interacciones no directas), $F_0(x_\alpha(t))$ es reemplazado por la expresión $-\nabla U(x_\alpha) + \gamma E_\alpha(t)v_\alpha(t)$, donde el primer término es una fuerza potencial externa y el último término una fuerza de impulso externa (γ es el coeficiente de fricción). La reserva de energía sin dimensiones $E_\alpha(t)$ se asume en la siguiente ecuación:

$$\frac{dE_\alpha(t)}{dt} = Q_0(x_\alpha(t)) - \left\{ c + d[v_\alpha(t)]^2 \right\} E_\alpha(t) \quad (3.5)$$

En donde Q_0 refleja la velocidad con la cual se explotan los recursos de energía, mientras el último termino describe el consumo de velocidad de energía, el cual crece cuadráticamente con la velocidad (c y d son valores de parámetros apropiados), si la relajación de esta ecuación es rápida, se puede aproximar el término de impulso por:

$$\frac{v_\alpha^0(t)e_\alpha^0(t)}{\tau_\alpha} = \frac{\gamma}{m_\alpha} E_\alpha(t)v_\alpha(t) = \frac{\gamma}{m_\alpha} \frac{Q_0(x_\alpha(t))v_\alpha(t)}{c+d[v_\alpha(t)]^2}$$

De modo que el impulso interno y la fricción disipativa en conjunto pueden ser representadas por un coeficiente de fricción activo $\gamma'(v) = \gamma [1 - Q_0/(c + dv^2)]$, por otra parte, la dirección del impulso $e_\alpha^0(t)$ esta dada por la velocidad actual normalizada $e_\alpha(t) = v_\alpha(t)/\|v_\alpha(t)\|$, y la velocidad deseada $v_\alpha^0(t)$ depende de la velocidad de tal forma que: $v_\alpha^0(t) = Q_0 \|v_\alpha(t)\| / \{c + d[v_\alpha(t)]^2\} \geq 0$. Se tiene que tomar en cuenta que la partícula α aumenta la energía solo cuando se mueve con una velocidad finita $v_\alpha(t) = v_\alpha(t) \neq 0$ (es decir explota su entorno). Sin embargo, dada la ausencia de un potencial $U(x, t)$, se encuentra una solución estacionaria $v_\alpha = v_\alpha^0 = 0$, por lo tanto, esto es estable únicamente bajo la siguiente condición $\tau_\alpha \gamma Q_0 < cm_\alpha$, además, la partícula α espontáneamente iniciará a moverse con velocidad promedio:

$$v_\alpha = v_\alpha^0 = \left(\frac{\tau_\alpha \gamma Q_0}{m_\alpha d} - \frac{c}{d} \right)^{1/2} \quad (3.6)$$

Dependiendo de $Q_0(x)$ y $U(x)$, este movimiento espontaneo muestra dinámicas interesantes, como: ciclos límite, caos determinístico o intermitencia [42], también permite que las partículas subir colinas potenciales, por ejemplo en un trinquete periódico $U(x)$ [42].

3.5.2. Cadenas disipativas de Toda y Morse

Las cadenas de Toda y Morse son partículas acopladas a un baño térmico y moviéndose en un anillo con una asimetría particular que surge entre los vecinos, los cuales son descritos por los potenciales no lineales de Toda y Morse $U'(x_\beta - x_\alpha)$. Asumiendo que las partículas de bombeo con un coeficiente de fricción activo $\gamma'(v)$ similar al descrito anteriormente, Ebeling encontró patrones dinámicos interesantes para bombeo crítico, en donde se incluyen rotaciones uniformes, uno y múltiples solitones como excitaciones y oscilaciones relativas, para los potenciales de Morse también se observan efectos de clustering los cuales pueden parecer congestionamientos.

3.5.3. Modelos del Caminador Activo

Mediante la modificación de su entorno de manera local, los caminadores activos tienen interacciones indirectas uno con otro, los cuales pueden llevar a la formación de estructuras globales. La versatilidad de este

concepto es utilizada para la descripción de Sistemas Físico, Químicos, Biológicos y Socio económicos empleados por [42], por ejemplo un modelo sencillo esta dado por: $m_\alpha dv_\alpha/dt = [-\nabla U(x_\alpha, t) - \gamma v_\alpha(t) + \zeta_\alpha(t)]$, mientras que el potencial de entorno $U(x, t)$ cambia de acuerdo a: $\frac{\partial U(x, t)}{\partial t} = -\sum_\alpha B\delta(x - x_\alpha(t)) - CU(x, t) + D\Delta U(x, t)$.

En donde C y D son constantes, $\delta(x - x_\alpha)$ denota la función delta de Dirac, dando contribuciones únicamente en $x = x_\alpha$, por lo tanto el primer término del lado derecho refleja las partículas α dejando marcas interesantes en sus respectivos lugares x_α , el último término describe una difusión en el campo $U(x, t)$ y el término previo se refiere a desmoronamiento.

El resultado de la dinámica es un proceso de aglomeración espacial, mientras que en la primer etapa, se encuentra el surgimiento de clusters localizados en posiciones aleatorias, los clusters eventualmente se van integrando con otros, resultando un cluster enorme, el crecimiento y competencia de estos cluster pueden ser descritos por una ecuación de selección Eigen-Fisher.

3.5.4. **Formación de patrones en colonias de bacterias**

En 1994, Eshel Ben Jacob et al. habían propuesto un modelo llamado el caminador comunicador para la formación de patrones en ciertas colonias de bacterias, este modelo toma en cuenta el consumo, difusión y disminución de comida, la multiplicación en buenas condiciones de crecimiento, la transición a un estado de espora inmóvil bajo inanición, así como el efecto de quimiotaxis, esto es la reacción de atracción o repulsión en campos de química de auto producción.

Dicho modelo permite una reproducción y observación de patrones de crecimiento en colonias de bacterias como una función de la concentración de nutrientes y la concentración de agar ³ determinando lo difícil que la bacteria puede moverse. Los mismos patrones de bacterias han sido reproducidos por un modelo macroscópico reacción difusión, la formación de las estructuras dendríticas observadas es debe a la inestabilidad de la difusión.

³El agar es una gelatina vegetal de origen marino, esta gelatina es un polisacárido sin ramificaciones obtenido de la pared celular de varias especies de algas.

3.5.5. Formación de senderos por animales y peatones

Otro ejemplo de un modelo de caminador activo es la formación observada en sistemas de sendero trunco por ciertas especies de hormigas, las cuales además están basados en la quimiotaxis, esto puede ser modelado por dos tipos de segregaciones químicas, una de las cuales se esparce durante la búsqueda de comida, mientras que la otra es esparcida en el camino de regreso al nido de la colonia de hormigas. Otros modelos para los enjambres de hormigas han sido propuestos por [24] y [43].

Nuevos tipos de modelos de caminador activo han sido propuestos para la auto organización de sistemas de senderos para peatones o animales, donde las marcas corresponde a las huellas o a otro tipo de modificaciones del suelo el cual se hace más confortable al movimiento, para ello el modelo de rendimientos de soluciones justas y compromisos óptimos entre senderos cortos y confortables es utilizado en algunos de estos casos, Figura 1.

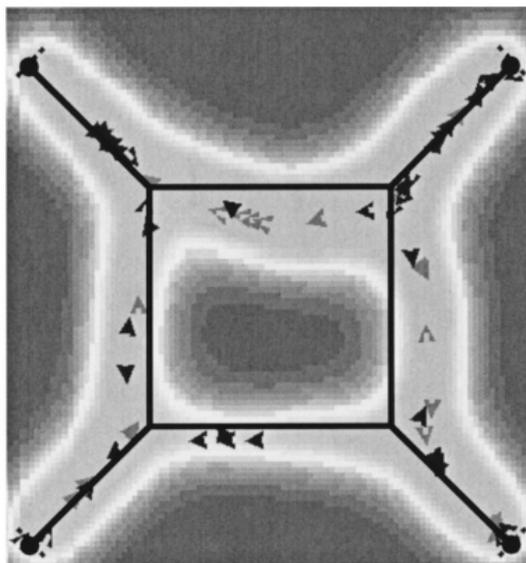


Figura 3.1: Representación esquemática de un sistema de senderos humano (líneas negras).

3.6. Tránsito Vehicular

Los tipos de tránsito vehicular que se tratan principalmente en esta sección son: el tránsito de autopistas unidireccional, el tránsito bidireccional y el tránsito bidimensional, indicando los descubrimientos empíricos más importantes en el tema, abarcando los diferentes enfoques de modelado que se utilizan para describirlo al mismo tiempo mencionando las propiedades que tiene cada uno de ellos. El primer tipo de tránsito vehicular que trataré es aquel que contiene solamente un tipo de vehículos, para posteriormente agregar más detalles, incluyendo tránsito heterogéneo y carreteras multicarril, para finalizar con una perspectiva del tránsito de peatones y parvadas de aves.

3.6.1. Descubrimientos empíricos para el tránsito vehicular en autopistas

Como la Física es la ciencia que trata con los fenómenos de nuestro mundo físico, una Teoría Física puede ser utilizada para comparar la veracidad de datos empíricos, con ello una Teoría formal no debería únicamente de reproducir todas las propiedades empíricamente conocidas de un sistema, además de también poder realizar predicciones que nos permitan validar o desaprobar dicha Teoría.

3.6.2. Técnicas de Medición

Probablemente la técnica de medición más refinada para obtener datos empíricos se basa en la fotografía ya sea aérea o terrestre como se puede ver en la Figura 2., permitiendo rastrear las trayectorias de varios vehículos interactuando, así como las maniobras de cambio de carril; otro método adecuado para las investigaciones experimentales utiliza datos del carro siguiente, dependiendo del equipamiento de los vehículos, es posible determinar la ubicación y su velocidad, posiblemente la aceleración y el espacio libre existente entre dos vehículos, con ello poder calcular la distancia libre neta, así como las maniobras de cambio de carril del vehículo o del siguiente vehículo.

Por lo tanto, muchos de los datos son obtenidos por detectores ubicados en ciertas secciones de cruce x en la autopista, por ejemplo, un detector con un ciclo de inducción mide el número de cruces ΔN de un vehículo α durante

3.6. Tránsito Vehicular

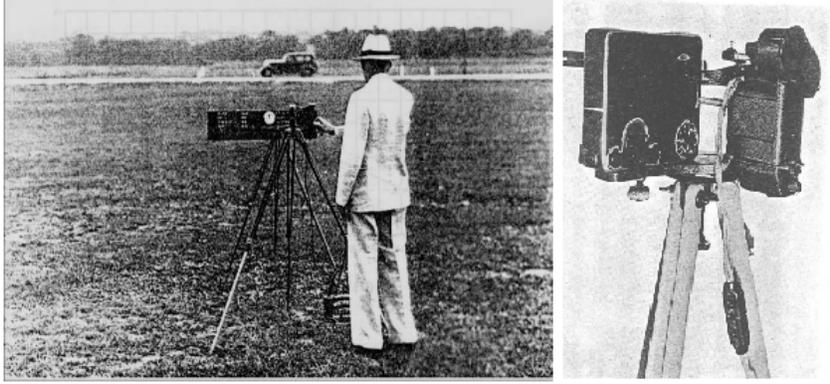


Figura 3.2: Greenshields realizando las primeras mediciones del tránsito vehicular en 1930.

cierto intervalo de muestreo ΔT así como los tiempos t_{α}^0 y t_{α}^1 en donde un vehículo α alcanza y deja el detector, lo que facilita la determinación de los intervalos de tiempo: $\Delta t_{\alpha} = (t_{\alpha}^1 - t_{\alpha}^0)$ y el tiempo de espacio libre $t_{\alpha}^0 - t_{\alpha-1}^0$ incluyendo sus respectivas distribuciones, así como también el flujo vehicular, representado por la siguiente ecuación:

$$Q(x, t) = \frac{\Delta N}{\Delta T} \quad (3.7)$$

El tiempo ocupado $O(x, t) = \sum_{\alpha} (t_{\alpha}^1 - t_{\alpha}^0) / \Delta T$ (donde $\alpha_0 < \alpha \leq \alpha_0 + \Delta N$ y α_0 denota el último vehículo antes de que inicie el intervalo de muestreo), algunos de los nuevos detectores con doble ciclo de inducción miden adicionalmente las velocidades vehiculares v_{α} y las longitudes vehiculares l_{α} , permitiendo estimar los intervalos (distancias brutas) $d_{\alpha} = v_{\alpha} \Delta t_{\alpha}$ (asumiendo velocidades vehiculares constantes) y los espacios libres (distancias neto) $s_{\alpha} = (d_{\alpha} - l_{\alpha-1})$, las velocidades medidas se utilizan para obtener la velocidad promedio, la cual se obtiene con la siguiente ecuación:

$$V(x, t) = \langle v_{\alpha} \rangle = \frac{1}{\Delta N} \sum_{\alpha=\alpha_0+1}^{\alpha_0+\Delta N} v_{\alpha} \quad (3.8)$$

Para la variación de la velocidad es utilizada:

$$\theta(x, t) = \langle [v_\alpha - \langle v_\alpha \rangle]^2 \rangle = \langle (v_\alpha)^2 \rangle - \langle v_\alpha \rangle^2 \quad (3.9)$$

La densidad vehicular $\rho(x, t)$ es calculada por la ecuación de fluido dinámico, es decir $\rho(x, t) = Q(x, t)/V(x, t)$, otro método es relacionar la densidad con el tiempo ocupado, resultando la formula $\rho(x, t) = O(x, t)/[L(x, t) + L_D]$, donde $L(x, t)$ es la longitud promedio del vehículo durante el intervalo de medición y L_D el detector de longitud (es decir una extensión de ciclo) en la dirección de manejo.

El problema con los métodos de medición descritos anteriormente es que la distribución de velocidad medida en un intervalo de tiempo ΔT difiere de la medición en una sección de la carretera de longitud ΔX , en otras palabras, el promedio temporal y espacial da resultados diferentes, desde que vehículos más rápidos que cruzan una sección de la autopista con más frecuencia que los lentos. El problema de determinar la densidad empírica con la formula $\rho = QV$ es que combina un promedio temporal (el flujo) con un espacial (la densidad), esto puede ser compensado por la velocidad promedio armónica $V(x, t)$ definida por:

$$\frac{1}{V(x, t)} = \left\langle \frac{1}{v_\alpha} \right\rangle \quad (3.10)$$

Dando un mayor valor a las velocidades pequeñas, utilizando la ecuación 10 en lugar de solamente aplicar la ecuación 8 en conjunto con la relación $\rho = QV$ resulta de manera similar en forma de relación entre la velocidad y la densidad, pero el rango de densidad es más alto (Figura 3), por lo tanto los valores de la velocidad y el flujo en densidades altas son más bajos, la desventaja de la ecuación 10 es que es muy sensible a errores en la medición de velocidades pequeñas v_α .

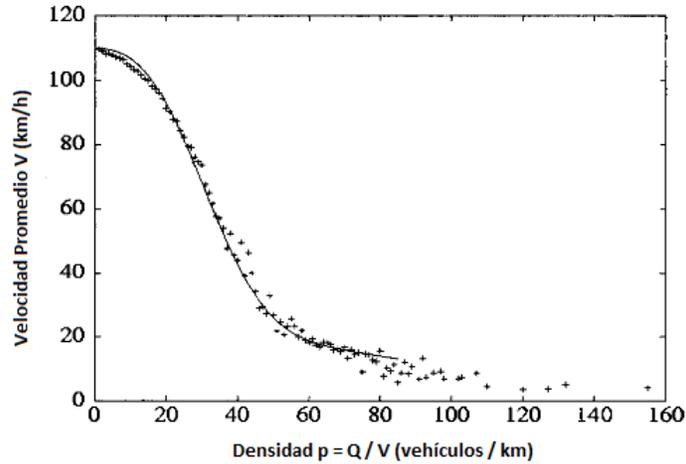


Figura 3.3: Relación Velocidad - Densidad.

3.6.3. Diagrama Fundamental

Las relaciones funcionales entre el flujo vehicular $Q(x, t)$ la velocidad promedio $V(x, t)$ y la densidad vehicular $\rho(x, t)$ o espacio ocupado $O(x, t)$ han sido medidas por décadas, iniciando con Greenshields en 1930, quien encontró una relación lineal entre la velocidad y la densidad; el nombre de *diagrama fundamental* es comúnmente utilizado para algunas funciones de ajuste.

$$Q_e(\rho) = \rho V_e(\rho) \quad (3.11)$$

La ecuación anterior representa la relación empírica entre el flujo y la densidad, donde $V_e(\rho)$ indica la relación de la velocidad con la densidad empírica ajustada (Figura 2.), ya que es monótonamente baja: $dV_e(\rho)/d\rho \leq 0$, las mediciones confirman las siguientes características:

1. En densidades bajas ρ , existe una clara y cuasi unidimensional relación entre el flujo vehicular y la densidad, inicia casi linealmente y se dobla hacia abajo, la pendiente en densidades bajas corresponde a la velocidad libre promedio V_0 , la cual puede ser sustituida en densidades finitas siempre y cuando existan las suficientes posibilidades de paso, es decir, la relación entre la velocidad y la densidad de una carretera

multicarril inicia horizontalmente, mientras tiende a caer una pendiente negativa en un carril de la carretera.

2. Cuando la densidad aumenta, la velocidad decrece monótonamente, y se desvanece junto con el flujo en alguna densidad del congestionamiento $\rho_{congestionamiento}$, la cual es difícil de determinar dado que es uno de los problemas de medición mencionados anteriormente, algunos investigadores de diferentes países proponen un valor entre los 120 a 200 vehículos por kilómetro en cada carril, algunos otros proponen que un valor entre 140 y 160 vehículos por kilómetros son probablemente más realistas [12].
3. El flujo vehicular tiene un Q_{max} en densidades medias.
4. La relación empírica de entre el flujo y la densidad es discontinua y parece a una imagen de espejo de la letra griega lambda, las dos ramas de esta lambda inversa son utilizadas para definir la baja densidad libre y congestionamiento de tránsito de alta densidad, en el tránsito congestionado, la velocidad vehicular promedio es significativamente más baja que en el tránsito libre, por lo tanto la parte libre y la congestionada en la relación entre el flujo y la densidad pueden estar aproximadamente separadas por una relación lineal entre el flujo y la densidad ρV_{sep} , donde V_{sep} es la velocidad promedio bajo la cual el tránsito vehicular se caracteriza como congestionado.
5. Los datos de flujo densidad en parte congestionada están ampliamente dispersos dentro de un área bidimensional, esta complejidad en el flujo de tránsito vehicular es usualmente interpretada como un efecto de fluctuaciones, de una formación de congestionamiento, o de una inestabilidad de la dinámica de vehículos, la dispersión se reduce incrementando los intervalos de muestreo ΔT de los datos promedio.
6. Mediante la eliminación de los datos que pertenecen a los congestionamientos amplios en movimiento, [19] pudieron demostrar que los datos restantes del tránsito congestionado sigue mostrando una amplia dispersión bidimensional, lo que cuestiona la aplicación de un diagrama fundamental y definiendo el estado de flujo sincronizado (es llamado sincronizado por la sincronización típica entre carriles en el tránsito congestionado, y fluido debido que fluye en contraste con el tránsito fijo en congestionamientos desarrollados por completo), dado lo anterior Kerner y Renborn clasifican tres fases del tránsito:

- a) Flujo libre.
- b) Flujo sincronizado.
- c) Congestionamientos grandes en movimiento (es decir, el congestionamiento en movimiento cuya amplitud en dirección longitudinal es considerablemente más larga que la parte frontal del congestionamiento).

Un congestionamiento grande en movimiento se propaga a través del flujo libre o en el flujo sincronizado así como en cuellos de botella (por ejemplo dentro y fuera de rampas), manteniendo la velocidad de propagación de la dirección del flujo del congestionamiento, a diferencia la contracorriente del flujo sincronizado se fija normalmente en algún lugar de los cuellos de botella como por ejemplo en una rampa, inicialmente el flujo libre, se pueden observar dos tipos de transiciones: ya sea para flujo sincronizado o para el congestionamiento grande en movimiento, ambas parecen ser transiciones fase de primer orden acompañadas por diferentes efectos de histéresis.

7. Las pendientes $S_x^{\Delta T}(t) = [Q(x, t + \Delta T) - Q(x, t)] / [\rho(x, t + \Delta T) - \rho(x, t)]$ de las líneas de conexión sucesivas de puntos de datos son siempre positivas en el tránsito libre, en el flujo sincronizado, sin embargo, erráticamente toman valores positivos y negativos, caracterizando una dinámica espacio temporal compleja, este comportamiento errático es cuantitativamente caracterizado por una relación poco sólida entre el flujo y la densidad. Banks en 1999 mostró que esto podría ser representado como un resultado de variaciones aleatorias en los tiempo de espacio libres (parcialmente debido a las maniobras de aceleración y desaceleración en el flujo de tránsito inestable). Banks señala que si los conductores mantuvieran una distancia segura $s^*(v) = s' + Tv$ en el tránsito congestionado, el flujo aumentaría con la disminución del tiempo de espacio libre seguro T de acuerdo a:

$$Q_e(\rho) = \frac{1}{T} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{congestionamiento}}} \right) \quad (3.12)$$

Donde s' denota la distancia mínima que se mantiene de atrás hacia delante y $\rho_{\text{congestionamiento}} = 1/l' = 1/(l + s')$, la densidad del congestionamiento con el espacio mínimo requerido $l' = (l + s')$ la simplificación del argumento en las pendientes del rango positivas en el

congestionamiento pueden ser resultado de una reducción en el tiempo de espacio libre seguro T con densidad creciente, mientras que las pendientes negativas normalmente corresponden a una reducción en la velocidad, por esta razón las pendientes $S_x^{\Delta T}(t)$ no necesariamente tienen el significado de una onda de propagación de velocidad.

8. Los datos de flujo-densidad dependen en medida de la sección de cruce, mientras la rama de congestionamiento es muy pronunciada en contra corriente de un cuello de botella, virtualmente esto no representa lejanías a la dirección del flujo, sin embargo, inmediatamente la dirección del flujo en un cuello de botella, se encuentra una pequeña pendiente positiva en el área congestionada bajo al rama libre (estados homogéneos en la velocidad). Se parece a la parte superior de la rama libre, pero con una velocidad menor a la deseada, lo cual indica una transición al tránsito libre a lo largo de una porción de la carretera (Figura 4).

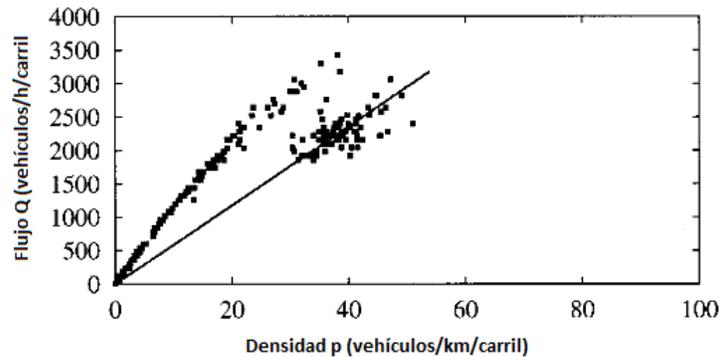


Figura 3.4: Relación Flujo - Densidad.

3.6.4. Enfoques de Modelado para el tránsito vehicular

Desde 1950, los investigadores en el tema han estado pensando en modelos para el tránsito vehicular desde el enfoque microscópico y macroscópico, tomando como referencia por un lado los modelos de flujo dinámico así como los modelos del carro siguiente por otro, por su cuenta los modelos mesoscopicos de Gas Cinético (Boltzmann) aparecieron en 1960, mientras que los autómatas celulares y la investigación sistemática de la dinámica no lineal del flujo de tránsito vehicular fueron surgiendo en los noventa.

Investigadores de las áreas de Ingeniería, Matemáticas, Investigación de Operaciones y Física en conjunto han propuesto varios modelos para reproducir la dinámica del tránsito vehicular, de los cuales solamente describiré los modelos que considero son los más representativos para cada enfoque de modelado mostrando las propiedades que tiene cada uno, bajo esta consideración se tiene que tener en cuenta los siguientes criterios para un modelo de tránsito vehicular:

1. *Nivel de detalle:* Los modelos de tránsito pueden ser clasificados se acuerdo al nivel de detalle con el cual representan los sistemas de tránsito vehicular. Esta categorización puede ser operacional considerando distinguir las entidades de tránsito y el nivel de descripción de las mismas en los respectivos modelos de flujo. La siguiente clasificación es considerada:
 - a) Modelos Microscópicos (Existe una descripción de detalle alta en donde las entidades individuales se distinguen y son rastreadas)
 - b) Modelos Cinéticos (Nivel de detalle medio)
 - c) Modelos Macroscópicos(Nivel de detalle bajo)

Un modelo de simulación microscópica describe tanto el comportamiento espacio temporal de las entidades del sistema (es decir, vehículos y conductores) así como también sus interacciones en un nivel de detalle alto (individualmente), por ejemplo, para cada vehículo en el flujo de cambio de carril es descrito como una cadena detallada de decisiones de los conductores.

Los modelos de flujo macroscópico describen el tránsito vehicular a un nivel alto de agregación como un flujo sin distinguir sus partes que lo constituyen, por ejemplo, el flujo de tránsito es representada en una manera agregada utilizando características como tasa de flujo, densidad y velocidad, las maniobras de un vehículo individual como un cambio de carril, no son representadas explícitamente. También puede asumir que el flujo de tránsito esta propiamente localizado en los carriles de la carretera, y emplear una aproximación al final. Los modelos de flujo macroscópico pueden ser clasificados de acuerdo al número de ecuaciones parciales diferenciales que integran el modelo y el orden que tienen.

Un modelo mesoscópico no distingue ni rastrea de manera individual a los vehículos, pero si especifica el comportamiento de los individuos,

por ejemplo en términos probabilísticos, el tránsito es representado por grupos pequeños de entidades de tránsito, las actividades y las interacciones son descritas a un nivel de detalle bajo. Por ejemplo, para un de cambio de carril puede ser representado por un vehículo individual como un evento instantáneo, donde la decisión a realizar un cambio de carril esta basada por ejemplo en la densidad existente en un carril, o en las diferencias de velocidad. Algunos modelos mesoscópicos son derivados en analogía a la teoría de gas cinética, por lo cual son llamados modelos de gas cinético que describe la dinámica de las distribuciones de velocidad.

2. *Escala de variables independientes*: dado que la mayoría de los modelos de tránsito vehicular describen sistemas dinámicos, una clasificación natural es la de tiempo – escala, para ello se distinguen dos escalas de tiempo, nombradas continua y discreta. Un modelo continuo describe como los estados del sistema de tránsito cambian continuamente bajo el tiempo en respuesta a un estímulo continuo. Mientras que los modelos discretos asumen que un cambio de estado ocurre discontinuamente en el tiempo en instantes de tiempo discretos, además de tiempo, también otras variables independientes pueden ser descritas por sus variables continuas o discretas (por ejemplo: la posición, velocidad, velocidad deseada).
3. *Representación de los procesos*: para este criterio, se habla de los modelos deterministas o estocásticos, en el primer tipo de modelo no hay variables aleatorias lo que implicaba que todos los actores en los modelos están definidos por relaciones exactas. En el caso de los modelos estocásticos se incorporan procesos que incluyen variables aleatorias. Por ejemplo, un modelo de carro siguiente puede estar formulado por una relación determinista o estocástica para definir el tiempo de reacción del conductor como una constante o como una variable aleatoria respectivamente.
4. *Operatividad*: los modelos pueden ser operacionales ya sea como soluciones analíticas de conjuntos de ecuaciones o como un modelo de simulación, para una contemplación minuciosa en el uso adecuado de la simulación del tránsito vehicular.
5. *Escala de aplicación*: este criterio indica el área de aplicación del modelo, por ejemplo, el modelo puede describir la dinámica de sus

entidades sección de la carretera, una red de tráfico, un corredor, una ciudad etc.

3.6.5. Modelos microscópicos sigue al líder

Los modelos microscópicos para el tránsito vehicular fueron propuestos por Reuschel en 1950 y por el físico Pipes en 1953, los cuales asumen que la aceleración de una unidad vehicular α es dada por los vehículos vecinos, la influencia dominante en el comportamiento de manejo viene del vehículo de adelante siguiente ($\alpha + 1$) denominado vehículo líder, de lo anterior se obtiene la siguiente ecuación que describe el comportamiento de los conductores:

$$\frac{dv_\alpha(t)}{dt} = \frac{v_\alpha^0 + \xi_\alpha(t) - v_\alpha(t)}{\tau_\alpha} + f_{\alpha,(\alpha-1)}(t) \quad (3.13)$$

En donde $f_{\alpha,(\alpha-1)}(t) \leq 0$ describe el efecto repulsivo del vehículo ($\alpha - 1$), el cual esta en función de:

1. La velocidad relativa $\Delta v_\alpha(t) = [v_\alpha(t) - v_{\alpha-1}(t)]$
2. La velocidad $v_\alpha(t)$ del vehículo α debido a la velocidad que depende de la distancia segura que se mantiene con el vehículo de enfrente.
3. El avance (distancia bruta) $d_\alpha(t) = [x_{\alpha-1}(t) - x_\alpha(t)]$ o el espacio libre (distancia neta) $s_\alpha(t) = [d_\alpha(t) - l_{\alpha-1}]$, donde l_α es la longitud del vehículo α .

Consecuentemente, para vehículos con comportamiento idéntico con $v_\alpha^0 = v_0$, $\tau_\alpha = \tau$, y $f_{\alpha,(\alpha-1)} = f$ se tiene que:

$$f_{\alpha,(\alpha-1)}(t) = f(s_\alpha(t), v_\alpha(t), \Delta v_\alpha(t)) \quad (3.14)$$

Sino se consideran las fluctuaciones y se introduce la velocidad dependiente del tránsito se obtiene:

$$v^e(s_\alpha, v_\alpha, \Delta v_\alpha) = v_0 + \tau f(s_\alpha, v_\alpha, \Delta v_\alpha) \quad (3.15)$$

Para el caso en donde un conductor α trata de adaptarse, se simplifica la ecuación 13, quedando:

$$\frac{dv_\alpha}{dt} = \frac{v^e(s_\alpha, v_\alpha, \Delta v_\alpha) - v_\alpha}{\tau} \quad (3.16)$$

3.6.5.1. Modelo del carro siguiente no entero

Los modelos que utilizan una ecuación como la ecuación 18, son llamados modelos sigue al líder, uno de los resultados representativos más sencillo es el de asumir que la distancia neto esta dada dependencia de la velocidad y la distancia segura es decir $s^*(v_\alpha) = s' + Tv_\alpha$, en donde T es el tiempo efectivo de espacio libre seguro, lo que implica que $s_\alpha(t) = s^*(v_\alpha(t))$ o después de la diferenciar con respecto al tiempo se tiene que: $dv_\alpha(t)/dt = [ds_\alpha(t)/dt] / T = [dd_\alpha(t)/dt] / T = [v_{\alpha-1}(t) - v_\alpha(t)] / T$, este modelo no contempla las ondas de densidad observadas en el tránsito congestionado, por lo que es necesario introducir un tiempo de retraso adicional $\Delta t \approx 1.3s$, para reflejar el tiempo de reacción finito de los conductores, de lo cual resulta la siguiente ecuación de estímulo-respuesta:

$$\frac{dv_\alpha(t + \Delta t)}{dt} = \frac{1}{T} [v_{\alpha-1}(t) - v_\alpha(t)] \quad (3.17)$$

Donde $1/T$ es la sensibilidad al estímulo, esta ecuación pertenece a la clase de ecuaciones diferenciales con retraso, las cuales tienen una solución inestable para tiempos de retraso grandes Δt , para la ecuación 17, [13] mostraron que una variación de las velocidades de un vehículo individual serán amplificadas de acuerdo a la condición de inestabilidad $\Delta t/T > 1/2$, el valor experimental propuesto para este término es $\Delta t/T \approx 0.55$.

Como consecuencia de lo anterior, en la dinámica vehicular no lineal se generan accidentes, con la finalidad de evitar esto y explicar lo observado en los diagramas fundamentales y unificar otras variantes del modelo, [40] introdujeron un factor de sensibilidad generalizado con dos parámetros m_1 y m_2 :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} \frac{[v_\alpha(t + \Delta t)]^{m_1}}{[x_{\alpha-1}(t) - x_\alpha(t)]^{m_2}} \quad (3.18)$$

La ecuación anterior es llamada modelo del carro siguiente no entero el cual puede ser reescrito de la siguiente forma $[dv_\alpha(t + \Delta t) / dt] / [v_\alpha(t + \Delta t)]^{m_1} = (1/T_0) [dd_\alpha(t)/dt] / [d_\alpha(t)]^{m_2}$, se soluciona haciendo uso de $f_{m_1}(v_\alpha(t + \Delta t)) = c_0 + c_1 f_{m_2}(d_\alpha(t))$ con $f_k(z) = z^{1-k}$ si $k \neq 1$ e $In z$, c_1 y c_2 son constantes de integración, la densidad vehicular ρ corresponde al inverso de la densidad bruto $1/d_\alpha$ y la velocidad de equilibrio v_e es idéntica a v_α , de lo cual se obtiene la relación entre la velocidad y la densidad $V_e(\rho) =$

$V_0 \left[1 - (\rho/\rho_{max})^{m_2-1}\right]^{1/(1-m_1)}$ con velocidad libre v_0 y densidad máxima ρ_{max} , para generar los diagramas fundamentales se proponen los siguientes valores $m_1 \approx 0.8$ y $m_2 \approx 2.8$ [28] o $m_1 \approx 0.953$ y $m_2 \approx 3.05$ [39], este modelo es empleado en el simulador MITSIM (Simulador de Flujo de Tránsito Vehicular desarrollado por el MIT).

3.6.5.2. Modelos de Velocidad Óptima y Newell.

Una de las deficiencias del modelo del carro siguiente no entero es que no puede describir el comportamiento del conductor de un vehículo, sin un vehículo líder, es decir, cuando $d_\alpha \rightarrow \infty$, el vehículo α no aceleraría en lo absoluto, en lugar de ello se deberá de aproximar a su velocidad deseada v_α^0 en el tránsito vehicular libre. Por tanto otros modelos de carro siguiente no asumen una adaptación a la velocidad del vehículo líder, pero una adaptación a una velocidad que depende de la distancia $v'_e(d_\alpha)$ debería reflejar los requisitos de seguridad y es llamada velocidad óptima, por su lado [4] asume una adaptación retrasada:

$$v_\alpha(t + \Delta t) = v'_e(d_\alpha(t)) = v_e(s_\alpha(t)) \quad (3.19)$$

Mientras que [5] sugieren utilizar la relación:

$$v'_e(d) = (v_0/2) [\tanh(d - d_c) + \tanh d_c] \quad (3.20)$$

Siendo constantes v_0 y d_c , en conjunto con el modelo de velocidad óptima resulta:

$$\frac{dv_\alpha(t)}{dt} = \frac{v'_e(d_\alpha(t)) - v_\alpha(t)}{\tau} \quad (3.21)$$

La ecuación anterior puede ser considerada una aproximación de primer orden de Taylor $v_\alpha(t + \Delta t) \approx [v_\alpha(t) + \Delta t dv_\alpha(t)/dt]$ de la ecuación 19 con $\tau = \Delta t$ para el modelo de la velocidad óptima se observa que perturbaciones pequeñas se amplifican eventualmente y se convierten en congestionamientos de tránsito, si la condición de inestabilidad es:

$$\frac{dv'_e(d_\alpha)}{dd_\alpha} = \frac{dv_e(s_\alpha)}{ds_\alpha} > \frac{1}{2\tau} \quad (3.22)$$

Lo anterior se cumple si se tiene un tiempo de relajación τ grande o grande cambios en la velocidad $v_e(s_\alpha)$ con espacios libres s_α .

3.6.6. Autómatas Celulares

Los modelos de autómatas celulares son interesantes por la velocidad en la que muestran resultados y el comportamiento que se genera de una dinámica compleja mientras el autómata esta en ejecución [46], en donde se pueden ver fenómenos interesante como la auto organización crítica [2], la formación de patrones en espiral o secuencias caóticas de estado [46].

La velocidad de respuesta y eficiencia con al cual calculan un fenómeno de estudio es consecuencia de las siguientes propiedades, las cuales a su vez se consideran precondiciones ideales para el cómputo en paralelo:

1. Discretización del espacio en células idénticas j (espacios en la Lattice) de tamaño Δx .
2. Número finito de posibles estados $g(x)$.
3. Actualización sincrona en pasos de tiempo discreto $t = i\Delta t$.
4. Las reglas de actualización son aplicadas de manera global, las cuales se basan en interacciones en un rango pequeño (llamado vecindario) y un número finito de células vecinas.

Es por ello que tienen una amplia gama de aplicaciones, que van desde simulaciones realistas de los medios granulares, modelado de fluidos, modelado de mercado de valores, modelado de cáncer, modelado de avalanchas así como de fenómenos magnéticos. Su aplicación en la dinámica del tránsito vehicular ha estimulado una enorme cantidad de investigaciones sobre este tópico, dirigidas al entendimiento de las inestabilidades del tránsito vehicular, las cuales son responsables del surgimiento de los congestionamientos. El primer modelo de Autómata Celular para la dinámica del tránsito vehicular es el propuesto por [33].

3.6.6.1. Modelo Nagel & Schreckenberg

[33] introdujeron un modelo probabilístico (Na - Sch) de un sólo carril con desplazamiento máximo igual a cinco [32], el modelo Na - Sch está definido sobre una lattice regular de dimensión 1 de L sitios que puede tener condiciones de frontera abiertas o periódicas. Cada célula o sitio puede estar ocupada o vacía por un vehículo en cada instante de tiempo t . El sistema se actualiza pasando del tiempo t al tiempo $t + 1$ de acuerdo con las siguientes cuatro reglas que rigen al modelo:

1. Aceleración: Si la velocidad v (células / unidad de tiempo) de un vehículo es menor que v_{max} y la distancia (células) al auto siguiente es mayor a $v + 1$, la velocidad se incrementa en uno para el siguiente paso de tiempo $v = v + 1$.

$$\text{Aceleración. } v = \min(v + 1, v_{max}) \quad (3.23)$$

2. Desaceleración por la interacción con otros vehículos: La velocidad será igual al mínimo entre la velocidad calculada en la regla 1 y la brecha con el predecesor. Esto evitará que el vehículo golpee al predecesor.

$$\text{Desaceleración. } v = \min(v, b) \quad (3.24)$$

3. Aleatoriedad: La velocidad de cada vehículo, si es mayor a cero se decremента en uno con probabilidad p .

$$\text{Aleatoriedad. } \text{rand}() < p_{dec} \Rightarrow v = \max(v - 1, 0) \quad (3.25)$$

4. Movimiento de los vehículos: Se actualiza la posición del vehículo con su nuevo desplazamiento v calculada en la regla 3.

$$\text{Actualización. } x = x + v \quad (3.26)$$

Básicamente, las reglas anteriores se basan sobre el desplazamiento que lleva el vehículo i -ésimo y la distancia que hay entre este vehículo y su predecesor, el parámetro probabilístico se refiere a la probabilidad que tiene un vehículo de disminuir su desplazamiento, este parámetro es conocido como probabilidad de frenado. El modelo Na - Sch ha sido comparado favorablemente con datos del tránsito real [32].

3.6.6.2. Modelos MultiCarril

Knospe et al [23] propusieron el modelo de flujo de tránsito vehicular KSSS, que considera el modelo Na - Sch en dos carriles adyacentes e independientes y a éste le agrega reglas que permiten la simulación del cambio de carril tomando en cuenta una actitud para conducir suave, no abrupta como en el modelo Na - Sch.

El modelo se basa en el uso de luces de freno que avisan a los vehículos sucesores sobre las reducciones de desplazamiento, provocando así un flujo

3.6. Tránsito Vehicular

más suavizado al conducir. Con el modelo Na - Sch es hasta que el vehículo sucesor corre el riesgo de golpear al predecesor que se realiza la reducción del desplazamiento.

Esto, aunado al hecho de que las brechas entre vehículos se calculan considerando efectos anticipados, conduce a un modelo que sigue cumpliendo las características de un modelo de tránsito real (al coincidir los diagramas fundamentales, entre otras características, con lo que empíricamente se ha observado ([20, 19, 34]) además de simular una conducta realista de los conductores.

A partir de esto, se inicia el estudio del flujo del tránsito vehicular multi carril con autómatas celulares. Los modelos multi carril son estudiados en la actualidad con mayor profundidad debido a que estos se acercan más a lo que ocurre con el flujo del tránsito en la realidad.

Varios trabajos analizan el problema del tránsito multi carril por medio de reglas heurísticas del comportamiento humano sin la indicación de cuales de estas reglas causan exactamente que clase de comportamiento. Al momento de la validaciones [29], es frecuente encontrarse con que algunas de las reglas del modelo no dan un acercamiento de lo que ocurre en la realidad, debido al tratamiento heurístico algunas veces es difícil decidir cuales reglas deben ser cambiadas o que reglas deben ser agregadas para corregir el problema o bien hacer más eficiente el modelo.

En 1995 M. Rickert, K. Nagel, M. Schreckenberg & A. Latour en [41] estudian un modelo de autómatas celulares de dos carriles sobre el modelo Na - Sch, su objetivo es señalar los parámetros que definen la forma del diagrama fundamental. Este modelo de dos carriles, consiste de dos lattices adyacentes sobre los cuales se ha simulado el modelo Na - Sch en cada una de ellas independiente con condiciones de frontera periódica.

Para simular el cambio de carril agregaron cuatro reglas en las que consideran la velocidad del vehículo a analizar, la distancia del vehículo de enfrente, y la distancia al vehículo de enfrente y de atrás del carril adyacente. Para cada vehículo se verifican las reglas de cambio consecutivamente, y si éstas se cumplen, el vehículo pasa al otro carril de forma transversal y en seguida se actualiza el sistema aplicando el modelo Na - Sch a cada carril. En 2003, K. Daoudia & N. Moussa (DM) estudiaron un modelo de autómatas celulares de tres carriles basados sobre el modelo Na - Sch y analizaron el efecto de

los vehículos lentos en el sistema. Su objetivo fue señalar los parámetros que definen la forma del diagrama fundamental y compararlo con el de dos carriles. Con lo que concluyeron que es posible reducir la influencia de vehículos lentos eligiendo una versión adecuada de la simetría con respecto a los carriles.

El modelo DM es una generalización del modelo RNSL, se consideran tres lattices adyacentes sobre los cuales se ha implementado el modelo Na - Sch de manera independiente, los vehículos cambian de carril si se cumplen dos criterios: el criterio incentivo; en el cual el vehículo analizado compara su velocidad con la distancia del vehículo que está enfrente, y el criterio de seguridad; en el cual el vehículo analizado verifica si es posible hacer el cambio de carril sin que ocurra algún accidente.

Dentro del estudio de los modelos multicarril utilizando autómatas celulares, existe el análisis del sistema homogéneo y heterogéneo; en el tipo homogéneo se considera que el sistema está compuesto únicamente por un tipo de vehículo, mientras que en el sistema de tipo heterogéneo se considera que está compuesto por varios tipos de vehículos. Daoudia & Moussa estudiaron su modelos de tres carriles en un sistema homogéneo y en un sistema heterogéneo compuesto por dos tipos de vehículos los cuales podemos pensar como autos y camiones.

Este trabajo toma este enfoque como base, donde se analizan y señalan los parámetros que definen el diagrama fundamental en un modelo de autómatas celulares para 6 carriles en un sistema heterogéneo de tres tipos de vehículos: autos, camiones y motocicletas bajos los criterios de incentivo y seguridad.

3.7. Modelos Cinéticos

Los modelos Cinéticos son un paso intermedio entre los modelos macroscópicos y los microscópicos, históricamente los modelos macroscópicos y microscópicos comenzaron a estudiarse de manera independiente. La relación entre estos modelos se encuentra precisamente en los modelos cinéticos, estos podrían ser derivables de los modelos microscópicos y los modelos macroscópicos podrían a su vez derivarse de los modelos Cinéticos.

Los modelos Cinéticos comenzaron a estudiarse con el trabajo de Prigogine [37], la unidad básica es una función de distribución $f(x, v, t)$ que describe el

número de vehículos con cierta posición x y velocidad v en el tiempo t [21]. En el modelo de Paveri Fontana [36] se introdujo la función de distribución generalizada a la de Prigogine. Esta función $g(x, v, t, w)$ describe el número de vehículos con velocidad v y velocidad deseada w en el tiempo t .

3.8. Conclusiones

Existen tres principales enfoques de modelado para el flujo de tránsito vehicular: macroscópico, microscópico y cinéticos, que dependiendo del nivel de detalle con el cual se quiera precisar y detallar el fenómeno de estudio es el enfoque que se elige, para el caso del presente trabajo se utiliza el enfoque microscópico haciendo uso de los Autómatas Celulares con lo cual se logra tener un nivel de detalle alto, en donde se contemplan las interacciones locales que tienen los individuos, dicho modelo esta basado en el Modelo Nagel - Schreckenberg incorporando multicarril y tránsito heterogéneo (diferentes tipos de vehículos).

Capítulo 4

Modelo propuesto

Una vez que analizados los modelos que sirvieron de base sobre la cual se desarrolló la solución al problema, en el presente capítulo se muestra el Modelo eSILOS diseñado e implementado para llegar a los objetivos planteados en el capítulo uno.

4.1. Unidad Común para células

La CU (Unidad Común por sus siglas en inglés) se utiliza para describir los diferentes tipos de vehículos y el espacio que requieren para moverse seguros en el contexto de las diferentes amplitudes de los carriles y carreteras puedan tener.

El tamaño de la célula puede ser seleccionado de acuerdo a los escenarios simulados así como la resolución de la simulación requerida, para este caso nos referimos a la resolución como el grado de detalle o la aproximación aceptable del fenómeno del tránsito vehicular que se espera analizar.

El Modelo eSILOS utiliza una Lattice en la cual cada célula representa $1.25m$, por ejemplo, el carril de una autopista estándar que tiene una amplitud de 3.75 metros puede ser representado por 3 espacios de 1.25 metros o con 5 espacios de 0.75 metros; similarmente un carril que tiene una amplitud de 3 metros puede ser representado por 3 espacios de 1 metro.

El tamaño de la célula puede ser seleccionado de acuerdo con las amplitudes y longitudes de los diferentes tipos de vehículos que se estén considerando para la simulación del fenómeno, la única restricción que se debe tomar en cuenta tanto para el tamaño de la célula (vehículo) como el de los espacios de la carretera es que sean idénticos, es decir, que sean unidades comunes.

Para este modelo se consideran que los carriles de la autopista son de 3.75

4.1. Unidad Común para células

metros de amplitud, una cuadrícula rectangular de 1×1.25 metros como las CU para las células y espacios definidos.

Ajustar la longitud de CU a 1 metro puede simular efectivamente la variación del desplazamiento de un vehículo a un mínimo preciso de 1 m/s, proporcionando que el paso de tiempo de la simulación sea colocado a 1 segundo. Esto en gran medida mejora la resolución de los resultados de la simulación, lo cual es particularmente crucial para la simulación de tránsito vehicular haciendo uso de un modelo con Autómatas Celulares donde el límite de desplazamiento es regulado.

Por ejemplo, una autopista en una zona de trabajo o una autopista con varios carriles, y el movimiento de los vehículos con variaciones pequeñas de velocidad para el movimiento seguro con espacios aceptables, para este modelo se proponen tres tipos de vehículos un *carro* que es representado por una célula que ocupa 6×2 células, es decir 6 células de longitud y 2 de amplitud, tomando en total 12 células del espacio de la carretera.

Una *motocicleta* que ocupa 2×1 células, es decir 2 células de longitud y 1 de amplitud, tomando en total 2 células del espacio de la carretera y finalmente un *camión de pasajeros* que ocupa 8×2 células, es decir 8 células de longitud y 2 de amplitud, tomando en total 16 células del espacio de la carretera, tal como se ve en la figura 4.1.

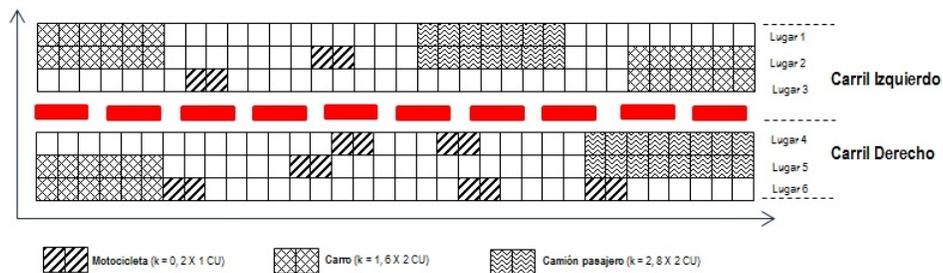


Figura 4.1: Representación gráfica de los diferentes tipos de vehículos.

4.2. Definición de Variables de Tres Dimensiones de Tránsito Generalizado

La densidad, el flujo y la velocidad de un vehículo en una región de dos dimensiones 2D tiempo - distancia (incluyendo una dimensión para el tiempo y una para la longitud de la carretera) se definen de forma arbitraria. Sin embargo, tales definiciones puede que no representen exactamente los comportamientos colectivos del movimiento del tránsito en un dominio de tres dimensiones, incluyendo las dos dimensiones para la carretera (longitud y amplitud) y una dimensión para el tiempo.

Hsu et al [15] expandieron la definición de estos parámetros y definieron las variables del tránsito en un espacio o células base bajo un dominio espacio temporal denominado S (no confundir con el conjunto de estados \mathcal{S} de la definición 5 de Autómata Celular).

El dominio de tres dimensiones, S puede ser representado por $L \times W \times T$, donde L denota la extensión longitudinal, W la amplitud transversal de la carretera y T es el periodo de tiempo observado, sin embargo, la definición generalizada utilizada bajo este dominio espacio temporal S , la densidad de S $\rho(S)$ esta definida como:

$$\rho(S) = \frac{\sum N_0(t)\Delta t}{\sum N\Delta t} = \frac{t(S)}{|S|} \quad (4.1)$$

Donde:

1. $|S|$: representa el volumen existente en el dominio espacio temporal S .
2. $N_0(t)$: representa el número total de espacios ocupados por los diferentes tipos de vehículos en el instante de tiempo t .
3. $t(S)$: es el valor acumulado para todos los tiempos simulados; $t(S) = \sum N_0(t)\Delta t$.

De la misma manera, para la definición generalizada de flujo en el dominio espacio temporal S , queda definido de la siguiente forma:

$$q(S) = \frac{\sum M_0(x)\Delta x}{\sum T\Delta x} = \frac{d(S)}{|S|} \quad (4.2)$$

Donde:

4.3. Ecuaciones de Avance para los diferentes tipos de vehículos

1. $M_0(x)$: es el número total de espacios ocupados por las células que representan a los diferentes tipos de vehículos en una localidad específica x de la carretera.
2. $d(S)$: es la distancia total recorrida por todas las células en S ; $d(S) = \sum M_0(x)\Delta x$.

La relación entre la ecuación 4.1 y la ecuación 4.2 define la generalización de la velocidad media en el espacio S , la cual puede ser reducida de la relación de la distancia total recorrida y los espacios ocupados por las células en S , lo cual se expresa en la siguiente ecuación:

$$v(S) = \frac{q(S)}{\rho(S)} = \frac{d(S)}{t(S)} \quad (4.3)$$

Las definiciones espacio temporal generalizadas anteriormente de densidad, flujo y velocidad de las células en movimiento sobre las localidades en dos dimensiones en cada paso de tiempo, tal como se expresa en las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3, son utilizadas en este modelo para representar los comportamientos de los patrones en el flujo de tránsito vehicular en las simulaciones del Autómata Celular que se utiliza para dicho modelo.

4.3. Ecuaciones de Avance para los diferentes tipos de vehículos

Las ecuaciones propuestas para autos, motocicletas y camión de pasajeros, son descritas por las siguientes siete ecuaciones, la Figura 4.2 muestra el diagrama de flujo de las ecuaciones de avance.

4.3. Ecuaciones de Avance para los diferentes tipos de vehículos

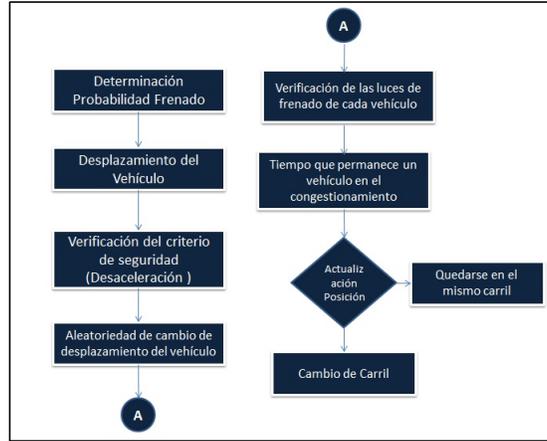


Figura 4.2: Diagrama de Flujo de las ecuaciones de avance para los diferentes tipos de vehículos.

4.3.1. Determinación de la Probabilidad

La regla que se emplea para la determinación de la probabilidad, esta dada de la siguiente manera:

$$p(v(i, t), t_h, t_s, b(i + 1, t)) = \begin{cases} p_b & \text{Si } b(i + 1, t) = 1 \wedge t_h < t_s \\ p_0 & \text{Si } v(i, t) = 0 \wedge t_{st} \geq t_{k,c} \\ p_d & \text{En cualquier otro caso} \end{cases}$$

La variable k representa a los diferentes tipos de vehículos y puede tomar uno de los siguientes valores:

$$k = \begin{cases} 0, & \text{motocicletas} \\ 1, & \text{carros} \\ 2, & \text{camión de pasajeros} \end{cases}$$

En donde:

$b(i + 1, t)$ es el valor de las luces de frenado del predecesor de acuerdo con la definición 20,

t_h es el tiempo de alcance al predecesor de acuerdo a la definición 21,

4.3. Ecuaciones de Avance para los diferentes tipos de vehículos

t_s es el tiempo acumulado el cual permaneció el vehículo en el congestionamiento; y

$t_{k,c}$ es el umbral de tiempo que tiene el vehículo de tipo k para salir del congestionamiento.

4.3.2. Aceleración

La regla que determina el desplazamiento del vehículo tipo k en el siguiente paso de tiempo, esta definida por:

$$\text{Si } b(i+1, t) = 0 \wedge (t_h \geq t_s) \text{ Entonces } v(i, t+1) = \min[v(i, t) + a_k, v_{k,max}]$$

$$\text{En caso contrario } v(i, t+1) = v(i, t)$$

Donde $v_{k,max}$ es el desplazamiento máximo para el vehículo tipo k y a_k es la capacidad de aceleración del vehículo tipo k .

4.3.3. Desaceleración

La regla para calcular el desplazamiento que tendrá en el siguiente paso de tiempo el vehículo de tipo k es:

$$v(i, t+1) = \min[d^{eff}(i, t), v(i, t)]$$

En donde:

- $d^{eff}(i, t) = d(i, t) + \max[v^{anti}(i+1, t) - brecha_{seguridad}, 0]$: es la distancia efectiva de la definición 24.
- $v^{anti}(i+1, t) = \min[d(i+1, t), v(i+1, t)]$: es el desplazamiento esperado que tendrá el vehículo predecesor en el siguiente paso discreto de tiempo.
- $brecha_{seguridad}$: es el parámetro que controla la efectividad de la anticipación.

4.3.4. Aleatoriedad

De acuerdo con la probabilidad obtenida de la determinación de la probabilidad, se tiene el desplazamiento que tendrá en el siguiente paso de tiempo el vehículo de tipo k .

$$\text{Si } rnd() < p \text{ Entonces } v(i, t + 1) = \max[v(i, t + 1) - 1, 0]$$

4.3.5. Determinación del estatus de las luces de frenado

La ecuación que se utiliza para calcular el estatus de las luces de frenado

$$b(i, t + 1) = \begin{cases} 0 : & \text{Si } v(i, t + 1) > v(i, t) \\ b(i, t) : & \text{Si } v(i, t + 1) = v(i, t) \\ 1 : & \text{Si } v(i, t + 1) < v(i, t) \end{cases}$$

4.3.6. Determinación del tiempo t_{st}

Para calcular el tiempo t_{st} que permanece un vehículo de tipo k en el congestionamiento se hace uso de la siguiente ecuación:

$$t_{st} = \begin{cases} t_{st} = t_{st} + 1 & \text{Si } v(i, t + 1) = 0 \\ t_{st} = 0 & \text{Si } v(i, t + 1) > 0 \end{cases}$$

4.3.7. Actualización de la Posición

La actualización de la posición de cada uno de los vehículos de tipo k que se encuentren en la Lattice, se hará empleando la siguiente ecuación:

$$x(i, t + 1) = x(i, t) + \text{redondeo} \left(\frac{v(i, t) + v(i, t + 1)}{2} \right)$$

4.4. Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de un auto

En el mundo real la mayoría de los sistemas de carretera tienen por lo menos dos carriles lo que les permite a los diferentes tipos de vehículos que transitan

4.4. Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de un auto

por esta vialidad cambiar de carril, de acuerdo con sus propósitos los conductores cambian de carril solamente cuando se satisfacen los siguientes dos criterios:

1. *Criterio de Incentivos:* El espacio que hay enfrente de un vehículo en el carril actual no debe de ser más grande que su desplazamiento actual y el espacio de enfrente del carril adyacente al que se quiere cambiar no deberá ser más grande que el espacio enfrente actual.
2. *Criterio de Seguridad:* Para cualquier cambio de carril no deberán de existir choques o bloquear a otros vehículos que están atrás del vehículo que quiere realizar el cambio, por lo tanto, el carril vecino más cercano debe estar vacío y la velocidad máxima posible del vehículo más cercano o de otro carril puede ser más pequeña que el espacio entre ambos.

En el tránsito vehicular mixto o heterogéneo que para este modelo comprende de autos, motocicletas y camiones de pasajeros, el comportamiento del cambio de carril será diferente debido a que se provoca una integración compleja de varios desplazamientos vehiculares máximos así como de tamaños (longitud y amplitud) dados por las unidades comunes.

El movimiento de cambio de carril para el tipo de vehículo auto (con dos unidades comunes de amplitud y tres de longitud) se refiere como un auto cambia de carril al carril vecino, el cual también debe de tener el mismo número de unidades comunes, en la figura 4.2 se representa gráficamente este movimiento, siendo la posición del carro 2 y cambiando a la posición 3 o de la posición 3 a la posición 5; las ecuaciones para el cambio de carril son explicadas de la siguiente forma:

Las ecuaciones para la actualización del cambio de carril para autos en el tránsito vehicular mixto, asumen que un cambio de carril es permitido solamente cuando los autos se localizan a lo largo de las marcas del carril, como se ve en la figura 4.2 las posiciones 2, 3, 5 y 6, para los carros localizados lejos de las marcas del carril, como se ve en las posiciones 1, 4 y 7 en este caso se tomará más tiempo para llevar a cabo un cambio de carril.

4.4. Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de un auto

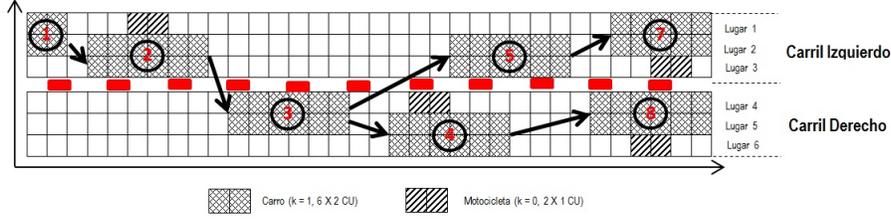


Figura 4.3: Movimiento de cambio de carril para autos en tránsito vehicular.

De acuerdo al refinado del Lattice propuesto para este modelo, visible en la figura 4.2 un auto que tiene 2 células comunes de amplitud, puede localizarse ya sea 2 células más a la izquierda o más a la derecha dentro del carril en el que esta el cual por definición tiene 3 células comunes de amplitud, ante de hacer un cambio de carril.

Por ejemplo, los autos localizados más a la derecha dentro del mismo carril por ejemplo el vehículo de la posición 2, un auto puede requerir un poco más de tiempo para hacer un cambio de carril siempre que los sitios adyacentes no estén ocupados por motocicletas (por ejemplo el vehículo en la posición 4).

Hay dos posibilidades para que un auto haga un cambio de carril, los movimientos de la posición 2 a la posición 3 y de la posición 3 a la posición 5, después del cambio de carril se asume que en el siguiente paso de tiempo el auto permanecerá alineado, pero del lado opuesto a las marcas del carril.

En un carretera de dos carriles, por ejemplo, si un auto en el carril izquierdo quiere cambiar al carril derecho, siempre y cuando no haya vehículos localizados en el carril derecho, la regla de cambio de carril para el Automata Celular queda definida por la siguiente ecuación:

$$LC^{l \rightarrow r} : \text{Si } v^r(i+1, t) \wedge v(i, t) > v(i+1, t) \wedge \quad (4.4)$$

$$d^{eff, r}(i+1, t) > \min(d^{eff}(i), v(i, t+1)) \quad \wedge \quad (4.5)$$

$$g^{r, b}(i, t) > v^{r, b}(i, t+1) \quad (4.6)$$

También se hacen las siguientes consideraciones para realizar el cambio de carril para reproducir mejor el comportamiento de los autos en la Lattice propuesta, el cambio de carril también sucede cuando un carro localizado

4.4. Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de un auto

a los lejos de las marcas del carril intenta hacer un cambio de carril, por ejemplo, de la posición 1 a la posición 2 a la posición 3 como se ve en la figura 4.2 o cuando un auto permanece en movimiento en el mismo carril pero trata de adelantarse lentamente a la motocicleta que tienen enfrente, por ejemplo de la posición 3 a la posición 4 a la posición 6.

Una vez que se definieron estas consideraciones para cambio de carril, se tienen que tomar en cuenta para las ecuaciones de actualización los siguientes pasos:

Paso 1. Criterio de Incentivo: cuando los autos se mueven con velocidad positiva y disfrutan de un tiempo de avance considerable al vehículo de enfrente seguirán avanzado hacia adelante sin desplazarse lateralmente, ya que no hay incentivo para hacerlo, sin embargo si hay vehículos cercanos, entonces los diferentes movimientos laterales pueden ser provocados dependiendo del sitio en donde este localizado en el tiempo actual, esto es explicado en el paso 2.

Paso 2. Criterio de Seguridad: verificar si las situaciones alrededor permiten movimientos laterales, las opciones probables para realizar algún movimiento lateral de los autos dependerá de su posición original:

1. Paso 2A. Cuando los autos se mueven a un lado de las marcas del carril, por ejemplo el auto negro de la figura 4.3, tanto el cambio de carril como el desplazamiento lateral son posibles efectuarse dependiendo de como este la situación del tránsito alrededor, los siguientes dos pasos se aplican para realizar los movimientos laterales.
 - a) Paso 2A-1: Verificar las brechas traseras de ambos lados es decir para cada carril d^{lb1} , d^{lb2} y d^{rb} para determinar si el movimiento lateral es permitido. La razón por la cual se consideran tanto d^{lb1} como d^{lb2} es porque en el contexto del tránsito vehicular mixto los dos lugares traseros, por ejemplo la posición 2 y la posición 3 en la figura 4.3, del carril objetivo pueden estar ocupados por diferentes vehículos con diferentes vehículos, por eso, ambos lugares pueden ser evaluados para encontrar la brecha trasera exacta.
 - b) Paso 2A-2: Cuando hay espacios traseros permitidos, verificar los espacios frontales para ver si un cambio de carril o desplazamiento lateral es posible y no se impide por un vehículo que va lento en

4.4. Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de un auto

frente; por ejemplo los carros designados en la figura 4.3, 5 espacios o brechas d^{lb1} , d^{lb2} , d^{rf1} , d^{rf2} y d^f pueden ser evaluados para determinar la mejor opción a tomar.

También se debe tener en cuenta que los espacios de enfrente son los espacios efectivos en el siguiente paso de tiempo, para tomar con mayor precisión las condiciones del tránsito real.

2. Paso 2B: Cuando los autos se mueven alejados a lo largo del carril lateral de las marcas de dicho carril, por ejemplo el auto negro que se ve en la figura 4.4, sólo el desplazamiento lateral es considerado porque el cambio de carril de donde se localiza por consecuencia los siguientes sub pasos son aplicados para el desplazamiento lateral de los carros.

- a) Paso 2B-1: Verificar que los espacios traseros en el mismo carril d^{rb} para determinar si un auto puede realizar un desplazamiento lateral.

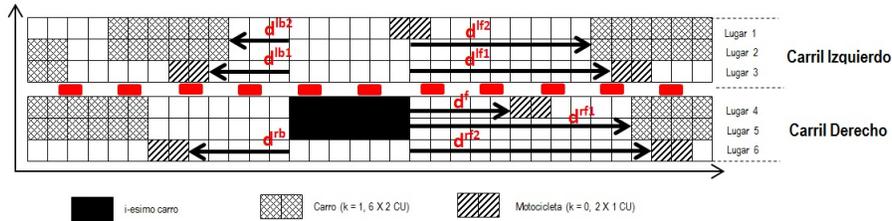


Figura 4.4: Espacios evaluados por un auto para un cambio de carril.

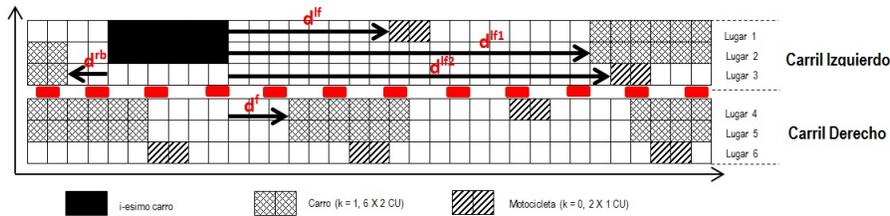


Figura 4.5: Evaluación de los espacios para el cambio de carril de Izquierdo a Derecho.

4.5. Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de las motocicletas

A diferencia de la mayoría de los autos que se mueven dentro de un carril, en la vida real las motocicletas no siguen las disciplinas del carril, a partir de la observación en campo uno puede encontrar que las motocicletas en efecto se mueven en una manera demasiado errática sin obedecer las ecuaciones del carril.

Algunas veces las motocicletas siguen a los vehículos, pero con mayor frecuencia comparten el mismo carril con los autos en movimiento o rompen en dos a los autos en el movimiento en el mismo carril, durante los congestionamientos de tránsito, algunas motocicletas una vez bloqueadas por enfrente, cruzan el espacio entre dos vehículos formados con un amplio desplazamiento transversal para mantenerse en movimiento.

Esta evidencia justifica los movimientos basados en carril para las motocicletas, los cuales pueden ser categorizados en cinco clases, como se muestra en la figura 4.5.

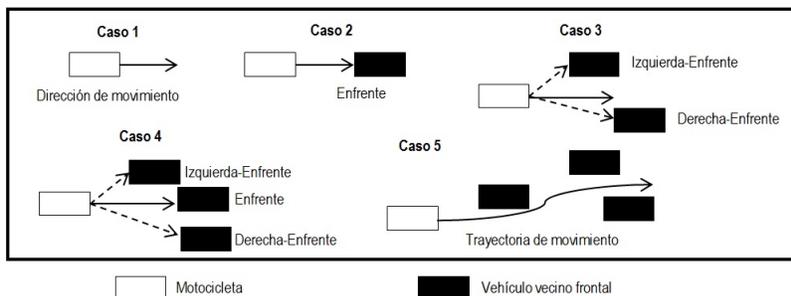


Figura 4.6: Posibles movimientos para una motocicleta.

En una condición de tránsito en movimiento, aunque diferentes movimientos de motocicletas pueden ser identificados, el desplazamiento lateral está básicamente caracterizado como un desplazamiento lateral de una motocicleta a un sitio lateralmente en el siguiente paso de tiempo, en este caso la regla de actualización del movimiento lateral para motocicletas es una versión simplificada de la contra parte de los autos, las cuales pueden ser descritas como sigue:

4.5. Ecuaciones de movimiento para cambio de carril de las motocicletas

Paso 1. Criterio Incentivo: es idéntico que en los autos, cuando una motocicleta disfruta de un tiempo de avance considerable del vehículo de enfrente, el cambio de carril no será activado, si hay un vehículo cercano enfrente en el mismo carril, tanto el cambio de carril izquierdo como el cambio de carril derecho podrán ser elegidos, dependiendo de la posición en la cual se encuentre en el tiempo actual, esto se explica más a detalle en el paso 2.

Paso 2. Criterio de seguridad: verificar si la situación alrededor permite un cambio de carril, sin embargo las opciones disponibles para los cambios de carril para las motocicletas dependerán de la posición original.

1. Paso 2A: Cuando una motocicleta se encuentra en medio de un sub carril (por ejemplo en la posición 2, 3, 4 ó 5 como se ve en la figura 4.6) los cambios de carril son factibles, por lo tanto se tienen que tener en consideración los siguientes sub pasos:
 - a) Paso 2A-1: Verificar los espacios traseros tanto superior como inferior, por ejemplo, para la motocicleta de color negro en la figura 4.6 los espacios d^{lb} y d^{rb} requieren ser evaluados para determinar si el cambio de carril es permitido.
 - b) Paso 2A-2: Cuando existan espacios traseros permitidos, es decir, que no interfieran con el movimiento de otro vehículo, ahora se verifican los espacios existentes en la parte frontal, para determinar si el cambio de carril es permitido, por ejemplo, para la motocicleta de color negro en la figura 4.6 los espacios d^{lf} , d^{rf} y d^f requieren ser evaluados para determinar si el cambio de carril es permitido. Al igual que en el caso de los autos en caso que ambas opciones se cumplan se elije el espacio más grande para realizar el cambio de carril.

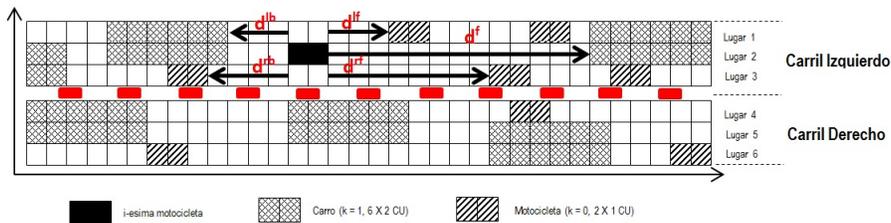


Figura 4.7: Espacios evaluados por una motocicleta para un cambio de carril.

Para el caso de los camiones de pasajeros no se aplica la regla de cambio de carril, puesto que este tipo de vehículo sólo transita en un carril y va en contra flujo, por lo tanto se aplican las ecuaciones 1 a 7 del Modelo eSILOS.

4.6. Distribuciones

El modelo propuesto utiliza las distribuciones Normal, Zipf, de Poisson y Binomial, para la simulación de la llegada de los vehículos, las cuales son detalladas a continuación.

4.6.1. Distribuciones Heavy Tailed

En la Teoría de Probabilidad, las distribuciones de heavy tailed son distribuciones de probabilidad también conocidas como distribuciones de leyes de potencia, cuyas colas no están exponencialmente delimitadas: es decir, que tienen colas más pesadas que la distribución exponencial. En muchas aplicaciones la cola derecha de la distribución que es la de interés, pero una distribución puede tener una cola izquierda pesada, o ambas. Hay tres subclases importantes de las distribuciones heavy tailed, las distribuciones de fat tailed, las distribuciones long tailed y las distribuciones subexponenciales. Dichas distribuciones son utilizadas en áreas como: lingüística, predicción en seguros, tránsito vehicular y modelado de diferentes fenómenos físicos, biológicos y sociales.

4.6.1.1. Definición de una Distribución Heavy Tailed

La distribución de una variable aleatoria X con una función de distribución F se dice que tiene una heavy tailed derecha si:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\lambda x} \Pr [X > x] = \infty \text{ para toda } \lambda > 0$$

Lo anterior se reescribe en términos de la función de distribución:

$$\bar{F}(x) \equiv \Pr [X > x]$$

Como

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\lambda x} \bar{F}(x) = \infty \text{ para toda } \lambda > 0$$

4.6.1.2. Definición de una distribución long tailed

La distribución de una variable aleatoria X con una función de distribución F se dice que tiene una cola derecha grande si para todo $t > 0$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \Pr [X > x + t | X > x] = 1$$

Lo que es equivalente a:

$$\bar{F}(x + t) \sim \bar{F}(x) \text{ cuando } x \rightarrow \infty$$

4.6.1.3. Definición de una distribución Zipf

La distribución Zipf también conocida como distribución zeta o zipfian, es una distribución de la familia de distribuciones de leyes de potencia por la parte discreta, la cual es utilizada en el modelado de fenómenos físicos y sociales, como por ejemplo en la distribución de los datos para tránsito vehicular, para los mercados de valores etc.

La función de densidad para esta distribución es:

$$P(x) = \frac{x^{-(\rho+1)}}{\zeta(\rho+1)} \quad (4.7)$$

Donde ρ es un parámetro positivo y $\zeta(z)$ es la función Zeta de Riemann, su función de distribución es la siguiente⁴:

$$D(x) = \frac{H_{x,\rho+1}}{\zeta(\rho+1)}$$

Siendo $H_{n,s}$ es el n-esimo número armonico generalizado, la figura 1, muestra un ejemplo el comportamiento de la función de distribución Zipf, en el modelado del flujo de tránsito vehicular es utilizada para describir la llegada de los vehículos.

⁴<http://mathworld.wolfram.com/ZipfDistribution.html>

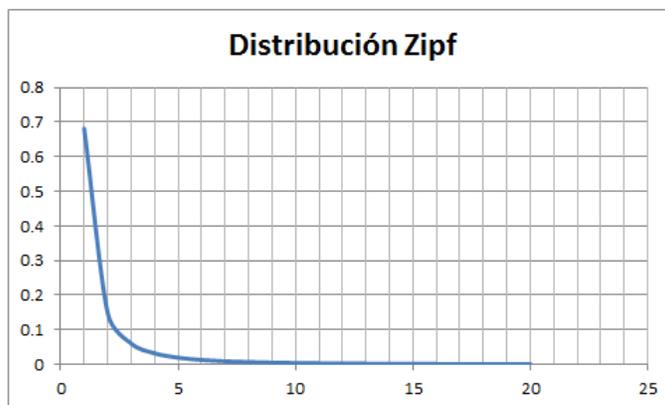


Figura 4.8: Comportamiento de la Distribución Zipf.

4.6.2. Distribución de Poisson

La distribución de Poisson es una distribución de probabilidad discreta con una sola variable, la cual expresa la probabilidad de un número de K eventos ocurriendo en un tiempo fijo si estos eventos ocurren con una tasa media conocida, y son independientes del tiempo desde el último evento. La distribución fue descubierta por Siméon Denis Poisson que publicó, junto con su teoría de probabilidad en 1838 en su trabajo “Investigación sobre probabilidad de los juicios en materias criminales y civiles”.

El trabajo estaba enfocado en ciertas variables aleatorias N que cuentan, entre otras cosas, un número de ocurrencias discretas, llamados arriros que tienen lugar durante un intervalo de tiempo de duración determinada, si el número esperado de ocurrencias en este intervalo es λ , entonces la probabilidad de que haya exactamente k ocurrencias (siendo k un entero no negativo, $k \geq 0$) es igual a:

$$f(k, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (4.8)$$

Donde:

- e es la constante del logaritmo natural.
- $k!$ es el factorial de k

- k es el número de ocurrencias de un evento
- λ es un número real positivo, equivalente al número esperado de ocurrencias durante un intervalo dado.

La Figura 1.2 muestra un ejemplo del comportamiento de la Distribución de Poisson, en el modelado del flujo de tránsito vehicular es utilizada para describir la llegada de los vehículos cuando la densidad vehicular no es alta.

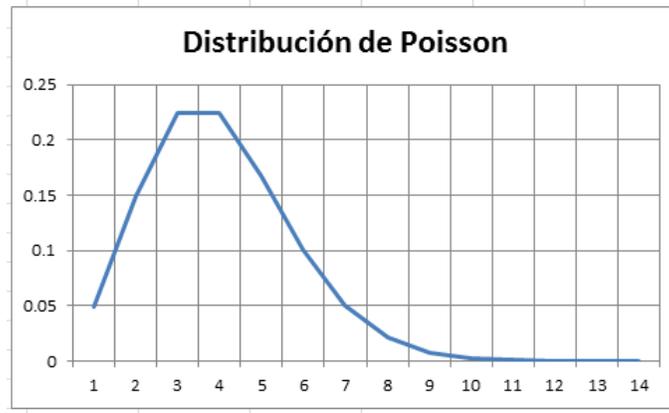


Figura 4.9: Comportamiento de la Distribución de Poisson.

4.6.3. Distribución Binomial

La distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta que mide el número de éxitos en una secuencia de n ensayos de Bernoulli independientes entre sí, con una probabilidad fija p de ocurrencia del éxito entre los ensayos. Un experimento de Bernoulli se caracteriza por ser dicotómico, esto es, sólo son posibles dos resultados. A uno de estos se denomina éxito y tiene una probabilidad de ocurrencia p y al otro, fracaso, con una probabilidad $q = 1 - p$. En la distribución binomial el anterior experimento se repite n veces, de forma independiente, y se trata de calcular la probabilidad de un determinado número de éxitos.

La probabilidad de obtener k éxitos está dada por la siguiente fórmula:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{(n-k)} \quad (4.9)$$

Donde:

- n es el número de pruebas.
- k es el número de éxitos.
- p es la probabilidad de éxito.
- q es la probabilidad de fracaso.
- $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ es el número combinatorio.

Las probabilidades de éxito y fracaso son complementarias, es decir, $q = 1 - p$ y $p = 1 - q$, por lo que basta saber una de ellas para calcular la otra, la Figura 1.3 muestra un ejemplo del comportamiento de la Distribución Binomial, en el modelado del flujo de tránsito vehicular es utilizada para describir la llegada de los vehículos.

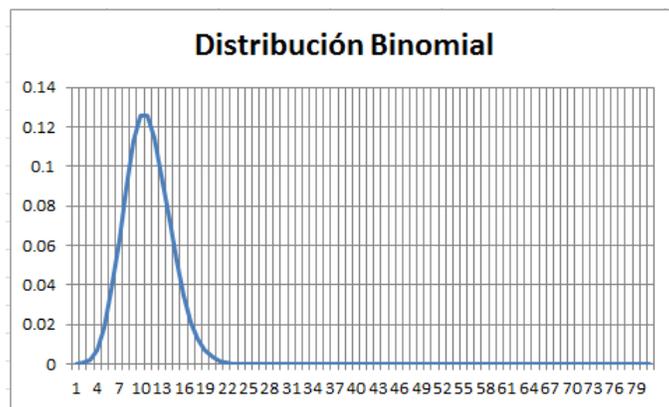


Figura 4.10: Comportamiento de la Distribución Binomial.

4.6.4. Distribución Normal

En estadística y probabilidad se llama distribución normal, distribución de Gauss o distribución gaussiana, a una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece aproximada en fenómenos reales. La gráfica de su función de densidad tiene una forma acampanada (Figura 7.11) y es simétrica respecto de un determinado parámetro estadístico, esta curva se conoce como campana de Gauss.

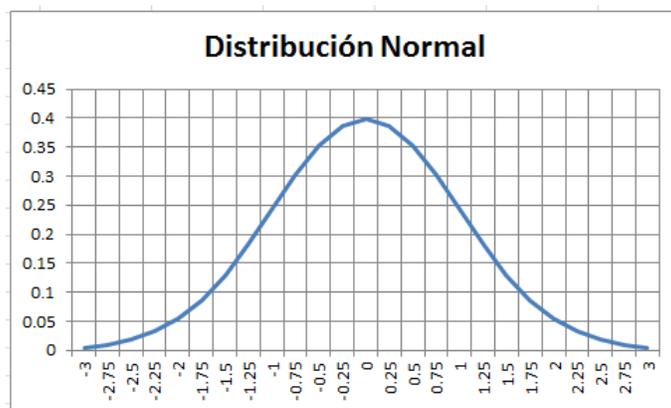


Figura 4.11: Comportamiento de la Distribución Normal.

La importancia de esta distribución radica en que permite modelar numerosos fenómenos naturales, sociales y psicológicos. Mientras que los mecanismos que subyacen a gran parte de este tipo de fenómenos son desconocidos, por la enorme cantidad de variables incontrolables que en ellos intervienen, el uso del modelo normal puede justificarse asumiendo que cada observación se obtiene como la suma de unas pocas causas independientes, en el modelado del flujo de tránsito vehicular es utilizada para describir la llegada de los vehículos. Una distribución normal en una variable aleatoria X con media μ y varianza σ^2 es una distribución estadística con una función de densidad que está dada por:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}, \quad x \in \mathbb{R} \quad (4.10)$$

Se llama distribución normal estándar a aquella en las que sus parámetros toman los valores $\mu=0$ y $\sigma=1$, en este caso la función de densidad tiene la siguiente expresión:

$$P(x) = P_{0,1}(x) = \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}}, \quad x \in \mathbb{R} \quad (4.11)$$

La función de distribución de la distribución normal está definida por la siguiente fórmula:

4.7. Conclusiones

$$\begin{aligned}\Phi_{\mu,\sigma^2} &= \int_{-\infty}^x \varphi_{\mu,\sigma^2}(u) du \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du\end{aligned}\tag{4.12}$$

Por lo tanto la función de distribución de la normal estándar es:

$$\Phi(x) = \Phi_{0,1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du\tag{4.13}$$

4.7. Conclusiones

El modelo propuesto para el modelado y simulación del flujo de tránsito vehicular considera un tránsito heterogéneo con diferentes tipos de vehículos (autos, motocicletas y vehículos de pasajeros) incorporando parámetros como cambio de carril, tiempo en el congestionamiento, probabilidad de frenado, obstáculos en la autopista, distancia de seguridad para evitar choques, hace uso de las luces de frenado de los vehículos con la finalidad de mantener la distancia de seguridad, de igual manera se consideran diferentes tipos de distribuciones para el simulado de la frecuencia de llegada de los vehículos con ello realizar escenarios a pegados a la realidad, por la falta de información sobre este tema para los parámetros iniciales se hace uso de la utilizada por [23].

Capítulo 5

Análisis e Interpretación de Resultados

5.1. Simulador STV-eSILOS

En este capítulo se presentan los resultados que se obtuvieron de las simulaciones del Modelo Propuesto (eSILOS) en el capítulo cuatro, las herramientas utilizadas para implementar el modelo son:

1. IDE Eclipse versión 3.7.1
2. JDK 1.6 de Oracle
3. Lenguaje de Programación: Java
4. Sistema Operativo: Windows 7 Ultimate Edition 32 bits
5. Procesador: AMD Sempron SI - 42 2.10 GHz
6. 1 GB Memoria RAM

El simulador consta de una sección de Simulación y Graficado, donde se muestra información de tres formas:

1. Representación animada del movimiento de los vehículos: se muestra de manera visual el movimiento de los vehículos en los carriles que tiene sistema, donde dinámicamente se puede llegar hasta 5 carriles en flujo normal y 1 uno en contra flujo (Figura 5.1), cada tipo de vehículo es representado por un color diferente, con lo cual se pueden visualizar los cambios de carril.



Figura 5.1: Representación animada del movimiento de los vehículos en el simulador.

2. Diagramas Fundamentales: se presentan los tres diagramas fundamentales que muestran la relación de las tres variables principales del tránsito vehicular (desplazamiento, densidad y flujo) las cuales ayudan en la interpretación de los datos que se obtienen en las simulaciones con los diferentes parámetros (Figura 5.2).

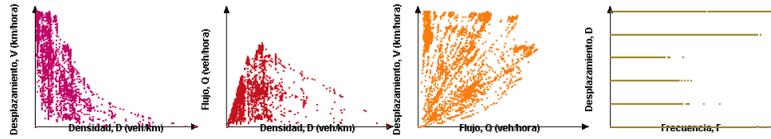


Figura 5.2: Sección de graficado: Diagramas fundamentales.

3. Diagrama Espacio - Tiempo: este diagrama permite ver el histórico del comportamiento del sistema conforme avanza el tiempo, cada tipo de vehículo es representado por su posición en el sistema, aquí se pueden observar los congestionamientos que suceden en el sistema, cada carril está representado por su propio diagrama espacio - tiempo identificado por un color diferente (Figura 5.3).



Figura 5.3: Sección de graficado: Diagrama Espacio - Tiempo.

El sistema también consta de una sección para el ajuste dinámico de los siguientes parámetros (Figura 5.4):

- Velocidad de la Simulación
- Número de carriles
- Densidad global en el sistema
- Probabilidad de Frenado (Información del modelo)

5.2. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo Na - Sch

Así como de una ventana emergente para colocar obstáculos en la parte inferior, superior, izquierda o derecha de un carril, en cualquier sección de la carretera (Figura 5.5).

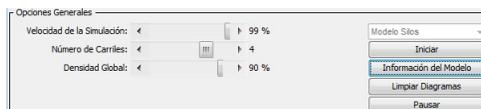


Figura 5.4: Opciones Generales.

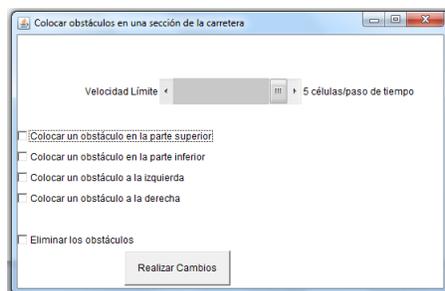


Figura 5.5: Ventana para colocar obstáculos en una sección de la carretera.

5.2. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo Na - Sch

La simulación del Modelo eSILOS comprueba que los resultados obtenidos concuerdan con los resultados que obtuvo Nagel & Schreckenberg [33], mostrando que el comportamiento de las variables del flujo de tránsito vehicular se reproduce en ambos modelos.

5.2.1. Escenario de Simulación del Modelo

Se llevaron a cabo 10 experimentos con duración de 1 hora, la densidad global del sistema se encuentra en un rango de $0\% \leq d \leq 100\%$, con condiciones de frontera abierta, para una Lattice con dos carriles (uno en flujo normal y uno en contra flujo) con longitud de 1200 células cada uno, 2400 células en total, para el carril de contra flujo el tipo de vehículo es camiones de pasajeros (dado que es el único tipo de vehículo que puede transitar por este

5.2. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo Na - Sch

carril), en el caso del carril de flujo normal se manejan dos tipos de vehículo: auto y motocicleta. Los valores de los parámetros utilizados para el modelo fueron:

- Probabilidad de frenado para ambos carriles, $p_f = 0.5$
- Velocidad de la simulación de 80 %
- Densidad global del 5 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = *auto*, 2 = *motocicleta* y 3 = *camiones de pasajeros*
- No aplica cambio de carril puesto que es un carril destinado para cada tipo de vehículo.

5.2.2. Resultados obtenidos

Las Figuras 5.6 y 5.7 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo Na - Sch con distribución Normal y Zipf respectivamente.

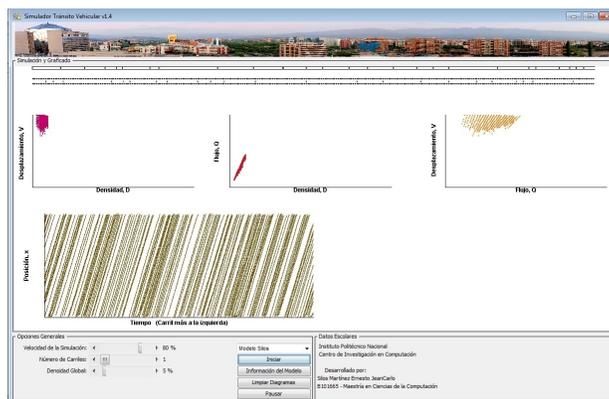


Figura 5.6: Diagramas Fundamentales Modelo Na- Sh, obtenidos de la simulación del Modelo eSILOS con distribución Normal.

5.2. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo Na - Sch

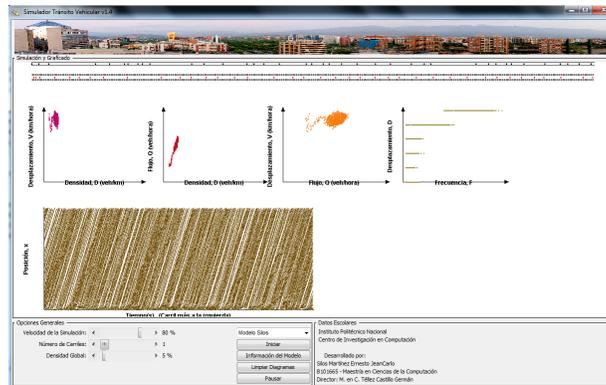


Figura 5.7: Diagramas Fundamentales Modelo Na- Sh, obtenidos de la simulación del Modelo eSILOS con distribución Zipf.

El diagrama Flujo vs Densidad (para mayor detalle ver ??) permite identificar los puntos de mayor flujo dentro del carril conforme aumenta la densidad, el diagrama de Desplazamiento vs Flujo (para mayor detalle ver ??) se observa que se tiene un valor máximo de flujo que permanece para un determinado rango de desplazamientos.

En el diagrama Desplazamiento vs Densidad (para mayor referencia ver ??) muestra que a mayor densidad el desplazamiento promedio de los vehículos es menor, el desplazamiento máximo se presenta en densidades pequeñas.

La Figura 5.8 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de flujo normal a) con distribución normal y b) con distribución Zipf, mientras que a Figura 5.9 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo a) con distribución normal y b) con distribución Zipf, ambas gráficas son resultado de la regla 4.6 del Modelo eSILOS, los Modelos [33, 23] no obtienen dicha gráfica.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

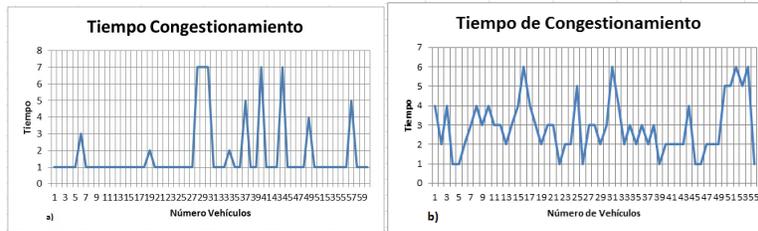


Figura 5.8: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en el carril de flujo normal.

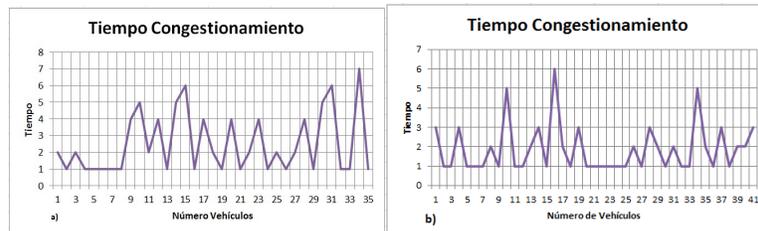


Figura 5.9: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en el carril de contra flujo.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

La simulación del Modelo eSILOS comprueba que los resultados obtenidos concuerdan con los resultados obtenidos por el Modelo K.S.S.S [23], mostrando que el comportamiento de las variables del flujo de tránsito vehicular son iguales en ambos modelos.

5.3.1. Escenarios de Simulación

5.3.1.1. Escenario 1

Se llevaron a cabo 10 experimentos con duración de 1 hora, la densidad global del sistema se encuentra en un rango de $0\% \leq d \leq 100\%$, con condiciones de frontera abierta, para una Lattice con tres carriles (dos en flujo normal y uno en contra flujo) con longitud de 1200 células cada uno, 3600 células en total,

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

para el carril de contra flujo el tipo de vehículo es camiones de pasajeros (dado que es el único tipo de vehículo que puede transitar por este carril), en el caso de los carriles de flujo normal se manejan dos tipos de vehículo: auto y motocicleta. Los valores de los parámetros utilizados para el modelo fueron [23]:

- Probabilidad de frenado para el carril de contra flujo $p_f = 0.5$
- Probabilidades de frenado para los dos carriles de flujo normal
 $p_b = 0.94$, $p_0 = 0.5$, $p_d = 0.1$
- Velocidad de la simulación de 80 %
- Densidad global del 5 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = auto, 2 = motocicleta y 3 = camiones de pasajeros
- $brecha_{seguridad} = 7$ células
- Se aplica cambio de carril para los dos carriles en flujo normal.

Resultados Obtenidos

Las Figuras 5.10 y 5.11 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo K.S.S.S con el escenario de simulación 1 con distribución Normal y Zipf respectivamente.

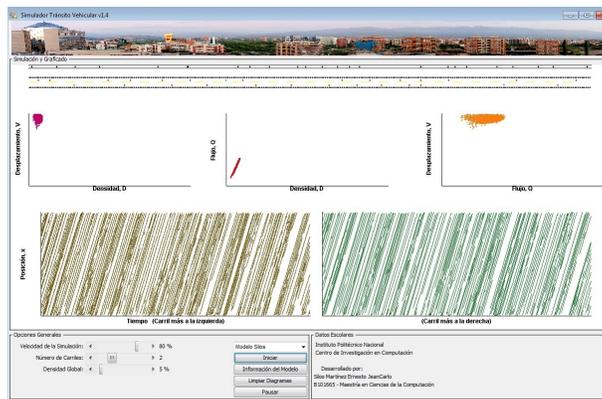


Figura 5.10: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 1 con el Modelo eSILOS con distribución Normal.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

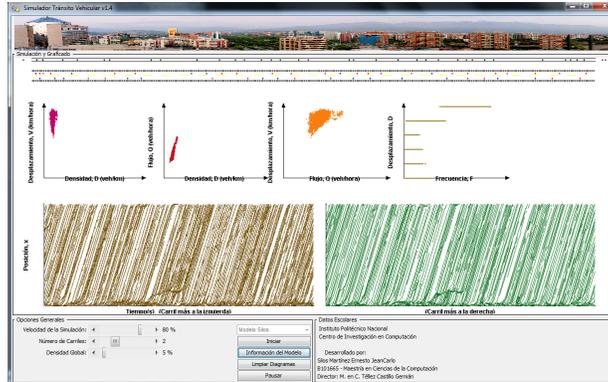


Figura 5.11: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 1 con el Modelo eSILOS con distribución Zipf.

Para mayor detalle de los Diagramas Fundamentales obtenidos en este experimento ver: Diagrama Flujo vs Densidad??, Diagrama de Desplazamiento vs Flujo ?? y Diagrama Desplazamiento vs Densidad ver ??.

La Figura 5.12 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en los dos carriles de flujo normal a) con distribución normal y b) con distribución Zipf, mientras que a Figura 5.13 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo a) con distribución normal y b) con distribución Zipf.

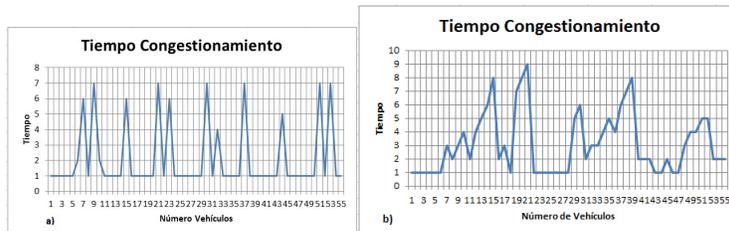


Figura 5.12: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en los carriles de flujo normal.

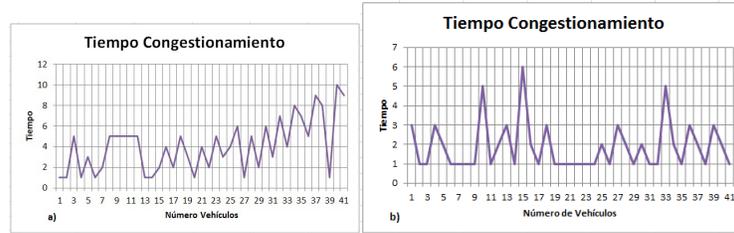


Figura 5.13: Tiempo que permanece un vehículo en congestionamiento en el carril de contra flujo.

5.3.1.2. Escenario 2

Se llevaron a cabo 10 experimentos con duración de 1 hora, la densidad global del sistema se encuentra en un rango de $0\% \leq d \leq 100\%$, con condiciones de frontera abierta, para una Lattice con 4 carriles (tres en flujo normal y uno en contra flujo) con longitud de 1200 células cada uno, 4800 células en total, para el carril de contra flujo el tipo de vehículo es camiones de pasajeros (dado que es el único tipo de vehículo que puede transitar por este carril), en el caso de los carriles de flujo normal se manejan dos tipos de vehículo: auto y motocicleta. Los valores de los parámetros utilizados para el modelo fueron [23]:

- Probabilidad de frenado para el carril de contra flujo $p_f = 0.5$
- Probabilidades de frenado para los dos carriles de flujo normal
 $p_b = 0.94$, $p_0 = 0.5$, $p_d = 0.1$
- Velocidad de la simulación de 97 %
- Densidad global del 50 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = auto, 2 = motocicleta y 3 = camiones de pasajeros
- $brecha_{seguridad} = 7$ células
- Se aplica cambio de carril para los dos carriles en flujo normal.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

Resultados Obtenidos

Las Figuras 5.14 y 5.15 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo K.S.S.S. con el escenario de simulación 2 con distribución Normal y Zipf respectivamente.

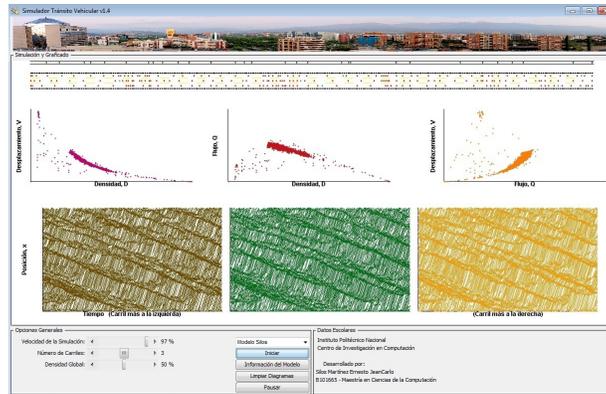


Figura 5.14: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 2 con el Modelo eSILOS con distribución Normal.

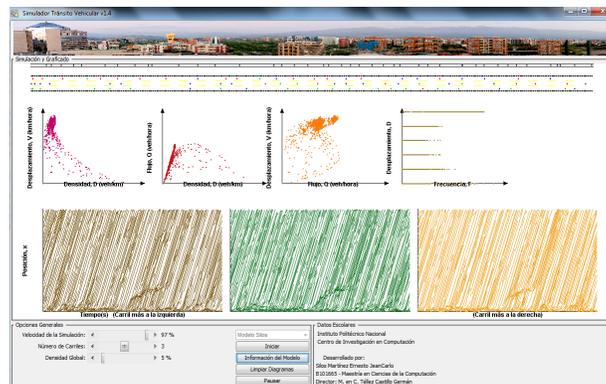


Figura 5.15: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 2 con el Modelo eSILOS con distribución Zipf.

Para mayor detalle de los Diagramas Fundamentales obtenidos en este experimento ver: Diagrama Flujo vs Densidad??, Diagrama de Desplazamiento vs Flujo ?? y Diagrama Desplazamiento vs Densidad ver ??.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

La Figura 5.16 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en los tres carriles de flujo normal a) con distribución normal y b) con distribución Zipf, mientras que a Figura 5.17 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo a) con distribución normal y b) con distribución Zipf.

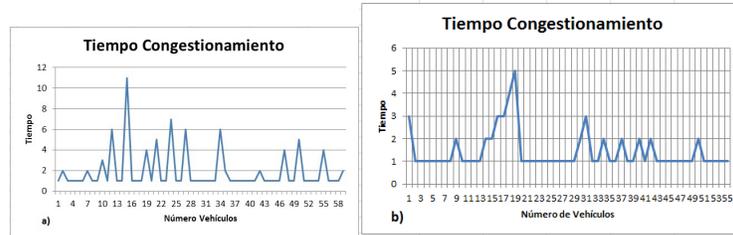


Figura 5.16: Tiempo que permanece un vehículo en congestionamiento en los carriles de flujo normal.

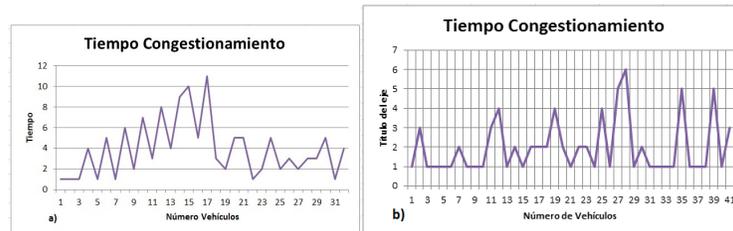


Figura 5.17: Tiempo que permanece un vehículo en congestionamiento en el carril de contra flujo.

5.3.1.3. Escenario 3

Se llevaron a cabo 10 experimentos con duración de 1 hora, la densidad global del sistema se encuentra en un rango de $0\% \leq d \leq 100\%$, con condiciones de frontera abierta, para una Lattice con 5 carriles (cuatro en flujo normal y uno en contra flujo) con longitud de 1200 células cada uno, 6000 células en total, para el carril de contra flujo el tipo de vehículo es camiones de pasajeros (dado que es el único tipo de vehículo que puede transitar por este carril), en el caso de los carriles de flujo normal se manejan dos tipos de vehículo: auto y motocicleta. Los valores de los parámetros utilizados para el modelo fueron [23]:

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

- Probabilidad de frenado para el carril de contra flujo $p_f = 0.5$
- Probabilidades de frenado para los dos carriles de flujo normal $p_b = 0.94$, $p_0 = 0.5$, $p_d = 0.1$
- Velocidad de la simulación de 99 %
- Densidad global del 60 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = *auto*, 2 = *motocicleta* y 3 = *camiones de pasajeros*
- $brecha_{seguridad} = 7$ células
- Se aplica cambio de carril para los dos carriles en flujo normal.

Resultados Obtenidos

Las Figuras 5.18 y 5.19 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo K.S.S.S. con el escenario de simulación 3 con distribución Normal y Zipf respectivamente.

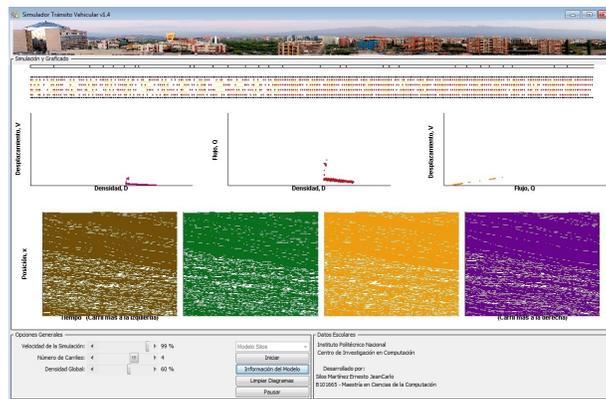


Figura 5.18: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 3 con el Modelo eSILOS con distribución Normal.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

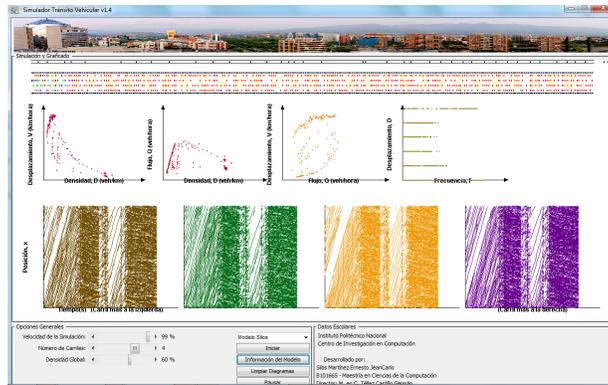


Figura 5.19: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 3 con el Modelo eSILOS con distribución Zipf.

Para mayor detalle de los Diagramas Fundamentales obtenidos en este experimento ver: Diagrama Flujo vs Densidad??, Diagrama de Desplazamiento vs Flujo ?? y Diagrama Desplazamiento vs Densidad ver ??.

La Figura 5.20 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en los cuatro carriles de flujo normal a) con distribución normal y b) con distribución Zipf, mientras que a Figura 5.21 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo a) con distribución normal y b) con distribución Zipf.

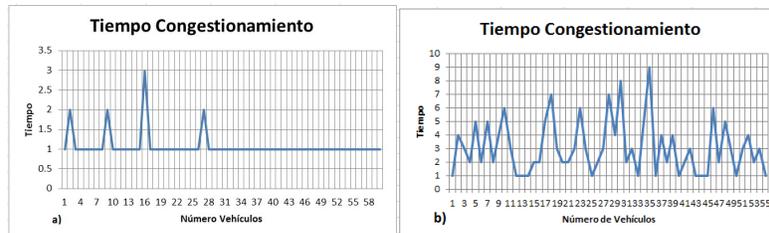


Figura 5.20: Tiempo que permanece un vehículo en congestionamiento en los carriles de flujo normal.

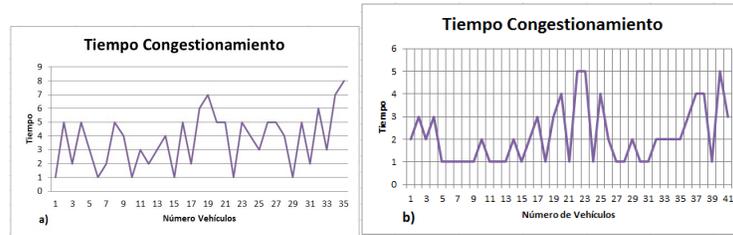


Figura 5.21: Tiempo que permanece un vehículo en congestionamiento en el carril de contra flujo.

5.3.1.4. Escenario 4

Se llevaron a cabo 10 experimentos con duración de 1 hora, la densidad global del sistema se encuentra en un rango de $0\% \leq d \leq 100\%$, con condiciones de frontera abierta, para una Lattice con 6 carriles (cinco en flujo normal y uno en contra flujo) con longitud de 1200 células cada uno, 7200 células en total, para el carril de contra flujo el tipo de vehículo es camiones de pasajeros (dado que es el único tipo de vehículo que puede transitar por este carril), en el caso de los carriles de flujo normal se manejan dos tipos de vehículo: auto y motocicleta. Los valores de los parámetros utilizados para el modelo fueron [23]:

- Probabilidad de frenado para el carril de contra flujo $p_f = 0.5$
- Probabilidades de frenado para los dos carriles de flujo normal
 $p_b = 0.94$, $p_0 = 0.5$, $p_d = 0.1$
- Velocidad de la simulación de 99 %
- Densidad global del 50 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = auto, 2 = motocicleta y 3 = camiones de pasajeros
- $brecha_{seguridad} = 7$ células
- Se aplica cambio de carril para los dos carriles en flujo normal.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

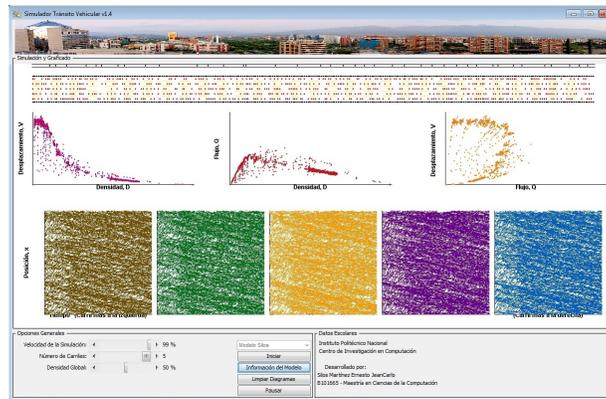


Figura 5.22: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 4 con el Modelo eSILOS con distribución Normal.

Resultados Obtenidos

Las Figuras 5.22 y 5.23 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo K.S.S.S. con el escenario de simulación 4 con distribución Normal y Zipf respectivamente.

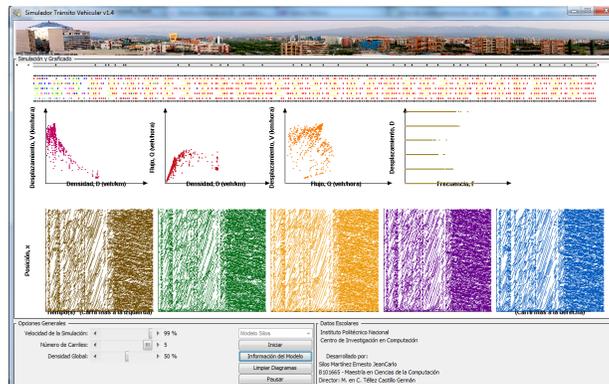


Figura 5.23: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 4 con el Modelo eSILOS con distribución Zipf.

Para mayor detalle de los Diagramas Fundamentales obtenidos en este experimento ver: Diagrama Flujo vs Densidad??, Diagrama de Desplazamiento vs Flujo ?? y Diagrama Desplazamiento vs Densidad ver ??.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

La Figura 5.24 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en los cinco carriles de flujo normal a) con distribución normal y b) con distribución Zipf, mientras que a Figura 5.25 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo a) con distribución normal y b) con distribución Zipf.

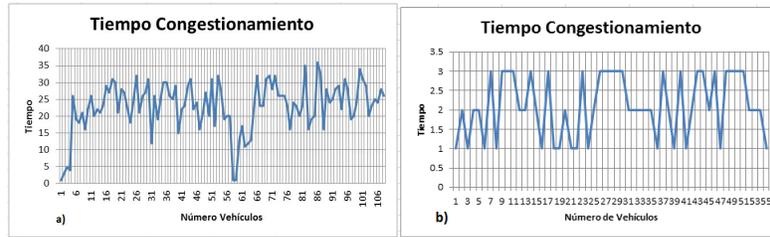


Figura 5.24: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en los carriles de flujo normal.

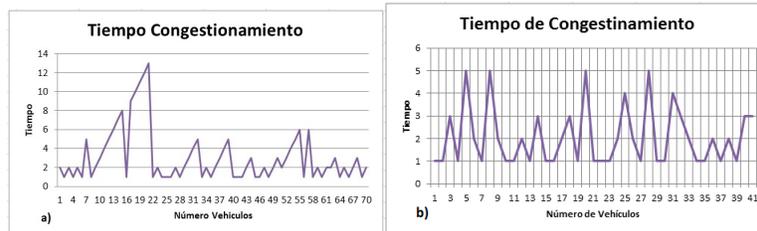


Figura 5.25: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en el carril de contra flujo.

5.3.1.5. Escenario 5

Se llevaron a cabo 10 experimentos con duración de 1 hora, la densidad global del sistema se encuentra en un rango de $0\% \leq d \leq 100\%$, con condiciones de frontera abierta, para una Lattice con 5 carriles (cuatro en flujo normal y uno en contra flujo) con longitud de 1200 células cada uno, 6000 células en total, para el carril de contra flujo el tipo de vehículo es camiones de pasajeros (dado que es el único tipo de vehículo que puede transitar por este carril), en el caso de los carriles de flujo normal se manejan dos tipos de vehículo: auto y motocicleta. Los valores de los parámetros utilizados para el modelo fueron [23]:

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

- Probabilidad de frenado para el carril de contra flujo $p_f = 0.5$
- Distribución Binomial para la llegada de vehículos
- Probabilidades de frenado para los dos carriles de flujo normal $p_b = 0.94$, $p_0 = 0.5$, $p_d = 0.1$
- Velocidad de la simulación de 99 %
- Densidad global del 50 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = *auto*, 2 = *motocicleta* y 3 = *camiones de pasajeros*
- $brecha_{seguridad} = 7$ células
- Se aplica cambio de carril para los dos carriles en flujo normal.

Resultados Obtenidos

Las Figuras 5.26 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo K.S.S.S. con el escenario de simulación 5.

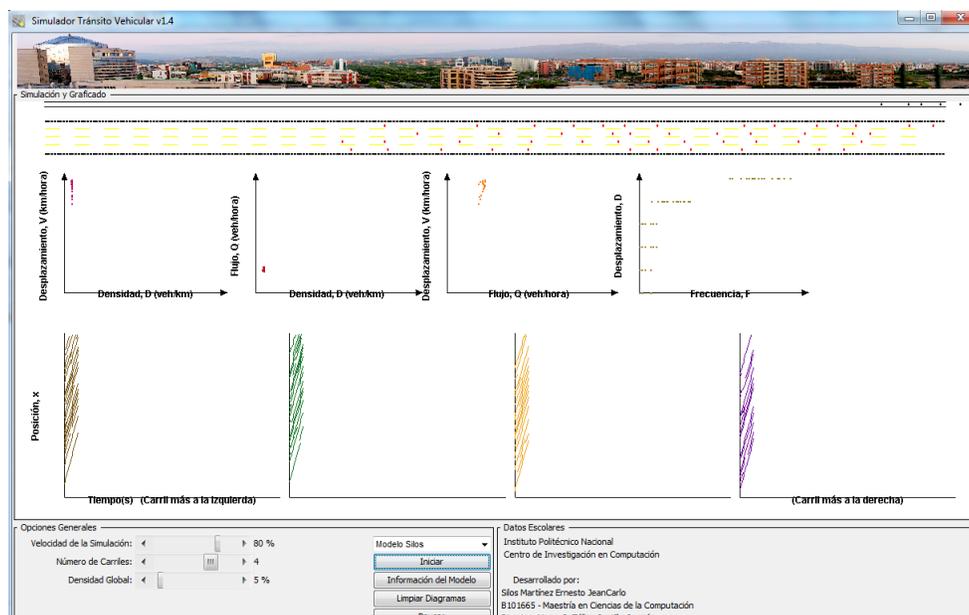


Figura 5.26: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 5 con el Modelo eSILOS con Distribución Binomial.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

La Figura 5.27 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en los cinco carriles de flujo normal, mientras que a Figura 5.28 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo.

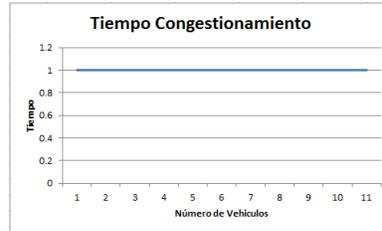


Figura 5.27: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en los carriles de flujo normal.

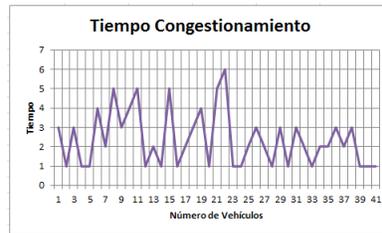


Figura 5.28: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en el carril de contra flujo.

5.3.1.6. Escenario 6

Se llevaron a cabo 10 experimentos con duración de 1 hora, la densidad global del sistema se encuentra en un rango de $0\% \leq d \leq 100\%$, con condiciones de frontera abierta, para una Lattice con 5 carriles con obstáculos (cuatro en flujo normal y uno en contra flujo) con longitud de 1200 células cada uno, 6000 células en total, para el carril de contra flujo el tipo de vehículo es camiones de pasajeros (dado que es el único tipo de vehículo que puede transitar por este carril), en el caso de los carriles de flujo normal se manejan dos tipos de vehículo: auto y motocicleta. Los valores de los parámetros utilizados para el modelo fueron [23]:

- Probabilidad de frenado para el carril de contra flujo $p_f = 0.5$

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

- Distribución Binomial para la llegada de vehículos
- Probabilidades de frenado para los dos carriles de flujo normal
 $p_b = 0.94$, $p_0 = 0.5$, $p_d = 0.1$
- Velocidad de la simulación de 99 %
- Densidad global del 50 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = *auto*, 2 = *motocicleta* y 3 = *camiones de pasajeros*
- $brecha_{seguridad} = 7$ células
- Se aplica cambio de carril para los dos carriles en flujo normal.

Resultados Obtenidos

Las Figuras 5.29 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo K.S.S.S. con el escenario de simulación 6.

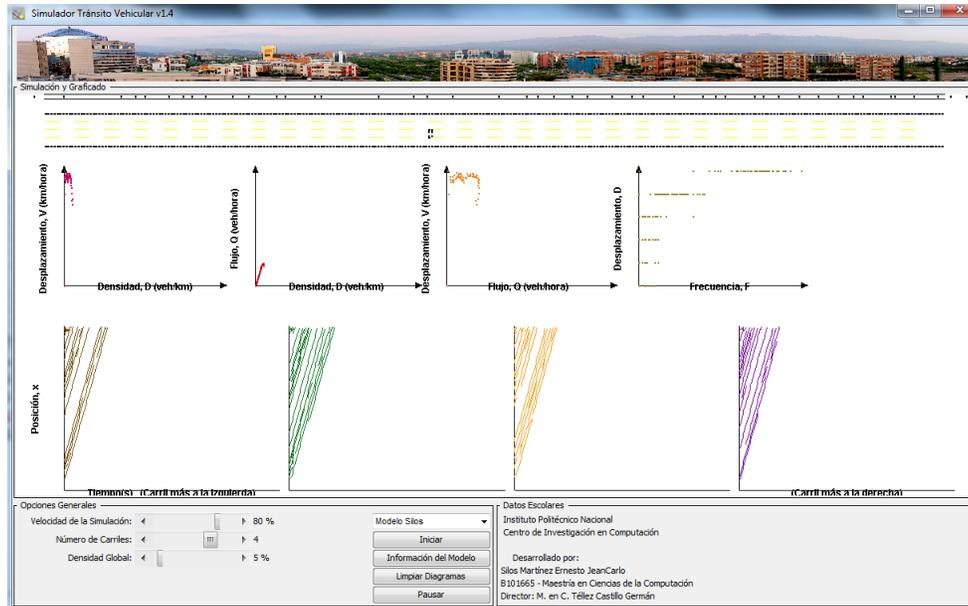


Figura 5.29: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 5 con el Modelo eSILOS con Distribución Binomial.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

La Figura 5.30 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en los cinco carriles de flujo normal, mientras que a Figura 5.31 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo.

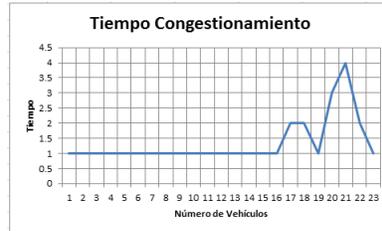


Figura 5.30: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en los carriles de flujo normal.

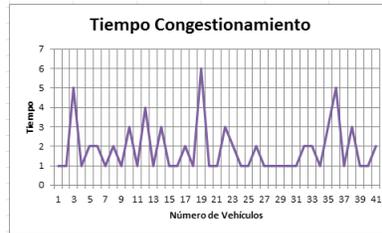


Figura 5.31: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en los carriles en contra flujo.

5.3.1.7. Escenario 7

Se llevaron a cabo 10 experimentos con duración de 1 hora, la densidad global del sistema se encuentra en un rango de $0\% \leq d \leq 100\%$, con condiciones de frontera abierta, para una Lattice con 5 carriles (cuatro en flujo normal y uno en contra flujo) con longitud de 1200 células cada uno, 6000 células en total, para el carril de contra flujo el tipo de vehículo es camiones de pasajeros (dado que es el único tipo de vehículo que puede transitar por este carril), en el caso de los carriles de flujo normal se manejan dos tipos de vehículo: auto y motocicleta. Los valores de los parámetros utilizados para el modelo fueron [23]:

- Probabilidad de frenado para el carril de contra flujo $p_f = 0.5$

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

- Distribución Binomial para la llegada de vehículos
- Probabilidades de frenado para los dos carriles de flujo normal
 $p_b = 0.94$, $p_0 = 0.5$, $p_d = 0.1$
- Velocidad de la simulación de 99 %
- Densidad global del 50 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = *auto*, 2 = *motocicleta* y 3 = *camiones de pasajeros*
- $brecha_{seguridad} = 7$ células
- Se aplica cambio de carril para los dos carriles en flujo normal.

Resultados Obtenidos

Las Figuras 5.32 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo K.S.S.S. con el escenario de simulación 7.

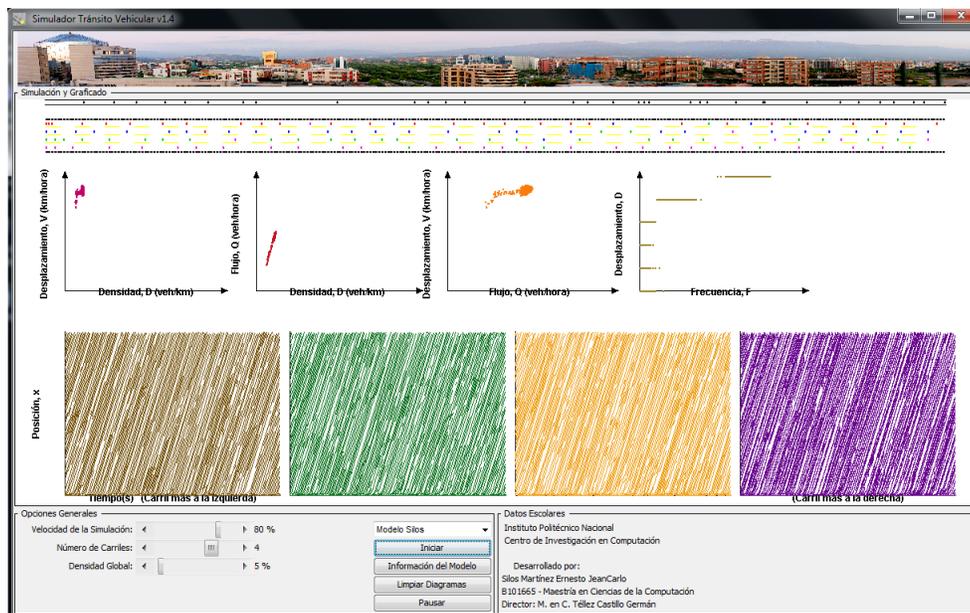
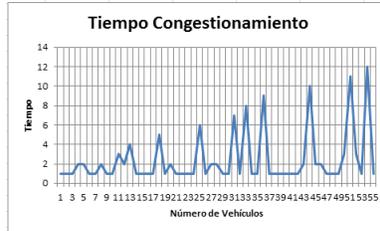


Figura 5.32: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 5 con el Modelo eSILOS con Distribución de Poisson.

5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

La Figura 5.33 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en los cinco carriles de flujo normal, mientras que a Figura 5.34 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo.



5.3. Modelo eSILOS aplicado sobre el Modelo K.S.S.S.

- Distribución Binomial para la llegada de vehículos
- Probabilidades de frenado para los dos carriles de flujo normal
 $p_b = 0.94$, $p_0 = 0.5$, $p_d = 0.1$
- Velocidad de la simulación de 99 %
- Densidad global del 50 %
- Desplazamientos máximos de los tipos de vehículos:
 $v_{max1} = 5$, $v_{max2} = 3$ y $v_{max3} = 4$; Donde 1 = *auto*, 2 = *motocicleta* y 3 = *camiones de pasajeros*
- $brecha_{seguridad} = 7$ células
- Se aplica cambio de carril para los dos carriles en flujo normal.

Resultados Obtenidos

Las Figuras 5.35 muestran que el Modelo eSILOS reproduce los diagramas fundamentales del Modelo K.S.S.S. con el escenario de simulación 8.

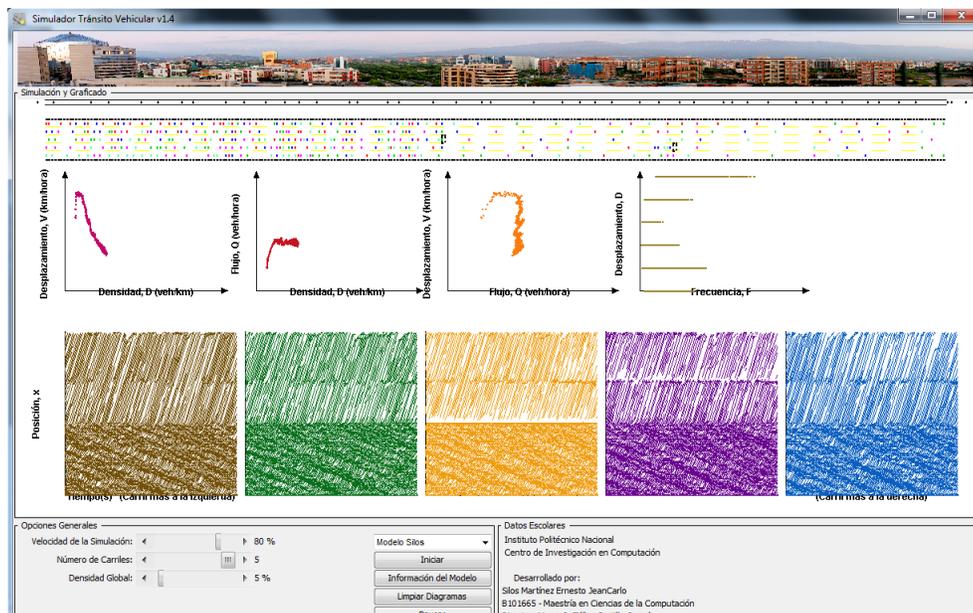


Figura 5.35: Diagramas Fundamentales del Modelo K.S.S.S., obtenidos del escenario de simulación 5 con el Modelo eSILOS con Distribución de Poisson.

5.4. Conclusiones

La Figura 5.36 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en los cinco carriles de flujo normal, mientras que a Figura 5.37 muestra el tiempo que permanece un vehículo en el congestionamiento en el carril de contra flujo.

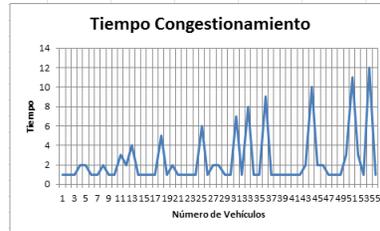


Figura 5.36: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en los carriles de flujo normal.

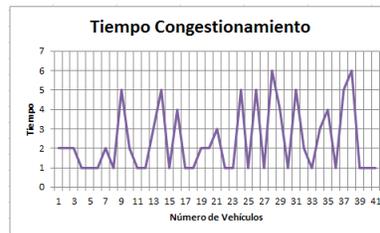


Figura 5.37: Tiempo que permanece un vehículo en congestión en los carriles contra flujo.

5.4. Conclusiones

De los resultados obtenidos en cada uno de los experimentos se ve que existe una fuerte correlación entre el comportamiento del desplazamiento promedio y la densidad de vehículos a lo largo de la carretera, con lo cual cuando la densidad aumenta provoca que el desplazamiento disminuya, para la densidad baja el desplazamiento es grande y el flujo aumenta con la densidad, su estructura es característica del comportamiento dinámico del flujo de tránsito vehicular el cual se representa en el diagrama fundamental. Se hace uso de diferentes distribuciones de probabilidad para la simulación de la llegada de vehículos las distribuciones que se utilizan son Normal, Zipf, de Poisson y Binomial, la probabilidad de frenado tiene influencia sobre el

5.4. Conclusiones

tránsito debido que dada esa probabilidad puede un vehículo detenerse lo que genera congestión, entre más alta sea la probabilidad se generará un congestión más rápido en el caso cuando es baja la probabilidad de que se genere un congestión es baja.

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajo Futuro

6.1. Conclusiones

Con base en los objetivos planteados en el capítulo uno, se puede concluir lo siguiente:

- Se diseñó un nuevo modelo basado en Autómatas Celulares que reproduce la dinámica del flujo de tránsito vehicular de las avenidas multicarril, llamado Modelo eSILOS, el cual es una extensión de los Modelos Na - Sch y K.S.S.S.
- El modelo diseñado, permite asignar valores a los distintos parámetros que se utilizan (densidad global, número de carriles en el sistema, probabilidad de frenado), permite cambios de carril, diferentes tipos de vehículos (auto, motocicleta, camiones de pasajeros) caracterizados por desplazamientos máximos y unidades comunes del espacio que ocupan en la Lattice.
- Se desarrolló una interfaz gráfica con el lenguaje de programación Java, en donde se puede visualizar el movimiento de los vehículos en los carriles que tiene el sistema, los diagramas fundamentales globales, los diagramas espacio - tiempo de cada uno de los carriles; también existen opciones para hacer dinámicos ciertos parámetros del modelo tales como: velocidad de simulación, densidad global del sistema, número de carriles, probabilidad de frenado).
- Se llevo a cabo la simulación del modelo diseñado haciendo uso de la interfaz gráfica desarrollada, el modelo se simuló con diferentes escenarios, es decir, variando algunos de los parámetros del modelo, los resultados que se obtuvieron de la relación de las variables: flujo, densidad y desplazamiento (Diagramas Fundamentales) se validaron con respecto a los que reproducen los modelos Na - Sch y K.S.S.S.

- Al considerar diferentes tipos de vehículos se ve afectada la densidad global del sistema debido a los diferentes desplazamientos máximos que cada uno posee, lo que genera que permanezcan algún tipo de vehículo más tiempo en el congestionamiento que otro.
- Hacer uso de las luces de frenado hace más realista el comportamiento que se observa del flujo del tránsito vehicular, al evitar que sucedan accidentes y no superen el espacio de seguridad, es más visible cuando existen densidades altas en el sistema.
- Cuando se integran más carriles al sistema con los mismos parámetros los resultados que se obtienen son los mismos, en cambio cuando se hace variaciones en las probabilidades de frenado el comportamiento de los diagramas fundamentales cambian al aumentar o disminuir la densidad del sistema, lo que se ve reflejado en la relación que tiene esta variable con el desplazamiento y flujo global del sistema.
- Cuando la densidad en la autopista es cero, el flujo también es cero porque no hay vehículos en la autopista, a medida que aumenta la densidad, el flujo también aumenta, sin embargo, cuando la densidad alcanza su máximo, el flujo debe ser cero porque los vehículos tenderán a alinearse extremo con extremo, por tanto cuando la densidad aumenta desde cero, el flujo también aumentará inicialmente desde cero hasta un valor máximo.
- Hacer uso de diferentes distribuciones de probabilidad para la simulación de ingreso de vehículos; las distribuciones Normal, Zipf, de Poisson varían muy poco; la distribución Binomial es la que presenta más retraso en la frecuencia de llegada para los vehículos.

6.2. Trabajo Futuro

El trabajo realizado de esta tesis, puede ser extendido en las siguientes direcciones:

- Se pueden incluir más características al modelo eSILOS que permitan modelar otras situaciones de la realidad; por ejemplo, cruce de avenidas permitiendo a los vehículos incorporarse a una calle distinta a la que inicialmente transitaba, modelación de semáforos, reducción de carriles, es decir, que una autopista con 4 carriles a una determinada distancia se convierta en una autopista de dos carriles o uno y viceversa.

- Integrarle a los tipos de vehículos más características, dado que los tipos de vehículos están definidos por su desplazamiento máximo, se puede incorporar una velocidad máxima permitida para todos los vehículos que transiten una determinado carril, de tal forma que sin importar si un vehículo pertenece a un tipo que pueda desplazarse más, esté parámetro global limitará el desplazamiento máximo de todo vehículo en la vialidad, lo que podría representar en la realidad el acceso a una zona de hospitales o una escuela por mencionar unos ejemplos.
- Modelar accidentes en las vialidades, por ejemplo, accidentes originados por el cambio de carril, en donde dos vehículos, que se encuentran en diferentes carriles, intentan llegar al mismo carril (está situación no se origina debido a las ecuaciones de cambio de carril para los autos y motocicletas descritas en la sección 7.4 y 7.5 del capítulo 4 respectivamente) u originados por una probabilidad p en donde un vehículo o varios en los diferentes carriles se descompongan.
- Las ecuaciones de cambio de carril para autos y motocicletas se pueden generalizar para cualquier vehículo, se podrían definir nuevas estrategias para que se pueda efectuar el cambio de carril, el modelo propuesto se realizan de manera diagonal, una opción podría ser de manera transversal; también se pueden considerar otros criterios para la preferencia de cambio de carril en el caso que un vehículo tenga más de una opción para elegir.
- Se pueden incorporar desplazamientos hacia atrás para el cambio de carril, en donde si un vehículo de acuerdo con las distancias efectivas evaluadas en la parte trasera permiten que el vehículo pueda cambiarse a otro carril detrás de otro vehículo sin generar obstrucción se lleve a cabo.
- Utilizar condiciones de frontera diferentes en la Lattice, para simular accesos y salidas a las vialidades modeladas en el sistema, por ejemplo, incorporar un puente, una caseta de cobro, un túnel o carriles cerrados.
- Integrar factores de sonido y contaminación mientras un vehículo permanece inmerso en un congestionamiento, los cuales servirían para hacer modelación de los contaminantes y ruido que se generan en una determinada vialidad.
- Considerar el escenario de una aduana para la asignación de la luz de revisión rojo o verde, haciendo uso de parámetros tales como tipo de

6.2. Trabajo Futuro

perfil, placas, pesos, horario y época de cruce, para tener estadísticas de cuantos rojos y verdes fueron asignados, así como cuales perfiles son los que más probabilidad tiene de que se asigne en particular un tipo de luz.

Referencias

- [1] Alon, U., M. R. E. H. H. . D. M. (1996). Roughening transition in a one-dimensional growth process. *Physical Review Letters*, 76:2746–2749.
- [2] Bak, P., C. T. . K. W. (1987). Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise. *Physical Review Letters*, 59(4):381384.
- [3] Barrett, C.L., W. M. . O. M. (1996). Emergent local control properties in particle hopping traffic simulations. *Traffic and Granular Flow*, 1:169 – 173.
- [4] Begle, S. (1994). Why does traffic jam? *Newsweek*, 124 (5):53 – 58.
- [5] Binder, P M., P. M. . M. B. (1994). Scaling of fluctuations in one dimensional interface and hopping models. *Physical Review E*, 49:1174 – 1181.
- [6] Ehrichs, E. E., H. M. J. G. S. K. J. B. K. V. Y. K. . S. R. N. (1995). Granular convection observed by magnetic resonance imaging. *Science*, 267:1632–1634.
- [7] Evans, M. R., Y. K. H. M. K. . D. M. (1998). Phase separation in one-dimensional driven diffusive systems. *Physical Review Letters*, 80 (3):425–429.
- [8] Gebhardt, T., . S. G. (1994). Chaos transition despite linear stability. *Physical Review E*, 50:3705–3711.
- [9] George, H. (1961). Measurement and evaluation of traffic flow congestion. *Bureau of Highway Traffic, Yale University*, 1:43 – 68.
- [10] Gerwinski, M., . J. K. (1999). Analytic approach to the critical density in cellular automata for traffic flow. *Physical Review E*, 60(1):188–196.
- [11] Helbing, D. (1995). Improved fluid dynamic model for vehicular traffic. *Physical Review E*, 51(4):3164 – 3169.

Referencias

- [12] Helbing, D., P. M. I. F. . K. B. (2001). Self-organizing pedestrian movement. *Environment and Planning B*, 28:361–383.
- [13] Herman, P. . (1971). *Kinetic theory of vehicular traffic*. Elsevier.
- [14] Hinrichsen, H., R. L. D. M. . A. P. (1997). Model for nonequilibrium wetting transitions in two dimensions. *Physical Review Letters*, 79:2710 – 2713.
- [15] Hsu, C.C., L. Z. C. Y. . L. L. (2007). Exploring traffic features with stationary and moving bottlenecks using refined cellular automata. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 7:2502 – 2516.
- [16] Huberman, B. A., . N. S. G. (1993). Evolutionary games and computer simulations. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A*, 90 (16):7716–7718.
- [17] Ilachinski, A. (2001). *Cellular Automata: A Discrete Universe*. World Scientific.
- [18] Jen, E. (2002). What’s happening in the mathematical sciences: Cellular automata offer new outlook on life, the universe and everithing. *American Mathematical Society*, 3:71 – 80.
- [19] Kerner, B. S. & Rehborn, H. (1996a). Experimental features and characteristics of traffic jams. *Physical Review E*, 53:1297 – 1300.
- [20] Kerner, B. S. & Rehborn, H. (1996b). Experimental properties of complexity in traffic flow. *Physical Review E*, 53:4275 – 4278.
- [21] Klar, A., K. R. D. . W. R. (1996). Mathematical models for vehicular traffic. *Surveys on Mathematics for Industry*, 6(2):215 – 239.
- [22] Knospe, W., S. L. S. A. . S. M. (1999). Disorder effects in cellular automata for two lane traffic. *Physical Review A*, 265:614 – 633.
- [23] Knospe, W., S. L. S. A. . S. M. (2000). Towards a realistic microscopic description of highway traffic. *Physical Review A*, 33:477 – 485.
- [24] Krug, J. & Spohn, H. (1988). Universality classes for deterministic surface growth. *Physical Review A*, 38 (8):4271 – 4283.
- [25] Landau, L. D., . E. M. L. (1987). *Course of Theoretical Physics*. Pergamon, Oxford.

- [26] Lewin, k. (1951). *Field theory in social science: Selected theoretical papers*. New York: Harper Torchbooks.
- [27] Mandelbrot, B. (1983). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman and Company.
- [28] May, A. D., J. . H. E. M. K. (1967). Non integer car following models. *Highw. Res. Rec*, 199:19–32.
- [29] McDonald, M. & Brackstone, M. A. (1994). Simulation of lane usage characteristics on 3 lane motorways. *27th International Symposium on Automotive Technology and Automaton*, 1:365 – 369.
- [30] Mermin, N. D., . H. W. (1966). Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one- or two-dimensional isotropic heisenberg models. *Physical Review Letters*, 17:1133–1136.
- [31] Moore, E. F. (1962). Machine models of self-reproduction. *Proc. Symp. Applied Mathematics*, 14:17–33.
- [32] Nagel, K. (1996). Particle hopping models and traffic flow theory. *Physical Review E*, 53:4655 – 4672.
- [33] Nagel, K.. & Schreckenberg, M. (1992). A cellular automaton model for freeway traffic. *Journal de Physique*, I 2:2 221 – 2229.
- [34] Neubert, L., S. L. S. A. . S. M. (1999). Single vehicle data of highway traffic: A statistical analysis. *Physical Review E*, 60:6480 – 6490.
- [35] Nicolis, G., . I. P. (1977). *Self Organization in Nonequilibrium Systems. From Dissipative Structures to Order through Fluctuations*. John Wiley & Sons.
- [36] Paveri Fontana, S. (1975). On boltzmann like treatments for traffic flow: A critical review of the basic model and an alternative proposal for dilute traffic analysis. *Transportation Research*, 9:225 – 235.
- [37] Prigogine, I. (1961). A boltzmann like approach to the statistical theory of traffic flow. *Symposium on the Theory of Traffic Flow*, 1:158 – 164.
- [38] Pöschel, T., . H. J. H. (1995). Size segregation and convection. *Europhys*, 29:123–128.

- [39] Rödiger, K. R. D. . M. B. (1991). Macroscopic simulation model for freeway traffic with jams and stop-start waves. In *Proceedings of the 1991 Winter Simulation Conference*.
- [40] Reif, F. (1965). *Fundamentals of statistical and thermal physics*. McGraw Hill.
- [41] Rickert, M., N. K. S. M. . L. A. (1996). Two lane traffic simulations using cellular automata. *Physical Review A*, 231:534 – 550.
- [42] Schweitzer, F., W. E. . B. T. (1998). Complex motion of brownian particles with energy depots. *Physical Review Letters*, 80:5044–5047.
- [43] Stanley, E. H. Stauffer, D. K. J. . H. H. J. (1987). Dynamics of spreading phenomena in two dimensional ising models. *Physical Review Letters*, 59 (20):2326 – 2338.
- [44] Umbanhowar, P. B., F. M. . H. L. S. (1996). Localized excitations in a vertically vibrated granular layer. *Nature*, 382:793–796.
- [45] Vilfan, I., R. K. P. Z. . B. S. (1994). Spontaneous structure formation in driven systems with two species: Exact solutions in a mean-field theory. *Physical Review Letters*, 73:2071–2074.
- [46] Wolfram, S. (1986). Theory and application of cellular automata. *World Scientific Singapur*, ISBN 9971-50-124-4:419.